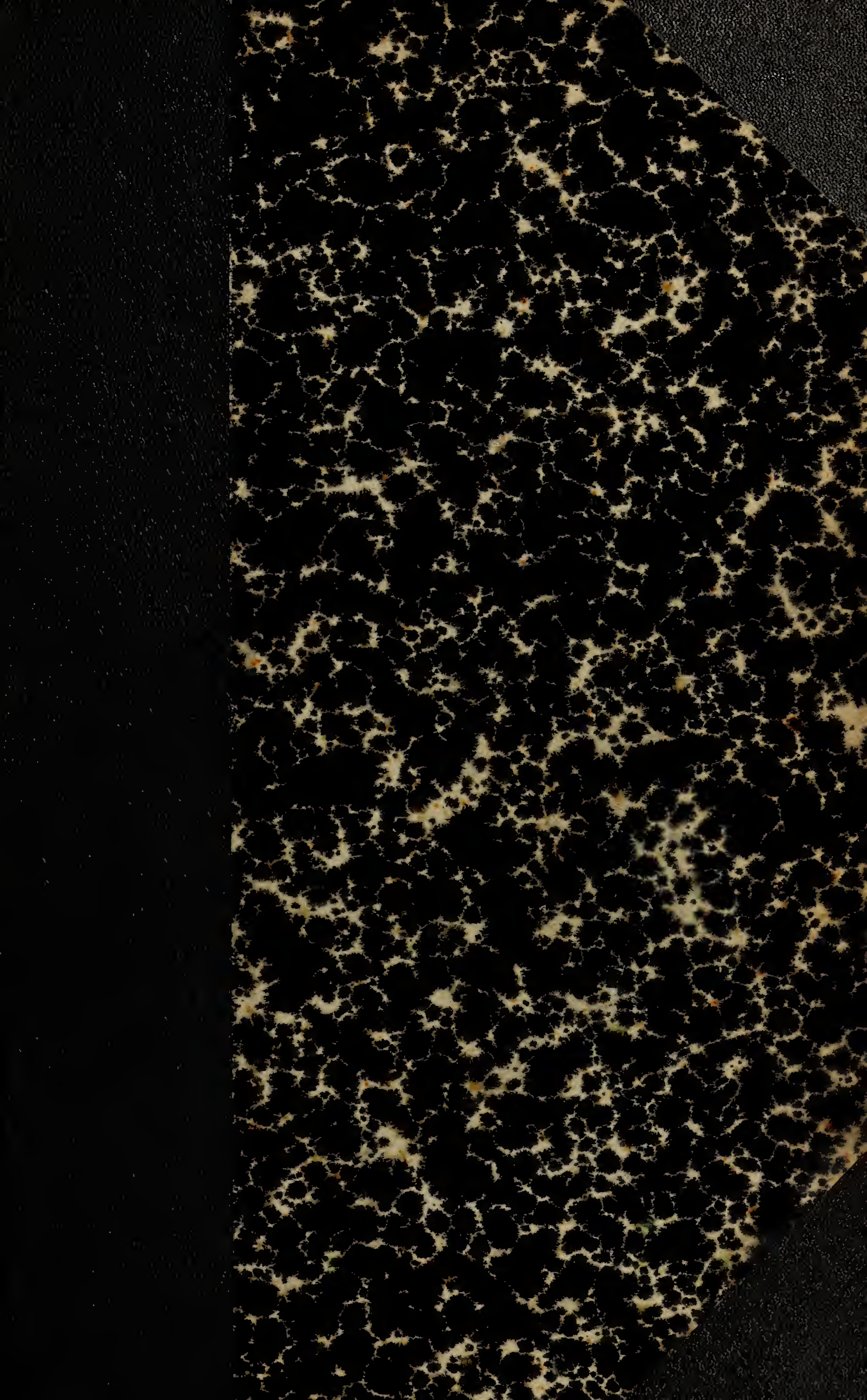


ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES
EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES À HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

E. H. VON BAUMHAUER

Secrétaire de la Société,

AVEC LA COLLOBORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster,
C. H. D. Buijs Ballot et C. K. Hoffmann.

TOME XV.

HAARLEM,
LES HÉRITIERS LOOSJES.
1880.

TABLE DES MATIÈRES.

TOME XV. 1me Livraison.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES À HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

E. H. VON BAUMHAUER

Secrétaire de la Société,

AVEC LA COLLABORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster,
C. H. D. Buijs Ballot et S. C. Snellen van Vollenhoven.

HARLEM
LES HÉRITIERS LOOSJES.
1880.

PARIS
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG
G. E. SCHULZE.

ARCHIVES NÉERLANDAISES
DES
Sciences exactes et naturelles.

SUR LES

PHÉNOMÈNES ÉLECTRIQUES DU CŒUR À L'ÉTAT D'ACTIVITÉ,

PAR

TH. W. ENGELMANN.

(Voir Pl. I.)

Au printemps de 1873 j'avais engagé MM les docteurs **Nuel**, de Luxembourg, et Pekelharing, de Leiden, à prendre pour objet d'étude les actions électro-motrices du muscle cardiaque. Les résultats obtenus jusqu'en juin de cette même année furent communiqués succinctement à l'Académie des sciences de Belgique par M. Nuel [1]) et à l'Académie royale d'Amsterdam par moi-même [2]). Après le départ de ces deux Messieurs, je continuai seul les recherches commencées. Ayant d'abord constaté les phénomènes que présente le muscle ventriculaire *au repos*, tant à l'état d'intégrité que lorsqu'il a été blessé, — observations dont les détails ont déjà été publiés [3]), — j'examinai, en février,

[1]) Nuel, *Note sur les phénomènes électriques du cœur*, dans: *Bull. de l'Acad. royale de Belgique*, 2e série, t. XXXVI, 1873, pag. 335 etc.

[2]) *Over de electromotorische verschijnselen der spierzelfstandigheid van het hart*, dans: *Proces-Verbaal van de gew. vergad. d. Afd. Natuurkunde van de K. Akad. van Wetenschappen te Amsterdam*, 28 juin 1873.

[3]) *Onderzoek. gedaan in het physiol laborat. der Utrechtsche Hoogeschool*, 3e sér. III, 1875, p. 101 etc.

mars et avril 1874, à l'aide du rhéotome différentiel que M. Bernstein venait d'introduire, les phénomènes électriques qui accompagnent la *contraction* du cœur. De ces nouvelles recherches je n'avais communiqué jusqu'en ces derniers temps, et encore seulement en passant, que quelques points isolés. Quant à la publication détaillée, j'en avais été détourné en partie par d'autres travaux auxquels m'avait conduit le même sujet d'études, et en partie aussi par le désir de résoudre certaines questions d'une manière encore plus précise que je n'avais pu le faire jusque-là. Voyant toutefois que d'autres se sont occupés des mêmes recherches [1]), et n'espérant pas avoir de sitôt l'occasion de reprendre un travail interrompu il y quatre ans, je me décide à faire connaître en détail les résultats, d'ailleurs passablement satisfaisants, auxquels j'étais parvenu. Un aperçu sommaire de ces résultats a déjà été donné, au mois de novembre avant-dernier, dans une séance de l'Académie des sciences d'Amsterdam [2]).

Disposition des expériences.

Pour des raisons faciles à comprendre, les expériences ont porté presque exclusivement sur des grenouilles de très grande taille, appartenant la plupart à l'espèce *R. esculenta*. Le cœur, extrait de la manière ordinaire, en prenant les soins les plus minutieux pour ne pas toucher au ventricule, était placé dans la chambre humide, sur une petite plaque de liége ou de verre. Toujours le courant était dérivé du ventricule, auquel l'excitation était le plus souvent appliquée directement, mais parfois aussi indirectement, par l'intermédiaire de l'oreillette. Dans le premier cas, pour éviter le trouble occasionné par les pulsations spontanées, on coupait le ventricule en travers, à un ou deux millimètres au-dessous

---

[1]) Richard Marchand, *Beiträge zur Kenntniss der Reizwelle und Contraktionswelle des Herzmuskels*, dans: Pflüger's *Archiv f. d. gesammte Physiol.*, *t.* XV, 1877, p. 511 etc.

[2]) *Proces verbaal van de gewone vergad. d. Afd. Natuurkunde van de K. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam,* 24 novembre 1877.

de la limite auriculaire. Les électrodes d'excitation consistaient en deux pointes de platine, distantes de 1 mm. à peine et recouvertes jusque près des extrémités libres d'un enduit isolant de gomme laque, pointes qui tantôt étaient simplement appliquées sur la substance musculaire, tantôt introduites à une certaine profondeur. L'excitation était produite par la décharge de rupture d'un appareil d'induction, ou par une secousse d'induction produite à l'aide d'un rhéotome différentiel, laquelle secousse agissait au fond comme décharge de rupture. A part quelques cas particuliers, où l'on faisait varier à dessein l'intensité de l'action, on n'employait que des excitations aussi faibles que possible, tout juste suffisantes. Cela est nécessaire pour plusieurs raisons. D'abord, à cause des branches de courants, qui peuvent gêner surtout lorsqu'on mesure la vitesse de propagation de l'onde d'excitation. Ensuite, à cause de l'action prononcée et persistante que laissent après eux des courants trop énergiques. Des excitations strictement suffisantes provoquent une activité électro-motrice qui passe rapidement et sans laisser de traces. A la suite d'une excitation électrique excessive, au contraire, les points directement frappés peuvent rester longtemps dans un état d'activité négative, analogue à celui d'une section transversale mécanique ou thermique. Rien n'est effectivement plus facile que de tuer entièrement les cellules musculaires du cœur par des décharges d'induction, c'est-à-dire, de produire en quelque sorte une section transversale électrique. La partie tuée a un aspect blanchâtre, est contractée et roide, et agit vis-à-vis des parties non lésées de la surface du ventricule avec une énergie qui ne le cède en rien à celle des sections artificielles fraîches de même étendue, car cette énergie peut atteindre plus de 0,03 D. La force décline alors aussi de la même manière et avec la même vitesse que celle d'une section transversale produite par des moyens mécaniques ou thermiques [1]). Une seule mais très forte décharge

[1]) Th. W. Engelmann, *Etudes comparées sur l'action électrique des muscles et des nerfs*, dans: *Arch. néerl.*, t. XIII, 1878, p. 105 et suiv.

d'induction d'un appareil à chariot ordinaire, alimenté par un ou deux éléments de Daniell, peut déjà déterminer une action consécutive locale qui persiste durant plusieurs minutes. De là résulte cet autre précepte, de choisir le point d'excitation, quand le but spécial de l'expérience s'y prête, aussi éloigné que possible des électrodes dérivantes.

Pour dériver le courant de la surface du ventricule, on se servait d'électrodes d'argile légèrement modifiées. A cause des mouvements de la préparation, on pouvait craindre dans le cas actuel, plus encore que dans les expériences sur le cœur à l'état inactif, les effets perturbateurs de la pression des électrodes sur la substance musculaire. Pour cette raison, les pointes étaient pétries d'une argile très molle, et, en outre, pourvues ordinairement d'un bout de fil de coton humecté d'une dissolution à ½ pour cent de sel marin, qui n'opposait à peu près aucune résistance aux mouvements des parties où se faisait la dérivation [1]). Il faut avoir soin aussi que les points de dérivation ne se déplacent pas lors de la contraction. Surtout quand on opère sur des préparations ventriculaires toutes fraîches, où la surface de la plaie développe encore une forte action négative, le déplacement en question peut troubler les résultats, et cela d'autant plus facilement, bien entendu, que les points de dérivation, ou l'un d'eux seulement, sont situés plus près de la ligne de démarcation entre la surface naturelle et la surface traumatique. On évite sans peine ce danger en appliquant les pointes à une distance suffisante de la plaie, ou bien en attendant, si le but de l'expérience ne s'y oppose pas, jusqu'à ce que la section transversale artificielle ait à peu près perdu son activité. Pour cela, un délai d'un demi-heure est en général pleinement

---

[1]) Plus tard, dans les expériences qui ont été décrites au t. XII de ces *Archiv*, p. 304 et suiv., j'ai remplacé le fil de coton par une languette de mésentère, qui est encore plus indifférente. Maintenant, je me sers des poumons de grenouille, exprimés, pour en chasser l'air, dans une solution de sel marin à ½ pour cent

suffisant [1]). Dans la grande majorité des expériences, je dérivais de deux points de la surface extérieure du ventricule qui étaient inactifs au repos. Comme contrôle, le cœur était excité plusieurs fois de suite avant chaque série d'expériences; l'état d'indifférence devait alors se rétablir chaque fois pendant la pause, ce qui effectivement était presque toujours le cas quand on avait observé les précautions ci-dessus indiquées. Néanmoins, dans le cours ultérieur de chaque série expérimentale, je n'ai jamais négligé non plus d'examiner de temps en temps la manière dont les points de dérivation se comportaient durant la pause entre deux excitations. Lorsque quelque hétérogénéité existait entre eux, elle était neutralisée à l'aide du compensateur rond. Je remarque, toutefois, que cela n'était généralement nécessaire qu'à de longs intervalles (d'une demi-heure, et plus). Dans un assez grand nombre de cas, l'état inactif des points de dérivation, entre les excitations successives, se maintenait pendant tout le temps, plusieurs heures souvent, que durait une série d'expériences, ou du moins les différences graduellement établies étaient si faibles, qu'elles ne pouvaient se décéler au galvanomètre pendant la durée très courte que présente la dérivation, lorsqu'on opère avec le rhéotome.

Le rhéotome différentiel était de la même construction que celui de M. Bernstein. Seulement j'employais, comme le recommande aussi M. du Bois-Reymond [2]), au lieu des pointes d'acier cuivrées, des lame de cuivre amalgamés; en outre, la pointe qui produit l'excitation ne glissait pas sur un fil de platine ou de cuivre, mais sur un globule de mercure d'environ 2 mm. de diamètre, qui reposait sur un support en cuivre légèrement excavé. On évite ainsi les secousses, qui ne sont nullement indifférentes pour la constance du mouvement, et probablement

---

[1]) *Arch. néerl.*, t. XIII, p.

[2]) E. du Bois-Reymond. *Ueber die negative Schwankung des Muskelstromes bei der Zusammenziehuug. Erste Abtheilung.* Reichert und du Bois *Archiv*, 1873, p. 581 et suiv.

on obtient aussi des excitations plus égales [1]). L'appareil était mis en mouvement par l'horloge d'un kymographion, et la durée de révolution était toujours fixée exactement à 3 ou à 4 secondes (contrôle par l'enregistrement simultané des vibrations d'un diapason). L'appareil à rotation électro-magnétique de Helmholtz ne pouvait servir pour l'usage en question, attendu que, dans le cas d'un mouvement aussi lent que celui dont on avait besoin, il ne tournait pas d'une manière uniforme, mais avec une vitesse périodiquement variable; de plus, il exerçait alors aussi, à distance, des actions perturbatrices sur la boussole.

Immédiatement après la production de l'excitation, le circuit du courant excitateur était rompu au moyen d'une clef; de même, aussitôt que le courant du cœur avait été dérivé, le galvanomètre était exclu du circuit. L'observation ne portait donc chaque fois que sur l'action d'une seule excitation. Avec une durée de dérivation de 0,03 à 0,08 sec., la marche de cette action se laissait reconnaître d'une manière suffisamment exacte, sans qu'il fût nécessaire d'exalter la sensibilité du galvanomètre jusqu'au point où la variabilité du zéro serait devenue un embarras. Entre deux excitations successives d'une série d'expériences il y avait un intervalle de repos d'une durée constante, à savoir, de 20 ou de 30 secondes.

Pour les autres détails concernant les expériences avec le rhéotome, je crois pouvoir renvoyer aux Mémoires de M. Bernstein [2]) et de M. du Bois-Reymond [3]).

Résultats.

1. Action générale de la surface du cœur sous l'influence d'excitations directes et indirectes.

Le courant étant dérivé de la surface extérieure du ventri-

[1]) Je viens de voir que M. Hermann, dans son travail: *Ueber Aktionsströme* (Pflüger's *Archiv*, t. XIV, 1878, p. 411), recommande également de remplacer le fil par un globule de mercure.

[2]) Pflüger's *Archiv*, t. I, 1868, p. 175 et suiv.

[3]) *l. c.*, p. 580 et suiv. Voir aussi: Marchand, *l. c.*, p. 523 et suiv.

cule, en deux points inactifs dans l'état de repos et inégalement éloignés de l'endroit excité, voici les résultats que fournirent 78 expériences rhéotomiques, continuées jusqu'à la fin de l'action, dans lesquelles le *ventricule* avait été *excité directement.* Dans 47 de ces expériences l'excitation se manifesta au galvanomètre par deux déviations successives du miroir, en sens opposé: le point le plus rapproché du lieu d'excitation devint d'abord négatif, puis positif relativement au point le plus éloigné. Dans les 31 autres expériences, la seconde action, l'action positive, faisait défaut: le plus souvent (26 cas) l'état d'indifférence initiale se rétablissait immédiatement; quelquefois il restait une très faible action dans le sens de la négativité du point le plus voisin de l'excitation. *Dans tous les cas*, par conséquent, *le point le plus rapproché montre d'abord une action négative* [1]).

Ce résultat était complétement indépendant des autres conditions de l'expérience. Opérant tantôt sur des cœurs différents, tantôt sur un seul et même cœur, j'ai appliqué successivement l'excitation à la base, à la pointe, au côté droit et au côté gauche, à la face antérieure et à la face postérieure du ventricule, j'ai donné à la région dérivée les situations les plus diverses à la surface ventriculaire, j'ai fait varier entre de larges limites sa longueur et sa distance du point excité: toujours le premier effet produit a été un courant que sa direction éloignait du centre d'excitation. Pour constater ce fait, le rhéotome n'est nullement nécessaire. Le circuit galvanométrique peut rester constamment fermé. Seulement, il faut alors que la longueur de l'espace dérivé soit un peu grande, par exemple de 3 mm. au moins. Même avec une boussole médiocrement sensible, on voit alors chaque fois, comme premier (et souvent unique) effet de l'excitation, une déviation de l'image scalaire dans le sens indiqué.

La première conclusion à tirer de ces faits, c'est que, *lors de*

[1]) Une exception unique est offerte par l'expérience 8 (N° XV), communiquée en détail à la fin de ce Mémoire. Cette expérience ne me paraît pas suffire pour ébranler la loi ci-dessus énoncée, qui a du reste été confirmée aussi par les recherches postérieures de M. Marchand.

l'excitation, *chaque partie du muscle ventriculaire acquiert transitoirement une activité électro-motrice négative*, *et qu'à partir du point excité*, n'importe où il se trouve, *cette négativité se propage dans tous les sens à travers le cœur*, de la même manière que le fait la contraction, d'après mes recherches antérieures.

Lorsque le ventricule est excité *par l'intermédiaire des oreillettes*, et qu'une dérivation, inefficace dans l'état de repos, est établie à la base et à la pointe du ventricule, on trouve que la base, par rapport à la pointe, développe d'abord une activité négative, et ensuite — du moins fréquemment — une activité positive. Ce résultat s'observe aussi bien quand le cœur bat spontanément [1]) que lorsque l'oreillette est excitée artificiellement durant l'arrêt de Stannius. Comme la négativité de la base ne commence qu'au moment où la contraction de l'oreillette est terminée, elle ne peut être mise sur le compte d'une excitation produite par l'oreillette, ce qu'indique d'ailleurs aussi la force notable de l'action, comparée à la faiblesse de celle qu'on observe lorsque la dérivation porte directement sur l'oreillette. On doit donc admettre que, *dans les conditions normales*, *l'excitation du ventricule commence à la base.* De plus, il est très probable que, directement, elle se produit *seulement* à ce niveau. Cela serait aussi en harmonie avec le fait anatomique que c'est seulement à la base, ou près de la base, qu'on découvre des terminaisons nerveuses dans les faisceaux musculaires.

2. Particularités relatives à la forme et à la marche successive de l'oscillation.

C'est principalement lors de l'excitation directe, au moyen du rhéotome, du ventricule extrait du corps, que j'ai cherché à déterminer aussi exactement que possible la forme et la marche

[1]) Les tentatives que j'ai faites pour manifester les courants d'activité du cœur chez l'homme vivant sont restées jusqu'ici sans résultat. Les conditions de la dérivation paraissent être trop défavorables. Il faudra sans doute attendre qu'il se présente un cas d'ectopie du cœur.

de l'oscillation électrique. Dans chacune de mes expériences la durée de la dérivation du courant cardiaque était constante (ordinairement de 0″,06), et ne s'élevait qu'à une petite fraction de la durée totale de l'oscillation; chacune de ces expériences, en outre, comprenait des mesures nombreuses et toujours séparées par un autre intervalle de temps (ordinairement 0″,015, 0″,03, 0″,045 etc.) du moment de l'excitation. Il est donc permis d'exprimer la marche de chaque oscillation électrique par une courbe, dont les abscisses sont proportionnelles aux temps écoulés depuis l'instant de l'excitation, temps qui se déduisent de la position du curseur du rhéotome, tandis que les ordonnées sont proportionnelles aux déviations de l'aiguille du galvanomètre.

Les courbes ainsi obtenues, représentant 96 expériences, ont en général des formes simples et régulières, et, ce qui mérite surtout d'être remarqué, elles offrent, à circonstances égales, une grande similitude, et par contre, dans des conditions dissemblables, des différences caractéristiques, qui jettent du jour sur nombre de questions des plus importantes.

La fig. 1, Pl. I, montre la marche de l'oscillation double, telle qu'elle résulte de la moyenne de 33 expériences, dans lesquelles la longueur de l'espace dérivé mesurait 3 à 3,5 mm., sa distance des électrodes excitantes en moyenne 2 mm., et la durée de la dérivation en moyenne 0″,057. Chaque longueur de 5 mm. correspond, sur l'abscisse, à une durée de 0″,02, sur l'ordonnée, à *une* division de l'échelle des déviations galvanométriques. Les neuf points unis en une courbe sont: α. le début de l'oscillation (calculé au moyen des positions du curseur qui ne donnent encore lieu à aucun écart, mais qui précèdent immédiatement la première déviation observée); β. la première déviation (moyenne des valeurs directement mesurées); γ. et δ. les demi-maxima de la négativité (moyenne des demi-maxima, ordinairement trouvés par construction, des diverses expériences particulières); — M le maximum de la négativité (déterminé comme β.); ε. le point d'indifférence entre les déviations négative et positive (déterminé en partie directement, par l'observation, et

en partie par construction); + M le maximum de la positivité (déterminé comme — M); ϑ. les deux tiers du maximum de la positivité, dans la partie décroissante de l'oscillation (point déterminé comme γ et δ); η. la fin de l'oscillation (calculée au moyen des positions du curseur pour lesquelles la déviation cessait d'être sensible).

Une similitude réelle de forme s'observe entre la fig. 1 et la fig. 2, qui représente la marche moyenne de l'oscillation dans 10 expériences, où la longueur de l'espace dérivé était de 5—6 mm., sa distance au point excité inférieure à 1 mm., et la durée moyenne de la dérivation de 0″,050. La signification des unités de longueur des abscisses et des ordonnées, ainsi que celle des lettres, est la même que dans la fig. 1.

Les fig. 3—7 représentent en outre isolément quelques-unes des expériences qui ont donné une oscillation double. Les unités des ordonnées sont les mêmes que dans les fig. 1 et 2. Les nombres marqués sur l'abscisse indiquent les positions du curseur. L'unité correspond à la centième partie de la durée de révolution actuelle du rhéotome. L'excitation était toujours produite lorsque le curseur se trouvait à 0. Chacun des points réunis en une courbe correspond à une mesure. La direction des flèches indique l'ordre successif des mesures. Dans chacune des fig. 4—7 sont représentées deux expériences (*a* et *b*), faites l'une après l'autre sur le même cœur. Le détail des conditions particulières est donné dans le tableau suivant. La lettre *i* y marque la longueur de l'espace dérivé, *d* sa distance aux électrodes excitantes (les électrodes dérivantes et les électrodes excitantes se trouvaient toujours sur une même ligne droite), *U* la durée de révolution du rhéotome, *T* la durée de la fermeture du circuit galvanométrique, *r* la distance des bobines (un grand élément de Grove dans le circuit primaire).

Fig.	N°. de l'expérience.	*i*	*d*	*U*	*T*	*r*	Lieu de l'excitation.
3	XX	3,5 mm	0 mm	3 Sec.	0.06 Sec.	6 cm	Base
4	XIX	3 ″	< 1 ″	3 ″	0,06 ″	6 ″	Pointe
5	XXII	3 ″	3 ″	3 ″	0,06 ″	8 ″	Pointe
6	II	5 ″	< 1 ″	4 ″	0,08 ″	6 ″	Pointe
7	VI	6 ″	< 1 ″	3 ″	0,03 ″	6 ″	Base

Le même caractère de régularité se retrouve dans les courbes relatives aux cas où l'on n'a observé qu'une oscillation simple, c'est-à-dire où manquait la seconde déviation (positive). La fig. 8 en fournit un exemple: elle représente les résultats de six expériences (N° XV) exécutées successivement sur un seul et même cœur, dans l'ordre indiqué par les lettres et les flèches [1]). Entre le début de la première expérience (*a*) et la fin de la dernière (*f*) il s'écoula plus de trois quarts d'heure; *i* avait une valeur de $3^{mm},5$, *d* de 3 mm., *U* de 3 sec., *T* de $0^{sec.},06$, *r* de 5 cm.; les électrodes excitantes étaient appliquées à la pointe du cœur.

La fig. 9 donne d'autres exemples d'oscillations doubles et simples, sur lesquels nous reviendrons plus loin.

Considérée maintenant dans ses caractères spéciaux, l'oscillation excitatoire donne lieu aux remarques suivantes.

L'oscillation paraît commencer, *au point excité*, *immédiatement après que l'excitation a été appliquée.* Dans aucun des cas où *d* était égal à 0, et même dans la majorité de ceux où *d* s'élevait à $\frac{1}{2}$—1 mm., si un effet quelconque avait encore lieu, on ne pouvait observer un stade d'action latente. Moins de 0,015 sec. après l'excitation, on obtenait déjà des déviations sensibles. La durée du stade d'action latente est donc, en tout cas, inférieure à cette valeur, et même très notablement inférieure, comme il est permis de le conclure de la forme des courbes d'oscillation dans la partie où elles s'élèvent. Si elle n'est pas nulle, on peut au moins la négliger entièrement par rapport à la durée de l'oscillation excitatoire, ainsi que par rapport à la durée du stade latent de la contraction.

Le *stade de négativité croissante* a une durée moyenne d'environ 0,09 sec. Dans le cas d'excitation directe du ventricule, le calcul a donné pour ce stade, comme moyenne de

---

[1]) Un petit commencement d'écart positif a été omis dans la figure. Pour les détails de cette expérience, qui forme l'exception mentionnée plus haut, voyez l'appendice, où elle est communiquée *in extenso*.

10 expériences, où $i = 0$ à 2 mm., une valeur de 0,075 sec.
55 „ „ $i = 3$ „ 3,5 „ „ „ „ 0,090 „
18 „ „ $i = 5$ „ 6 „ „ „ „ 0,090 „;

dans le cas d'excitation indirecte, appliquée à l'oreillette, durant l'arrêt de Stannius, le calcul a donné, comme moyenne de

4 expériences, où $i = 5$ à 6 mm., une valeur de 0,06 sec.

Dans quelques expériences, très peu nombreuses il est vrai, le maximum de la négativité (— M) a déjà été observé moins de 0,03 sec. après l'excitation, et dans aucun cas il ne s'est fait attendre plus de 0,12 sec. après la première déviation. Il est donc probable que — M tombe toujours (comme dans les muscles ordinaires) *avant* le début de la contraction, puisque celle-ci, d'après les mesures que j'ai exécutées dans les mêmes conditions sur le cœur de la grenouille [1]), ne commence certainement pas plus tôt que 0,1 sec. après l'excitation, et même notablement plus tard suivant M. Marchand [2]). Je rappellerai aussi que dans les expériences de M. Donders sur le cœur du lapin [3]), la partie de l'oscillation qui agissait comme excitant pour la contraction secondaire précédait de $\frac{1}{70}$ de seconde la systole du ventricule; de même, quand on opère sur le cœur de la grenouille, la contraction secondaire s'observe un instant avant la systole du ventricule, ou du moins jamais plus tard que le début de celle-ci. A mesure que la préparation perd sa vitalité, la durée du stade de négativité croissante augmente notablement, souvent même en dépit de la diminution des déviations maxima. La durée déduite de toutes les premières expériences des diverses séries exécutées sur différents cœurs a été:

---

[1]) *Ueber die Leitung der Erregung im Herzmuskel*, dans: Pflüger's *Archiv*, t. XI, 1870, p. 468.

[2]) *l. c.*, p. 514 et suiv.

[3]) F. C. Donders. *De secundaire contracties, onder den invloed der systolen van het hart, met en zonder vagus-prikkeling*, dans: *Onderzoek. phys. lab. Utrecht*, 3e sér., I, 1872, p. 253, Note.

pour $i = 5$ à 6 mm., en moyenne de 5 cas, 0,087 sec.
„ $i = 3$ „ 3,5 „ „ „ „ 14 „ 0,079 „ ;

déduite des dernières expériences des mêmes séries, la durée a été:

pour $i = 5$ à 6 mm., en moyenne de 5 cas, 0,093 sec.
„ $i = 3$ „ 3,5 „ „ „ „ 13 „ 0,101 „

On peut bien admettre que le développement de la négativité en chaque point a réellement lieu avec plus de lenteur à mesure que la mort fait des progrès. Mais il faut tenir compte aussi du décroissement que subit, par suite de ces mêmes progrès, la vitesse de propagation (voir plus loin). Ce décroissement occasionne un accroissement du temps durant lequel les éléments en activité négative se trouvent à portée des électrodes dérivantes, et il permet par conséquent une sommation plus longue des actions élémentaires. Lorsque la distance *i* des points de dérivation est très courte, une autre circonstance peut encore faire sentir son influence. Avec une vitesse de propagation normale, l'onde de négativité pourra alors être arrivée déjà à la seconde électrode avant que, à la première, soit déjà parvenu le sommet de la négativité. La déviation maximum — M pourra donc être affaiblie et retardée par rapport au moment de l'excitation. Naturellement, cela aura lieu à un degré d'autant moindre que le décroissement de la vitesse de propagation sera plus avancé. Ainsi, voilà encore, mais seulement dans le cas où *i* est très petit, une cause par laquelle la durée du stade de négativité croissante doit augmenter à mesure que la vitalité s'éteint.

Au sujet de *la forme de l'accroissement de la négativité*, les courbes nous renseignent suffisamment. Elles montrent que l'accroissement se fait d'une manière *continue* et à peu près en ligne droite, avec une légere augmentation de vitesse au début. Cette continuité de marche, qui persiste même en cas de réduction extrême des durées de dérivation ou en cas d'excitation indirecte par l'intermédiaire de l'oreillette, et qui se trouve aussi dans la partie descendante de la courbe d'oscillation, dont il va être

question tout à l'heure, cette continuité fournit une nouvelle preuve que *la systole est une simple secousse*, et non un tétanos [1]).

Le *stade de négativité décroissante* présente en général une durée notablement plus longue et une forme plus compliquée de la courbe d'oscillation. Presque toujours il commence immédiatement à la fin du stade de négativité croissante. Dans un petit nombre de cas (5*b* et 6*b*) la déviation — M se répéta, mais jamais pour plus de deux positions successives du curseur. Il est probable que le maximum de la négativité tombait alors dans l'intervalle entre les deux mesures — M.

Quand le décroissement va, comme dans la plupart des cas, jusqu'à l'inversion du courant, la force passe généralement en ligne à peu près droite (fig. 1 et 2) de — M au maximum de la positivité (+ M), pour redescendre ensuite successivement jusqu'à 0. Dans un assez grand nombre de cas particuliers d'oscillation double, la courbe, à partir de — M, suit d'abord un cours modérément incliné sur l'abscisse, puis elle prend tout à coup une direction beaucoup plus redressée, qu'elle conserve jusqu'à + M, ou jusque tout près de + M. Cette particularité se voit entre autres très nettement dans les fig. 5*a*, 6*a* et 7*a*, et on en retrouve encore des indications dans les fig. 1 et 2.

La brusque accélération du décroissement de la force, dans les cas en question, a sans doute sa source dans l'arrivée de l'onde de la négativité à la seconde électrode, la plus éloignée. Cette conclusion devient particulièrement plausible en présence de cas tels que ceux représentés par les fig. 9 *aa* et 4 *a* et *b*. Dans la fig. 9, l'oscillation positive (a_1) ne commence que lorsque l'oscillation négative (*a*) est entièrement achevée, dans la fig. 4*a* et *b*, lorsqu'elle est achevée presque entièrement.

---

[1]) M. Marchand, qui est arrivé à la même conclusion, se demande avec raison comment une simple contraction peut produire le bruit musculaire qui paraît être un des éléments du premier ton cardiaque. Peut-être faut-il en chercher la source dans un frottement des faisceaux musculaires, résultant de leur contraction non simultanée (péristaltique).

D'après mes expériences, le temps nécessaire pour passer de — M à + M dépend très sensiblement de la longueur (i) de l'espace interpolaire et de l'âge de la préparation. En général, il diminue avec l'une et avec l'autre. Il s'élevait, en moyenne des

3 expér.	av. $i = 1$ à 2 mm.,	dans la	1e	demi-heure	après la prép.,	à 0″,050
6 "	" $i = 3$ " 3,5 "	"	" 1e	"	" " "	" 0″,091
8 "	" $i = 5$ " 6 "	"	" 1e	"	" " "	" 0″,120,

et en moyenne de

9 expér. av. $i = 3$ à 3,5 mm., dans la 3e demi-heure apr. la prép., à 0″,148.

Ces deux faits s'expliquent aisément. Le maximum positif sera atteint au moment où le sommet de l'onde de la négativité passe sous l'électrode la plus éloignée. Ce moment arrivera d'autant plus longtemps après — M, que l'onde aura à parcourir un plus long chemin jusqu'à la seconde électrode et que sa vitesse de propagation sera moindre. Cette vitesse, ainsi qu'il a déjà été dit, diminue de plus en plus à mesure que la vitalité s'affaiblit. Si, à l'aide des intervalles de temps écoulés entre — M et + M et des longueurs correspondantes i, on calcule la vitesse de propagation de l'onde de la négativité, on obtient effectivement des valeurs qui s'accordent très bien avec les valeurs mesurées directement dans des conditions pareilles (voir plus loin).

La déviation + M est, à très peu d'exceptions près, *plus petite* que la déviation correspondante — M. J'ai obtenu, comme moyenne des

33 expér.	avec $i = 3$ à 3,5 mm.,	pour — M	5,8 scal.,	pour + M	3,2 sc.
10 "	" $i = 5$ " 6 "	" — M	6,8 "	" + M	1,9 "

La durée moyenne de la dérivation était de 0,057 sec. dans le premier cas et de 0,050 sec. dans le second.

Sur un total de 47 expériences, la règle susdite n'a été trouvée en défaut que 4 fois, + M ayant été, dans ces cas, un peu plus grand que — M.

Il va sans dire que ces différences dans la valeur des deux maxima ne signifient pas nécessairement que la force de l'onde

ait varié d'une manière correspondante dans le parcours de l'électrode a à l'électrode b. Pour les expliquer, il n'est pas besoin d'une pareille hypothèse. Surtout le cas ordinaire ($-M > +M$) se comprend sans peine si l'on suppose qu'au moment où le sommet de l'onde de la négativité arrivait à l'électrode b, l'action négative n'avait pas encore disparu en a. Vu la brièveté de la distance i entre a et b, la grandeur considérable de la vitesse de propagation (voir plus loin) et la longue durée du développement local de la négativité, il n'est pas douteux que les choses se passent réellement ainsi dans la plupart des expériences. Il y aurait plutôt lieu de s'étonner que $+M$ ait jamais pu être trouvé plus grand que $-M$. Mais on doit considérer que des différences locales dans le pouvoir électro-moteur, dues à l'affaiblissement inégal de la vitalité, ainsi que des différences entre les conditions de la dérivation en a et en b (grandeur inégale de la surface de contact, grandeur et forme inégales de la masse musculaire extrapolaire, etc.) peuvent aussi déterminer entre $+M$ et $-M$ des différences dans le sens dont il est ici question.

Mes expériences ne révèlent aucune relation nette entre la position du point d'excitation à la surface du cœur et la nature ou la grandeur de la différence entre $+M$ et $-M$. Avec l'excitation à la pointe du cœur, j'ai trouvé, comme moyenne de 23 expériences ($i = 3 - 3{,}5$ mm.), le rapport de $-M$ à $+M = 1 : 0{,}56$; avec l'excitation à la base, comme moyenne de 10 expériences ($i = 3 - 3{,}5$ mm.), $= 1 : 0{,}50$.

C'est là de nouveau une circonstance indiquant que l'excitation se propage également bien dans le cœur, soit qu'elle monte, soit qu'elle descende. Pareillement, le rapport de fréquence entre les cas où l'oscillation positive faisait complétement défaut et ceux où il y avait deux oscillations en sens contraire, était le même, que l'excitation eût porté sur la pointe ou sur la base du cœur. Il y avait, en effet, sur

48 expér. avec excit. à la pointe, 29 cas d'oscillation double
29 „ „ „ „ „ base, 18 „ „ „ ,

ce qui, pour l'un et pour l'autre mode d'excitation, répond presque exactement au rapport 5 : 3. — M. Marchand (*l. c.*, p. 531) a vu l'oscillation positive manquer plus souvent lorsque l'excitation avait lieu à la pointe. Mais, le nombre de ses expériences (9) étant petit, on peut regarder ce résultat comme dû au hasard.

On aura remarqué que la valeur (relative et absolue) de la différence entre + M et — M a été trouvée beaucoup plus grande *quand l'espace interpolaire était plus long* que quand il était plus court. Pour $i = 3 - 3{,}5$ mm., la différence mesure 2,6 sc., pour $i = 5 - 6$ mm., elle est de 4,9 sc., sans compter que dans ce dernier cas la durée de la dérivation était en moyenne un peu plus courte que dans le premier ($0^s{,}050$ au lieu de $0^s{,}057$). On pourrait vouloir en conclure, avec quelque apparence de raison, que l'onde perd de sa force à mesure qu'elle progresse. Le nombre des expériences (10) où i avait une valeur un peu forte est toutefois si petit, eu égard à la grandeur des quantités dont les valeurs particulières de + M et de — M s'écartent de la moyenne, que le hasard ne peut encore nullement être regardé comme exclu du résultat en question. D'ailleurs, le lieu d'excitation touchant presque à l'électrode a lorsque i était un peu grand, un effet consécutif en a peut avoir déprimé dans un rapport plus notable la valeur de + M. Enfin, théoriquement, la conclusion ci-dessus est infirmée par ce fait important, sur lequel nous reviendrons plus loin, que l'oscillation excitatoire est, en chaque point, ou bien nulle, ou bien immédiatement maximum, c'ést-à-dire aussi grande que peut le permettre l'état réel de la substance musculaire. Il suit immédiatement de là, que des variations dans la force de l'excitation ne peuvent se produire durant la progression de l'onde, que si celle-ci touche des éléments musculaires différant, intrinsèquement, en pouvoir électro-moteur.

Dans le cas où + M = 0, c'est-à-dire où l'on n'observe qu'une *oscillation simple*, la force de — M descend graduellement jusqu'à zéro, et d'abord, à de rares exceptions près, avec une vitesse croissante, puis avec une vitesse décroissante. De même que dans

les expériences à oscillation double (voir ci-dessus), il se produit fréquemment, après que la force s'est un peu abaissée au-dessous de — M, une chute brusque et rapide, à laquelle succède alors plus tard un abaissement plus lent (voir fig. 8 et 9). De même aussi que dans les expériences susdites, l'accélération brusque de l'abaissement est sans doute l'expression de l'arrivée de l'onde de la négativité à la seconde électrode, comme le montre spécialement la comparaison des expériences, exécutées successivement sur le même cœur, dans lesquelles l'oscillation double primitive s'est finalement transformée, par l'aplatissement de plus en plus prononcé de l'onde positive, en une oscillation simple.

La *durée du stade de négativité décroissante*, dans les cas à oscillation simple, a été, comme moyenne de 19 expériences, où $i = 3 - 3{,}5$ mm, égale à $0^s{,}151$. Elle augmentait avec la grandeur de la déviation négative maximum et avec les progrès de la mortification (voir fig. 8), et souvent même, sous cette dernière influence, en dépit d'un décroissement simultané de — M. Il est probable que cette augmentation de durée tient aussi, d'une part à un ralentissement réel du décroissement local de la force, d'autre part au décroissement de la vitesse de propagation de l'onde.

La *durée totale de l'oscillation* dépend, d'après ce qui a été dit jusqu'ici, d'un très grand nombre de circonstances. Dans les cas à oscillation double je l'ai trouvée, comme moyenne de 47 expériences, égale à $0^s{,}436$; dans les cas à oscillation simple, comme moyenne de 26 expériences, égale à $0^s{,}211$, c'est-à-dire réduite presque exactement à la moitié.

La durée locale de l'activité électro-motrice négative pourra en conséquence être évaluée, en moyenne, à $0'',2$ au moins. La plus grande valeur que j'aie mesurée (oscillation double) dépas-

sait $1^s,5$. Ici, toutefois, il y avait très probablement en jeu un effet consécutif dont nous avons déjà indiqué la nature en commençant (excitation trop forte au voisinage immédiat d'une des électrodes dérivantes). On peut supposer que telle est aussi la raison pour laquelle M. Marchand a trouvé, en moyenne, une valeur plus forte que moi. Dans ses expériences, en effet, la distance du point excité au point de dérivation le plus proche mesurait „tout au plus 1 mm." Néanmoins, une partie de la différence est peut-être imputable à l'inertie relative des grenouilles dont il se servait, inertie qui se décèle aussi en ce que la durée de la contraction et de son stade latent était plus longue que pour les animaux mis en expérience à Utrecht, et plus longue à peu près dans le même rapport que l'oscillation.

En tout cas, pour un cœur battant régulièrement, la durée de l'oscillation ne surpassera pas celle d'une période cardiaque. Mais, d'autre part, elle est, non-seulement d'une manière absolue, mais aussi par rapport à la durée de la contraction, beaucoup plus grande que ne l'est, d'après la plupart des expériences connues, la durée de l'oscillation des muscles striés ordinaires, dans le cas de secousse maximum. Ceci, évidemment, est en relation de cause avec quelques autres faits que nous mentionnerons tout à l'heure et qui concernent la force de l'oscillation.

3. Force électro-motrice de l'oscillation excitatoire.

Mes expériences ne donnent pas seulement quelques lumières sur la marche successive de l'oscillation excitatoire, mais aussi sur la *grandeur de la force électro-motrice* de cette oscillation et sur la manière dont cette force dépend de différentes conditions.

En premier lieu se présente la question de savoir quel est le *rapport entre l'intensité de l'excitation et la force de l'oscillation.* Ainsi que nous l'avons déjà annoncé sommairement, on constate ici ce fait très important au point de vue théorique (et bienvenu pour l'expérimentateur), que *la force de l'oscillation ne dépend que de l'état de la substance musculaire cardiaque*, *et non de*

l'intensité de l'excitation: elle est ou bien nulle, ou bien la plus grande qui soit possible au moment donné.

Cette force est donc soumise à la même loi que M. Bowditch [1]) a le premier mise hors de doute pour la grandeur de la contraction.

Les expériences suivantes en fournissent la preuve.

Le ventricule du cœur ayant été extrait et préparé comme il a été dit précédemment, une dérivation inactive était établie en deux points de la surface naturelle, distants d'environ trois millimètres l'un de l'autre. Les courants d'induction excitateurs étaient amenés au cœur par l'une des deux pointes d'argile dérivatrices (a), tandis que l'autre électrode excitatrice était constituée par une bande de papier buvard humectée d'une solution de sel marin à ½ pour cent, bande sur laquelle le cœur était couché, en la touchant par une large surface. Le courant étant ainsi plus concentré en a, l'excitation ne devait se produire d'abord qu'à l'extrémité a de la pointe d'argile. Au plus tard $0^s,005$ après l'excitation, le circuit galvanométrique était fermé au moyen du rhéotome différentiel, soit d'une manière permanente, soit pour différentes fractions de seconde.

Aucune trace d'action ne se manifestait alors tant que la spirale secondaire n'avait pas été avancée assez près de la spirale primaire pour qu'il s'ensuivît une contraction. A ce moment, le premier effet était d'emblée une oscillation maximum — ou du moins ne différant du maximum que dans la limite des écarts qui se produisent aussi en d'autres circonstances — oscillation dans le sens connu, celui de la négativité de l'électrode a.

Un seul exemple suffira.

Grande *Rana esculenta*. Cerveau et moelle épinière détruits et cœur excisé à 12 h 20′. $i = 4$ mm. 1 Daniell. Grand appareil à chariot. Dans l'état de repos, aucun courant sensible. Fermeture permanente du circuit $0^s,005$ après l'excitation.

---

[1]) H. P. Bowditch, *Ueber die Eigenthümlichkeit der Reizbarkeit, welche die Muskelfasern des Herzens zeigen*, dans: *Berichte der K. Sächs. Gesellsch. d. Wissenschaften. Mathem.-physik. Classe*, 1871, p. 652.

Temps.	Distance des bobines.	Déviation.	Contraction.
12 h 30′	10,5 cm.	23,5 scal.	produite
» 31′ 30″	11,0 »	0,0 »	non »
» 32′	10,5 »	24,0 »	produite
» 32′ 30″	10,7 »	0,0 »	non »
» 33′	10,5 »	24,5 »	produite
» 33′ 30″	10,0 »	25,5 »	»
» 34′	9,5 »	25,0 »	»
» 34′ 30″	9,0 »	25,0 »	»
» 35′	8,0 »	24,5 »	»
» 35′ 30″	7,0 »	24,5 »	»
» 36′	8,0 »	25,0 »	»
» 36′ 30″	9,0 »	24,0 »	»
» 37′	10,0 »	0,0 »	non »
» 37′ 30″	9,5 »	0,0 »	»
» 38′	9,0 »	24,5 »	produite.

Entre deux excitations successives, l'état d'inactivité complète se rétablissait chaque fois.

Le résultat était le même en cas d'excitation extrapolaire: le galvanomètre n'accusait pas la moindre action aussi longtemps que l'excitation était trop faible pour provoquer une onde de contraction. Mais, l'action galvanométrique une fois produite, on ne pouvait l'accroître d'une manière sensible en augmentant de nouveau la force de l'excitation.

A priori, ce résultat ne devait pas, ce me semble, être attendu nécessairement. L'oscillation excitatoire aurait pu croître entre certaines limites avec la force de l'excitation, et ne provoquer l'acte mécanique de la contraction qu'après avoir dépassé une certaine valeur [1]). La raison pour laquelle le cœur n'éprouve que des secousses maxima aurait alors dû être cherchée dans les propriétés des molécules contractiles, lesquelles molécules ne

---

[1]) Il est vrai qu'on aurait pu objecter à cette hypothèse le fait observé par M. Bowditch (*l. c.*, p. 672), que la grandeur d'une secousse du cœur n'est influencée par une excitation précédente que dans le cas où cette excitation a elle-même provoqué une secousse.

sont pas identiques, je crois l'avoir montré [1]), avec celles qui sont le siége des phénomènes électriques et le véhicule de l'excitation, et qui peuvent être distinguées des premières sous le nom de molécules nerveuses. — Mais en présence du résultat auquel nous venons d'arriver, on est conduit à penser que les molécules contractiles, prises en elles-mêmes, pourraient bien se raccourcir à des degrés très divers, proportionnels à la force de l'excitation, et que si elles ne le font pas, c'est parce qu'en réalité elles sont toujours excitées au maximum (peut-être au-delà du maximum) par l'intermédiaire des molécules nerveuses, beaucoup plus impressionnables.

Quoi qu'il en soit, on peut maintenant admettre qu'une excitation efficace dégage toujours, d'un seul coup, toute la quantité d'énergie potentielle qui est disponible pour des effets d'excitation dans les éléments musculaires du cœur. Ceux-ci, à la suite d'une excitation quelconque, pourvu qu'elle soit efficace, éprouvent donc un *épuisement complet*, et non pas seulement un épuisement partiel, comme il arrive pour les éléments des nerfs et des muscles ordinaires. Ainsi s'explique manifestement l'action si remarquablement fatigante de la systole, qui s'accuse par le long intervalle de repos (chez la grenouille, en moyenne, presque une seconde) qui, après chaque secousse du ventricule, doit s'écouler avant qu'une nouvelle onde de contraction puisse parcourir le muscle [2]). Entre cette fatigue et la longue durée susmentionnée de l'oscillation excitatoire, nous pouvons bien admettre

---

[1]) *Contractilität und Doppelbrechung*, dans: Pflüger's *Archiv*, t. XI, 1875, p. 480 et suiv.

[2]) Si une série d'excitations (décharges d'induction), qui à des intervalles de 2 ou d'un plus grand nombre de secondes auraient donné chaque fois une secousse, c'est-à-dire auraient été „infaillibles", sont appliquées au ventricule excisé à des intervalles de moins de 1 seconde, la première excitation est seule suivie d'une systole, les autres tout au plus d'une faible action locale. Evidemment, on a ici tout à fait la même chose que ce que j'ai décrit jadis (Pflüger's *Archiv* II, 1869, p. 271 sq., III, 1870, p. 323 sq., IV, 1871, p. 3 sq.) pour l'uretère et pour les muscles et les nerfs ordinaires, à savoir, le phénomène qui plus tard a aussi été observé sur les muscles ordinaires par M. Bernstein

une relation de cause à effet. — Ces résultats ont une importance capitale, car ils nous apprennent que *le cœur ne peut jamais être affecté d'un tétanos vrai* (oscillatoire), sauf peut-être en cas d'excitation tétanique directe et simultanée de tous les éléments musculaires individuels, ce qui, dans la réalité, ne peut pas se produire aisément. Toujours en cas d'excitation naturelle partant de l'oreillette, et presque toujours en cas d'excitation artificielle directe du ventricule, la stimulation ne porte que sur un nombre borné de points, à partir desquels elle doit se communiquer au reste de la substance musculaire par voie de conduction. Or cela n'est possible qu'après une pause assez longue. Une superposition d'ondes d'excitation, telle qu'on l'observe dans les muscles ordinaires, ne peut avoir lieu dans le cœur, attendu que la durée locale de l'oscillation excitatoire est plus courte que l'intervalle de repos nécessaire pour le recouvrement du pouvoir conducteur.

Lorsque le cœur a perdu son pouvoir conducteur, mais qu'il est encore excitable localement et, ce qui alors a toujours lieu, encore en possession d'une force électro-motrice latente notable [1]), la grandeur de l'oscillation observée au galvanomètre est loin d'avoir toujours une valeur soit nulle soit maximum, comme c'est le cas lorsque l'organe est encore doué du pouvoir conducteur. Si l'expérience est disposée comme ci-dessus, de manière que l'une des aires (a) de dérivation (inactive) soit en même temps le lieu d'entrée des courants excitateurs et le lieu de

---

et d'autres, et décrit par eux sous le nom de „secousse initiale". Je remarque encore que la seconde excitation ne provoque pas d'onde même alors que, après une courte pause, elle a frappé le cœur en un *autre* point que la première. En opérant ainsi, les actions secondaires nuisibles, que la première excitation directe pourrait produire (et qu'elle produit indubitablement quand elle est très forte) sont entièrement exclues comme causes possibles de l'inefficacité de la seconde excitation. V. aussi Marey. *Des excitations artificielles du cœur*, dans: *Travaux du laborat. de* M. Marey, II, 1876, p. 93 et suiv.)

[1]) Cet état se développe régulièrement dans le cours de la mort ordinaire, et aussi à la suite de l'empoisonnement par la muscarine.

densité maximum du courant, on verra de nouveau, après chaque excitation dépassant un certain degré d'énergie, degré assez notable, le point *a* devenir passagèrement[1]) électro-négatif, et la force de l'oscillation se montrera alors, entre des limites passablement larges, proportionnelle à l'énergie de l'excitation.

Cela résulte simplement, sans nul doute, de ce que le nombre des points excités en *a* croît avec la densité du courant, de ce que l'excitation directe s'étend sur une surface plus grande. Lorsque, au contraire, la substance musculaire possède encore le pouvoir conducteur, le nombre des points qui éprouvent l'excitation est toujours le même, à savoir, le plus grand possible, parce que l'excitation d'un seul point suffit pour mettre tous les autres en branle, par voie de conduction.

En ce qui concerne la *grandeur absolue de la force électromotrice*, on peut d'abord dire avec certitude qu'elle est du même ordre que celle des sections transversales artificielles. On peut ajouter, avec beaucoup de probabilité, qu'elle ne surpasse jamais la force latente qui existe en même temps, c'est-à-dire, la force qu'on peut obtenir en pratiquant une section transversale au point donné.

D'une part, en effet, quand on dérive de la section longitudinale naturelle et d'une section transversale artificielle toute *fraîche* et pas trop petite, on n'observe jamais, à la suite d'une excitation, l'inversion du courant, mais seulement son affaiblissement, ou tout au plus sa disparition totale. Dans le cas du décroissement de la force manifeste, au contraire, l'inversion, ainsi que je l'ai déjà mentionné antérieurement [2]), se produit très habituellement et, ce qui était facile à prévoir, d'une manière

---

[1]) Dans ces conditions, la durée de l'oscillation est considérablement augmentée, surtout celle du stade de négativité décroissante. Elle peut s'élever à plusieurs minutes. L'effet électromoteur peut alors aussi être notablement renforcé par la sommation des excitations, ainsi qu'il ressort de l'expérience 9, communiquée à la fin de ce Mémoire.

[2]) *Proc.-verb. Kon. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam*, 1873, N°. 2, séance du 28 juin 1873, et Pflüger's *Archiv*, XV, 1877, p. 142.

d'autant plus prononcée que la force manifeste a subi une dépression plus grande, et la force latente une dépression moindre.

D'autre part, les déviations maxima déterminées par les oscillations excitatoires n'atteignent jamais les valeurs que donnent, à conditions égales (même durée de fermeture, même résistance, même sensibilité de la boussole), des courants constants dérivés du compensateur et ayant une force à peu près égale à la force moyenne des sections transversales fraîches du cœur. Des courants d'une force de 0,03 D donnaient, avec une durée de fermeture de $0^s,03$, une déviation moyenne d'un peu plus de 15 divisions de l'échelle, tandis que le plus grand écart observé pour une oscillation excitatoire ne s'élevait, dans les mêmes conditions, qu'à 14 divisions.

A mesure que la vie s'éteint, naturellement la force des oscillations baisse, mais d'ordinaire très lentement (v. fig. 8 et 9), comme le fait d'ailleurs aussi la force latente. Au début, on observe fréquemment un accroissement des écarts (v. fig. 4, 5, 7, 8, 9), ce qui dans la plupart des cas est probablement en rapport avec l'accroissement d'excitabilité qu'on peut constater en même temps. Il importe de remarquer aussi que la force présente le phénomène que M. Bowditch désigne sous le nom de „Treppe" (escalier), phénomène sur lequel j'espère revenir plus tard. Dans les expériences actuelles il n'a guère pu intervenir d'une manière sensible, attendu que les intervalles entre les excitations successives étaient assez longs (20 ou 30 sec.).

4. Vitesse de propagation de l'onde excitatoire dans le cœur.

La détermination de la vitesse v avec laquelle l'onde de négativité parcourt le cœur peut se faire de deux manières différentes: d'abord, en mesurant la durée du stade latent τ de l'oscillation pour des distances variables d entre le point excité et le lieu de

la dérivation, et, secondement, en mesurant le temps Δt qui s'écoule entre le maximum négatif et le maximum positif des oscillations doubles, pour une longueur connue de l'espace interpolaire i.

Dans le premier cas, on pourrait d'abord être tenté de prendre pour base du calcul les *valeurs absolues* de τ et des distances correspondantes d [1]). Mais ce moyen doit être rejeté, à cause de la faible grandeur des valeurs d et de l'impossibilité de limiter exactement le lieu de la dérivation, quand on emploie l'électricité comme agent d'excitation. La distance mesurée directement, d, sera en général un peu plus longue que la distance réelle, δ, entre le point de départ de l'onde et le lieu de la dérivation, et cette différence aura naturellement d'autant plus de poids, que la valeur d sera plus petite. Pour $d = 1$ mm., δ pourrait facilement ne s'élever qu'à ½ mm., ou même à moins. Aussi, en calculant de cette manière la vitesse de propagation, trouve-t-on pour v des valeurs d'autant plus grandes que celle de d est plus petite. C'est ce que montre, incidemment, le petit tableau ci-dessous, qui donne les moyennes d'un certain nombre de valeurs obtenues pour τ et v dans des conditions aussi égales que possible et sur des préparations tout à fait fraîches.

Nombre des expér.	d	τ	v
13	1 mm.	0s,00105	952,3 mm.
11	3 „	0s,048	62,5 „
3	4 „	0s,095	42,1 „

L'erreur que ces chiffres mettent en évidence sera évitée si l'on prend pour base du calcul de v les *différences* (Δd) de d et les différences correspondantes ($\Delta \tau$) de τ.

Voici d'abord les valeurs moyennes de τ, telles qu'elles résultent de toutes mes expériences, pour trois valeurs différentes de d:

---

[1]) Ce qui semblerait l'autoriser, c'est l'observation que, pour $d = 0$, on paraît avoir aussi $\tau = 0$ (voir plus haut).

Nombre des expér.	d	τ
27	1 mm.	0s,0300
34	3 „	0s,1338
8	4 „	0s,1818

On déduit de là:

Δd	$\Delta \tau$	v
pour $d_4 - d_1 = 3$ mm.	0s,1513	19,8 mm.
$d_3 - d_1 = 2$ „	0s,0963	20,8 „
$d_4 - d_3 = 1$ „	0s,0963	20,9 „

Avec ces résultats, qui confirment mes évaluations antérieures [1]), obtenues par l'observation directe de l'onde de contraction, s'accordent aussi les valeurs de v calculées d'après la seconde méthode, à l'aide des intervalles de temps Δt entre les maxima positifs et négatifs des oscillations doubles, et des valeurs correspondantes de i.

Comme moyenne de 26 expér., dans lesquelles $i = 3-3,5$ mm., j'ai trouvé $\Delta t = 0^s,140$, d'où $v = 23,2$ mm.

Des valeurs plus fortes sont données par 10 expériences, dans lesquelles $i = 5 - 6$ mm. Ici, Δt mesurait en moyenne $0^s,147$, d'où $v = 37,4$ mm.

Cette valeur plus forte s'explique suffisamment par la circonstance que, des 10 expériences mentionnées en dernier lieu, 8 tombaient dans la première demi-heure après la préparation du cœur, tandis que, des 26 autres, plus de la moitié se rapportaient à un moment postérieur [2]). Or, à mesure que la préparation est plus ancienne, la vitesse de propagation décroît très notablement, ainsi que je l'avais aussi déjà indiqué [3]). Ce fait ressort d'une manière frappante quand (à l'aide des différences

---

[1]) *Ueber die Leitung der Erregung im Herzmuskel*, dans: Pfluger's *Archiv*, t. XI, 1875, p. 480.

[2]) Peut-être faut-il aussi tenir compte de ce que, à cause de la grande valeur de i, d devait être très petit (moins de 1 mm.). Dans ces conditions, il se pourrait que i fût en réalité au-dessous de 5—6 mm.

[3]) *l. c.*, p. 480.

$\Delta\tau$ et Δt) on calcule séparément les valeurs moyennes de v pour toutes les expériences de la première, de la seconde et de la troisième demi-heure après la préparation.

En ordonnant ainsi toutes mes expériences, j'obtiens d'abord pour τ les nombres ci-dessous:

Temps.	Nombre des expér.	d	τ
1ère demi-heure.	13	1 mm.	0s,001
	11	3 „	0 ,048
	3	4 „	0 ,095
2e demi-heure.	6	1 „	0 ,053
	9	3 „	0 ,130
	2	4 „	0 ,202
3e demi-heure.	8	1 „	0 ,066
	15	3 „	0 ,192
	4	4 „	0 ,255

Le calcul conduit ensuite aux valeurs du tableau suivant:

		1ère demi-heure.		2e demi-heure.		3e demi-heure.	
	Δd	$\Delta\tau$	v	Δ	τ	Δ	τ
d_4-d_1	3 mm.	0s,0940	32,0 mm.	0s,1675	18,0mm.	0s,189	15,9mm.
d_3-d_1	2 „	0 ,0470	42,5 „	0 ,0950	21,1 „	0 ,126	14,3 „
d_4-d_3	1 „	0 ,0470	21,3 „	0 ,0725	13,8 „	0 ,063	15,9 „

Mais ce ne sont pas seulement les valeurs moyennes de l'ensemble des séries expérimentales qui montrent la dépendance existant entre la vitesse de propagation et l'âge de la préparation; elle se manifeste aussi dans les nombres de presque chaque série particulière un peu longue. Un exemple en est offert par la fig. 9 (Expér. N°. XXIX), qui représente 4 oscillations observées sur le même cœur: *a* tombait environ 10 à 15 min. après l'excision du cœur, *b* environ 20 min après *a*, *c* le même nombre de minutes après *b*, *d* environ une heure après *c*. On avait approximativement $i = 3$ mm., $d = 3$ sec., $U = 3$ sec., $T = 0^s,03$. L'excitation se faisait à la base du cœur, avec une distance de bobines de 6 cm. pour *a*, de 4 cm. pour *b*, et de 2 cm. pour *c* et *d* (1 Grove). (Voir aussi les détails de la 4e expér. (N°. XII), communiquée dans l'appendice).

D'après les nombres qui précèdent, on peut admettre que, dans les conditions où les expériences ont eu lieu, la vitesse de propagation moyenne de l'onde excitatoire est d'environ 35—40 mm. dans la première demi-heure après la préparation, d'environ 20 mm. dans la seconde demi-heure, d'environ 15 mm. dans la troisième. Elle paraît donc décroître d'abord plus vite, ensuite plus lentement, comme on pouvait d'ailleurs s'y attendre à priori. Provisoirement, il est impossible de dire à combien elle s'élève pour le cœur à l'état d'intégrité; on peut présumer toutefois qu'elle dépasse en moyenne 50 mm. (chez la grenouille). En ne combinant que les premières de mes expériences, qui tombent toutes à peu près entre la 10e et la 20e minute après l'excision du cœur, je trouve

	Δd	$\Delta \tau$	v
$d_4 - d_1$	3 mm.	0s,075	40,0 mm.
$d_3 - d_1$	2 „	0 ,041	48,8 „
$d_4 - d_3$	1 „	0 ,034	29,3 „

Ces valeurs de v dépassent encore, comme on le voit, les valeurs moyennes résultant de toutes les expériences faites dans la première demi-heure, et il n'y a par conséquent pas de doute qu'elles ne soient encore au-dessous des valeurs que v avait, pour les mêmes cœurs, avant l'excision.

Toutes mes expériences rhéotomiques ont eu lieu à des températures comprises entre 12 et 16° C. Elles ne nous apprennent donc rien concernant le rapport qui existe entre la vitesse de propagation et le degré de chaleur du cœur. Il est certain que v croît entre de larges limites avec la température [1]); aussi reconnaît-on immédiatement que la vitesse de propagation est beaucoup plus grande dans le cœur frais des animaux à sang chaud que dans le cœur fraîchement préparé de la grenouille. Du reste, même abstraction faite de l'influence de la température, sa valeur paraît être plus élevée chez les animaux à sang chaud.

---

[1]) Pour l'onde de contraction, j'ai démontré cette relation directement (Pflüger's *Archiv*, t. XI, 1875, p. 480.

Comme appendice à ce Mémoire, et afin d'éclaircir et de compléter les faits communiqués dans ce qui précède et représentés graphiquement sur la planche I, je donnerai encore les détails de quelques expériences. Pour toutes les particularités opératoires qui ne seront pas indiquées, je renvoie à la partie du texte où il est traité de la disposition des expériences.

EXPLICATION DES ABRÉVIATIONS.

i = longueur de l'espace interpolaire dérivé.
R = excitatation; *r* = distance des bobines; P = pause entre les excitations particulières.
d = distance des électrodes excitatrices au point de dérivation le plus proche.
U = durée de la rotation de l'axe du rhéotome.
T = durée de la dérivation.
Ek = force électromotrice entre les points de dérivation durant le repos (en degrés (Cpgr) du compensateur: 1 Cpgr = $\frac{1}{15000}$ D).
Sch = position du curseur. Sur une rotation on compte 100 unités de mouvement du curseur. A Sch = 0 avait toujours lieu l'excitation.
A = déviation de l'image de l'échelle (en divisions de l'échelle).
↑ = courant ascendant dans le cœur.
↓ = 〃 descendant 〃 〃 〃

A. Expériences présentant une oscillation double.

1. Exp. (N°. II). 26 février 1874.

10 h 10′. Cœur excisé, ventricule coupé près du sillon. Arrêt. Dérivation sur la face antérieure; $i = 5$ mm. R à la pointe, $d = 1$ mm. U = 4 sec. T = $0_s{,}08$.

De 10 h 17′ à 10 h 22′ excitations répétées: $r = 8$ cm. Il se produit des contractions spontanées, auxquelles on met fin en retranchant un peu de substance musculaire à la base. Electrodes appliquées comme précédemment.

Ek = 0 Cpgr.

10 h 25′. Commencement des expériences rhéotomiques. (P = 20 sec.

Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	93	2
99	2	92	1,5 ↓
98	10	〃	1,5
〃	10	91	0
97	10,5	92	0
〃	11,0 ↑	〃	1,0
96	8,0	93	2,0
〃	10,0	〃	3,0
95	5,5	〃	3,5 ↑
〃	9,0	94	5,0
94	0	〃	6,0
93	2,0 ↓	95	13,0

10 h 42′. Le cœur recommence à battre spontanément. Enlèvement d'une petite portion de substance musculaire à la base: arrêt. Electrodes appliquées comme précédemment.

Ek = 0 Cpgr.

10 h 48′ Reprise des expériences rhéotomiques $r = 6$ cm.

Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	93	6,0
0	0	92	3,0
99	0,5	〃	2,5 ↑
〃	1,0	91	1,5
98	9,0	〃	1,5
〃	8,0	90	0,5
97	9,5	〃	0,5
〃	10,5	89	1,0
96	10,0 ↑	〃	1,0
〃	10,0	88	1,5 ↓
95	9,5	〃	1,5
〃	9,0	87	4,0
94	7,0	〃	4,5
〃	7,5	86	0,0
93	6,5	〃	0,5 ↑

11 h 5′. Ek = 0.

---

2. Exp. (N°. V). 27 février.

10 h 7′ Cœur préparé comme dans l'exp. 1. Dérivation sur la face antérieure du ventricule, à 2 et à 5 mm. de distance de la base.

R à la pointe. $d = 1$ mm. $r = 4$ cm. P = 20 sec.
U = 3 sec. T = 0s,03.
10 h 41′. Ek = 25 Cpgr.
〃 44′. 〃 = 21 〃

Le cœur bat une couple de fois spontanément. Après le retranchement d'une portion de la base, arrêt durable. Electrodes appliquées comme précédemment.

10 h 50′. Ek = 15,5 Cpgr. Ce courant de l'état de repos ne donne, pour T = 0s,03, aucune déviation notable. Du reste, on le compense.

10 h 52′. Commencement des excitations.

Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	97	3,0	95	4,0	92	1,0
99	3,5	〃	1,0	94	2,5	〃	1,0
〃	3.5 ↑	96	3,5 ↓	〃	2,5 ↓	91	0,5 ↓
98	4,0	〃	3,5	93	2,0	〃	0,5
〃	3,5	95	5,0	〃	2,0	90	0,5

---

3. Exp. (N°. VI). 1 mars 1874.

11 h 3′. Cœur préparé comme ci-dessus. Dérivation à la base et à 1 mm. de la base; i = 5,5 mm. R à la base; r = 6 cm.; d = 1 mm. U = 3 sec. T = 0s,03. P = 30 sec.

11 h 9′. Ek = 19 Cpgr.
〃 13′. 〃 = 9 〃
〃 15′. Début des expériences rhéotomiques.

Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	94	2 ↑	99,0	4,5
99	1,5	95	1	98,0	5,0 ↓
98	5,0 ↓	96	1,5	97,0	4,0
97	3,0	97	5,0	96,5	1,0
96	3,0	98	6,5	96,0	2,0
95	2,5 ↑	99	4,0 ↓	95,5	2,5 ↑
94	1,5	0	0,0	95,0	2,0
93	1,5	99,5	3,0		

11 h 25′. Le cœur commence à battre spontanément.

---

4. Exp. (N°. XII). 6 mars 1874.

10 h 0′. Ventricule excisé. Dérivation à la face antérieure, près de la base; $i = 1{,}5$ mm. R à la base, $d = 4$ mm. $r = 6$ cm. P. = 30 sec. U = 3 sec. T = $0^s{,}03$. 10 h 20′ Ek = 12 Cpgr. On compense.

Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	92	0	93,5	1,5 ↓	93,0	1,5	92,5	0
99,5	0	93	0	93,0	1 ↑	92,5	1,0	92,0	0,5
99,0	0	93,5	0,5 ↑	92,5	0	92,0	1,0 ↓	91,5	1,0
98,5	0	94	0—0,5 ↑	92,0	0	91,0	4,0	91,0	3,5 ↓
98,0	0	94,5	1,5	92,5	0	90,5	4,5	90,5	3,0
97,5	0	95	4,0	93,0	1,0 ↓	90,0	0	90,0	1,0
97,0	1,5	95,5	4.5 ↓	92,5	1,0 ↑	90,5	3,5	Pause de	
〃	1,5	96	3.0	92,0	0	〃	2,5 ↑	2 minutes.	
96,5	4,0	96,5	0	92,2	0,5 ↑	90,0	4,0	89,0	3,0 ↓
96,0	5,5 ↑	97	0	92,4	0.5	89,5	0	90,0	1,0
95,5	3,0	96,5	0	92,6	3,5	90,0	4.0	90,5	0
95,0	1,0	96	1,5	92,8	5,0	90.5	5,0	90,0	0,5
94,5	0,0	95,5	4,0	93.0	5,0 ↑	91,0	3,5 ↑	89,0	1,0
94.0	1,0 ↑	95	4,0 ↓	93,5	0,5	91,5	2,5	88.5	3,0 ↓
93,5	0,5	94,5	3,5	〃	1.5	92,0	1,0	88,0	1,0
93,0	0,0	94	3,5	〃	1,5				

11 h 15′ Fin des observations.

Dans cette expérience, la décroissance successive du pouvoir conducteur se manifeste très nettement par la production de plus en plus tardive de l'oscillation. La valeur élevée de d a de l'importance sous ce rapport. — On doit remarquer la diminution faible, et seulement bien accusée vers la fin, des déviations maxima, ainsi que l'extinction graduelle de la seconde oscillation à direction ↑.

---

5. Exp. (N°. XIX). 9 mars 1874.

3 h 40′. Cœur préparé comme ci-dessus. Dérivation sur la paroi antérieure du ventricule, à 3 et à 6 mm. de distance de la base. R à la pointe. $d < 1$ mm.; $r = 6$ cm. U = 3 sec. T = $0_s{,}06$. P = 30 sec.

3 h 45′ Ek = 15 Cpgr.
〃 50′ 〃 = 12 〃
〃 52′ Début des expériences rhéotomiques.

Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	92	6,0 ↓	95	4,5
99	1,0	91	0,0	96	7,0
98	3,0	90	1,5 ↑	97	9,0 ↑
97	7,0 ↑	91	7,5 ↓	98	2,0
96	4,8	92	0	99	0,5
95	1,5	93	1,5—2 ↑	0	0
94	0,5	94	2,0	90	0
93	<0,5				

Ek = 0.

Pause de 10 minutes.

4 h 20′ Reprise des excitations. Tout comme ci-dessus.

Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	93	2,5 ↑	91	1,5
99	0	92	0.5	92	3,0
98	0	91	0,5 ↓	93	5,5
97	1,5	90	0	94	7,5 ↑
96	5,5 ↑	89	0	95	6,0
95	7,0	88	0,5 ↑	96	3,0
94	5,5	86	0	97	1,0
		90	1,5 ↓	98	0
				0	0

6. Exp. (N°. XX). 9 mars 1874.

Le même cœur qu'en 5.

4 h 40′ : R à la base. $d = 0$ mm. $i = 2{,}5$ mm. Tout le reste comme en 5.

Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	97	6,0	95	5,0
99	1,5	98	5,0	94	3,5 ↓
98	5,0	99	2,0 ↓	93	1,0
97	4,5 ↓	0	0,5	92	1,5
96	4,5	0	0	91	2,5 ↑
95	0	99	1,5	90	2,0
94	0	98	4,0	89	2,0
95	0	97	5,5 ↓	88	0
96	5 ↓	96	6,0		

A la dernière excitation (88) le cœur ne se contractait plus. L'expérience dut être arrêtée (5 h 5′).

B. Expériences présentant, d'une manière exclusive ou prédominante, une oscillation simple.

7. Exp. (N°. XXVII). 16 mars 1874.

10 h 10′ Cœur avec ventricules coupés au sinus. Arrêt de Stannius. Dérivation à la base et au milieu de la paroi antérieure du ventricule; $i = 3$ mm. R à la pointe du ventricule; $d = 3$ mm. $r = 7$ cm. U = 4 sec. T = 0s,06.

10 h 15′ Ek = 0.

Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	96,5	4,5 ↓
〃	0	96,0	3,0
99	0	95,5	1,0
〃	0	95,0	0
98	2,5 ↓	94,5	1,0 ↑
〃	1,5	94,0	0
97,5	1,0	93,5	0
97,0	3,0	93,0	0

10 h 23′ Le cœur commence à battre spontanément. Pendant 10 minutes il bat avec une fréquence d'environ 55 pulsations par minute. 10 h 34′. Enlèvement d'une nouvelle portion de substance au niveau du sinus: arrêt. Electrodes etc. comme précédemment.

10 h 36′ Ek = 0.

Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	95,5	2,0 ↑	95,5	2,5 ↑
98	0	96,0	4,0	95,0	0
97	4,0 ↑	96,5	4,0	94,5	0
96,5	5,5	97,0	3,0	94,0	0
96,0	3,5	97,5	0,5	93,0	0
95,5	0,5	98,0	0	94,0	0
95,0	0	97,5	1,0 ↑	95,0	0
94,5	0	97,0	4,0	95,5	0,5 ↑
94,0	0	96,5	5,0	96,0	2,5
95,0	0,5 ↑	96,0	3,0	96,5	0

La dernière excitation ne produisit pas de secousse. Les électrodes excitatrices furent alors appliquées à la base: $d = 2$ mm. $i = 2$ mm. $r = 8$ cm. Tout le reste comme ci-dessus.

Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	95,0	1,5
98	0,5	94,5	1,0
97,5	2,0	94,0	0,5 ↑
96,5	3,0 ↓	93,5	1,0
96.0	3,0	93,0	0,5
95,5	1,0	92,0	0

Ici se remarque de nouveau l'oscillation double. En conséquence de la nouvelle position des électrodes, les premières déviations ont une direction opposée (courant descendant).

---

8. Exp. (N°. XV). 9 mars 1874.

Cette expérience (représentée graphiquement dans la fig. 8) offre, avec un caractère du reste extrêmement régulier, une anomalie inexplicable dans le petit écart positif [1]) qui précède toujours l'onde de la négativité. On ne peut songer ici à une perturbation accidentelle due à une circonstance en dehors des conditions de l'expérience; c'est du moins ce qui me paraît ressortir avec toute évidence des nombres suivants.

Le ventricule fut coupé de la manière ordinaire près de l'oreillette, à 10 h 20′. Dérivation à 1 et à 4 mm. de distance de la section transversale. R à la pointe, $d = 3$ mm. $r = 5$ cm. U = 3 sec. T = 0s,06. P = 30 sec.

Ek d'abord = 15 Cpgr. Décroît jusqu'à 10 h 30′, où sa valeur est presque nulle.

Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.	Sch.	A.
0	0	70	0	98,0	1 ↓	88	3,5—4
99	0	74	0	99,0	0	89	5,0
98	0,5	78	0	98,0	1 ↓	90	6,5—7,0
97	1,0 ↓	82	0	97,5	0	91	8,0 ↑
96	1,0	84	0	98,0	1 ↓	92	6,0
96	0	86	0	98,5	0	93	4,5
96	0	87	0	98,0	1 ↓	94	1,5
95	0	88,0	0,5	97,5	0	95	0,5
94	3	88,5	1,0	97,0	0,5 ↓	96	0
93	7	89,0	1,5	96,0	0	96	0
92	6	89,5	2—2,5	95,0	0	95	0
91	5 ↑	90,0	3,0	94,5	1,0	94	0,5—1
90	2	90,5	4,5	94,0	2,0	93	2,5—3
89	1,5	91,0	5,5	93,0	4,5	92	4,5—5
88	1,0	91,5	7,5 ↑	92,0	9,0	91	7,0
87	0	92,0	9,0	91,0	7,5	90	7,5 ↑
86	0	92,5	10,0	90,0	5,5 ↑	89	7,0
85	0	93,0	7,5	89,0	3,5	88	4,5
83	0	93,5	7,0	88,0	3,0	87	4,0
81	0	94,0	3,5	87,0	1,5	86	3,0
80	0,5 ↑	94,5	2,5	86,0	1,0	84	1,5
78	0	95,0	0,5	84,0	0	82	0
76	0	95,5	0	84,0	0	82	0
74	0	96,0	0	86,0	1 ↑	90	6,5
70	0	98,0	1 ↓	87,0	1,5—2	93	3,5 ↑
66	0					94	1,0
						95	0

[1]) Il a été omis dans la figure.

9. Exp. 19 juin 1874. Marche retardée et sommation d'oscillations excitatoires après la suppression du pouvoir conducteur au moyen de l'empoisonnement par la muscarine. Actions électromotrices énergiques, en l'absence de phénomènes de contractilité manifestes.

Grande *R. esculenta.* 2 h 40'. Cerveau et moelle épinière détruits à l'aide d'une aiguille. Canule liée dans le bout central de la veine abdominale. Cœur mis à découvert.

Fréquence du pouls (en 15 secondes): 10. 10. 9. 10. 11. 10.

2 h 44'. Injection, dans la veine abdominale, de 0,077 cm. cubes d'une solution à 1°/₀ de chlorhydrate de muscarine.

2 h 45' Cœur arrêté en diastole.

" 55' 40" Reprise des contractions.

Fréquence (en 15 sec.): 8. 8. 7. 7. 6. 5 4. 5. 4. 1. 0. 0. 0. 0. Cœur excisé. Commence immédiatement à battre, en apparence avec beaucoup de force et avec une assez grande fréquence (8 puls. en 15 sec.). Ventricule coupé immédiatement au-dessous de la limite auriculaire. Dérivation par une électrode large à la surface de section et par une électrode plus pointue au centre de la surface antérieure du ventricule.

2 h 57' Ek = 246 Cpgr. ↓

La force baisse ensuite jusqu'à 47 Cpgr. ↓, valeur atteinte à 3 h 25'.

A ce moment, *les décharges d'induction les plus énergiques ne produisent plus de secousse perceptible.* L'excitation locale, appliquée à une distance d'au moins 1 mm. des électrodes dérivantes, ne donne pas lieu au moindre effet électromoteur. Il n'y a donc pas non plus d'*onde excitatoire*.

3 h 28' Nouvelle section transversale à la base. Dérivation comme ci-dessus. Ek = 187 Cpgr. ↓

3 h 30'. Ek = 155 Cpgr.

Envoyé à travers les électrodes dérivantes deux décharges d'ouverture ($r = 11$ cm.). Fermeture durable du circuit galvanométrique immédiatement après l'excitation: pas d'oscillation sensible.

3 h 33'. Ek = 125 Cpgr. ↓

1 décharge d'ouverture ($r = 11$ cm.): oscillation négative nette, d'environ 30 sc., se développant très lentement. Pas de contraction.

3 h 34'. Ek = 112 Cpgr. ↓

3 h 34' 30". 5 décharges d'ouverture ($r = 10$ cm.) à des intervalles de 5 sec. Après chaque décharge, oscillation négative nette du courant de l'état de repos. Ces oscillations s'additionnent.

3 h 35' 30".	Ek =	78	Cpgr. ↓
" 36' 30".	"	89	"
" 37'	"	90	"
" 38'	"	87	"
" 40'	"	84	"

3 h 41′. 3 décharges d'ouverture ($i = 10$ cm.) conduites à travers l'électrode de la section longitudinale et (au moyen d'une pointe en platine) à travers la pointe du cœur. P = 5 sec. Pas de contraction sensible

3 h 42′ Ek = 60 Cpgr. ↓
〃 43′ 〃 64,5 〃
〃 45′ 〃 66,0 〃
〃 50′ 〃 57,5 〃

〃 51′. 10 décharges d'induction ($r = 10$ cm.) tout comme à 3 h 41′. Pas de contraction sensible. Renversement du courant de l'état de repos!

3 h 52′ Ek = 5 Cpgr. ↑
〃 53′ 〃 13 〃 ↓
〃 54′ 〃 23 〃
〃 55′ 〃 34 〃
〃 56′ 〃 42 〃 } ↓
〃 57′ 〃 46 〃

〃 58′, Nouvelle section transversale à la base. Dérivation comme ci-dessus.

4 h 1′ Ek 190 Cpgr. ↓
〃 2′ 〃 180 〃

〃 3′ 5″. Décharges d'induction ($r = 8$ cm., P = 5 sec.) envoyées au ventricule à travers l'électrode de la section *transversale* et une pointe en platine appliquée sur cette même section. Pas d'oscillation sensible. La force continue à décroître régulièrement.

4 h 4′ 164 Cpgr.
〃 5′ 156 〃 } ↓
〃 6′ 148 〃

De 4 h 6′ 30″ à 7′ 20″. 10 décharges d'ouverture ($r = 8$ cm. P = 5 sec.) à travers l'électrode de la section *longitudinale* et la pointe du cœur. Après chacune, abaissement subit de la force. Pas de contraction.

4 h 8′ Ek 37 Cpgr.
〃 9′ 〃 69 〃
〃 10′ 〃 83,5 〃
〃 11′ 〃 89,0 〃
〃 13′ 〃 94,0 〃 } ↓
〃 15′ 〃 93,0 〃
〃 18′ 〃 92,0 〃
〃 19′ 〃 89,0 〃
〃 21′ 〃 84,0 〃

UTRECHT. fin de février 1878.

SUR DES CELLULES VÉGÉTALES A PLUSIEURS NOYAUX, [1]

PAR

M. TREUB.

On admet généralement que toute cellule végétale, à l'exception de quelques cas spéciaux, ne peut avoir qu'un seul noyau.

L'illustre botaniste qui a découvert le „nucleus cellulae" a cru voir, dans les cellules du stigmate du Bletia Tankervilliae, d'ordinaire deux noyaux; mais il a eu soin d'ajouter lui-même que les deux „aréoles" étaient d'aspect différent [2]).

Meyen a dit [3]): „Très souvent il n'y a dans chaque cellule qu'un seul nucléus, et ceci est même la règle pour les cellules courtes; mais dans des cellules allongées il y a très souvent deux ou trois de ces nucléus". Toutefois il n'est point du tout certain qu'on puisse identifier ces „nucléus" de Meyen avec de véritables noyaux cellulaires, car d'après lui „le nucléus n'est peut-être qu'une espèce de nourriture de réserve" [4]). L'acception peu précise dans laquelle le terme „nucléus" est prise par Meyen, ressort d'une autre manière encore; outre les „boules nettement arrondies" (ses nucléus), il trouve dans ses cellules à noyaux multiples des „masses gélatineuses irrégulièrement formées",

¹) Comp. la notice préliminaire dans les „*Comptes rendus*" du 1er Sept. 1879.

²) Robert Brown, *Verm. Schriften*, V, 157; citation d'après M. Nägeli, *Zeitschr. f. Wissensch. Botanik* I, 1844, p. 62.

³) Meyen, *Neues System der Pflanzen-Physiologie*, I, 1837, p. 208.

⁴) *Loc. cit.*, p. 209.

lesquelles se transformeraient probablement, d'après lui, en nucléus.

Les vues de M. Schleiden [1]) sur les rapports entre cytoblastes et cellules, entraînaient la conséquence qu'une pluralité de cytoblastes dans la même cellule est impossible.

Endlicher et Unger n'ont fait que répéter, à propos de „cellules polynucléées", ce qu'avait dit Meyen [2]). Ni ces assertions, ni un autre fait du même genre décrit une année plus tard par Unger [3]), n'ont pu être vérifiés par M. Nägeli lors de recherches dirigées spécialement sur le point en litige. Aussi M. Nägeli s'est-il exprimé, dans son grand travail sur les noyaux cellulaires, de la manière suivante [4]): „Une cellule ne renferme qu'*un* de ces nucléus, très rarement il y en a deux"; et plus loin [5]): „A l'exception des cellules qui sont en train d'en produire de nouvelles, des grains de pollen, du boyau pollinique et du sac embryonnaire, je n'ai jamais pu trouver plus d'un seul noyau".

Depuis, les botanistes se sont accoutumés à regarder comme fait indubitable qu'une cellule ne peut avoir plus d'un noyau. C'est toujours „*le* noyau" de la cellule, duquel s'occupent les auteurs, et la manière dont ils en parlent écarte tout d'abord l'idée qu'il pourrait y en avoir plusieurs. A l'appui de ces assertions, je puis renvoyer le lecteur, pour ne citer que les auteurs que j'ai sous la main, aux travaux de Mohl, M. Pringsheim, M. Dippel, Hofmeister, M. Sachs [6]). S'il y avait besoin d'autres

---

[1]) Schleiden, *Beitr. zur Phytogenesis*, dans: *Beitr. zur Botanik*, Leipzig 1844, p. 129—132. Ces contributions à la phytogenèse ont été publiées pour la première fois dans Muller's *Archiv*, 1838.

[2]) *Grundzüge der Botanik*, 1843, p. 22, 23.

[3]) *Linnaea* 1841, p. 393; voir Nägeli, *loc. cit.* p. 62.

[4]) C. Nägeli, *Zellenkerne, Zellenbild. und Zellenwachsth. b. d. Pflanzen*; dans *Zeitschr. f. Wissensch. Bot.* Heft 1, 1844, p. 34.

[5]) *Loc. cit.* p. 62.

[6]) Mohl, *Vegetab. Zelle*, p. 200—202, Pringsheim, *Pflanzenzelle*, p. 67, Dippel, *Beitr. zur vegetab. Zellenbild.*, p. 26—28, Hofmeister, *Pflanzenzelle*, p. 78—81, Sachs, *Experimental-Physiol.* p. 459, *Lehrb.* 2e éd. p. 45, 4e éd. p. 45.

preuves encore pour la vérité de ce que je viens de dire, il n'y aurait qu'à citer un passage du livre classique de M. Strasburger [1]), passage sur lequel déjà M. Schmitz a fixé dernièrement l'attention. M. Strasburger s'y prononce sur la nature d'amas hémisphériques, dans les cellules des Cladophora. Quoique ces amas ressemblent à des noyaux, leur nombre multiple suffit pour prouver, d'après l'auteur, qu'on ne peut pas les considérer comme tels.

Les cas spéciaux auxquels j'ai fait allusion, où une pluralité de noyaux a été constatée, se rapportent surtout aux grains de pollen et aux tubes polliniques.

Déjà avant 1844, M. Nägeli a observé deux noyaux dans le pollen de quelques Angiospermes [2]). M. Hartig et H. G. Reichenbach ont fait plus tard des observations analogues. Dans les derniers temps, M. Strasburger et M. Elfving ont publié les résultats de recherches détaillées sur le même sujet.

M. Strasburger a vu, dans plusieurs Angiospermes, qu'un des deux noyaux du grain de pollen, est d'abord enfermé dans une petite „cellule végétative" nue; plus tard cette cellule végétative perd son autonomie, de sorte qu'alors les deux noyaux peuvent entrer dans le tube pollinique.

M. Elfving a constaté qu'il peut y avoir deux ou même plusieurs „cellules végétatives" dans les grains de pollen des Angiospermes. On doit au même observateur la connaissance du fait que les noyaux, tant des „cellules végétatives" que des „grandes cellules", peuvent se dédoubler *sans* que ce dédoublement amène une division en cellules nues; partant on a affaire dans ces cas à de véritables cellules à noyaux multiples [3]).

M. Juranyi et M. Strasburger ont vu quelquefois, dans l'extrémité de tubes polliniques de Gymnospermes, des noyaux se

---

[1]) Strasburger, *Etudes s. l. form. et la division d. cellules*, trad. franç. p. 95.

[2]) Nägeli, *loc. cit.* p. 62—67.

[3]) F. Elfving, *Studien ueb. d. Pollenkörner d. Angiospermen, Jenaische Zeitschrift. f. Naturwissensch.* Bd. XIII, Heft 1, 1879; voir les p. 11, 14—16 et les p. 17, 18—20.

diviser sans que le protoplasma se groupât ensuite en cellules distinctes autour des jeunes nucléus [1]).

Le sac embryonnaire des Angiospermes présente un second exemple de pluralité de noyaux. Cette pluralité n'y est d'ailleurs que passagère (Strasburger); des huit noyaux qui se trouvent normalement dans chaque jeune sac embryonnaire, trois produisent, par formation libre, les cellules de l'appareil sexuel, trois s'entourent de la même manière de „vésicules antipodes", tandis que les deux noyaux qui restent s'unissent pour constituer ensemble ce que Hofmeister nommait „le noyau primaire du sac embryonnaire" [2]).

D'après M. Vesque, le sac embryonnaire des Angiospermes résulterait d'une fusion de deux à cinq cellules. L'auteur admet que chacune de ces cellules peut donner naissance à quatre noyaux; lorsque cela arrive, chaque noyau n'est pas toujours enfermé ensuite dans une cellule engendrée par formation libre, mais on peut voir plus tard plusieurs noyaux „entourés de la même enveloppe" [3]).

Une pluralité anomale de noyaux cellulaires a été quelquefois constatée pour des cellules d'Algues, par MM. Nägeli, de Bary, Pringsheim et Strasburger [4]).

Tout récemment, M. Schmitz a assigné des cellules à noyaux multiples aux Algues appartenant au nouveau groupe des Siphonocladiacées, établi par lui [5]). Les nucléus s'y présentent sous la forme de „boules plasmatiques", distribuées dans le protoplasma pariétal; ce sont les mêmes amas décrits par M. Strasburger pour quelques Cladophora, mais auxquels le professeur de Jéna n'attribuait pas le caractère de véritables noyaux.

---

[1]) Strasburger, *Ueber Befruchtung und Zelltheilung* 1878, p. 15 et p. 17.

[2]) *Befrucht. u. Zelltheil.*, p. 30, 31, 73.

[3]) J. Vesque, *Développement du sac embryonnaire des Phanérogames angiospermes*, dans *Ann. des Sc. Nat.*, 6e série, *Bot.* T. 6; voir surtout les p. 38, 39.

[4]) Strasburger, *Formation et division des cellules*, p. 56, 57.

[5]) F. Schmitz, *Ueb. grüne Algen aus dem Golf v. Athen*, *Bot. Zeit.* 1872, p. 172.

M. Schmitz les considère comme tels, parce que, envers les réactifs et les matières colorantes, elles présentent des propriétés analogues à celles des nucléus ordinaires. M. Schmitz ne voit pas, dans la pluralité des ces „boules plasmatiques" dans la même cellule, une raison suffisante pour ne pas leur assigner le rang de nucléus [1]).

La rédaction définitive de la présente introduction était terminée, lorsque j'ai reçu le travail détaillé sur les Siphonocladiées, qui venait de paraître [2]); je profite de l'occasion qui m'est encore offerte, d'intercaler ici quelques mots au sujet de ce travail.

Les „noyaux cellulaires" des Siphonocladiées sont appuyés en dedans contre la couche de protoplasma qui tapisse la paroi cellulaire, et dans laquelle sont distribués les „corps chlorophylliens". Les nucléus sont disposés ordinairement d'une manière très régulière, de sorte qu'il y a entre eux des distances à peu près égales.

Dans les cellules vivantes, les noyaux ne sont que rarement visibles, pour différentes raisons; dans des cellules tuées et décolorées par l'alcool, ils se montrent beaucoup plus distinctement, surtout après une coloration par le carmin ou l'hématoxyline. „En appliquant ces méthodes, on peut reconnaître les noyaux cellulaires, de la manière la plus distincte, comme des boules nettement circonscrites à forme plus ou moins sphérique, souvent quelque peu aplatie" [3]). Ces noyaux renferment un nucléole, à position d'ordinaire excentrique.

M. Schmitz a fait d'intéressantes observations sur la formation des zoospores. Lorsqu'une cellule se met à produire des zoospores, le protoplasma et les „corps chlorophylliens" s'amassent autour des noyaux, qui paraissent agir comme centres d'attraction; finalement le protoplasma est divisé en masses distinctes, les

---

[1]) *Loc. cit.* p. 174.

[2]) Fr. Schmitz, *Beobachtungen über die vielkernigen Zellen der Siphonocladiaceen,* Halle 1879.

[3]) *Loc. cit.* p. 25.

zoospores, au milieu de chacune desquelles il y a *un* nucléus [1]).

Mes propres recherches ont porté sur des cellules végétatives d'Angiospermes. Comme on le verra, j'ai trouvé des cas très fréquents de pluralité de noyaux.

J'ai divisé l'exposé suivant en deux parties. Dans la première, se trouve la description de cellules à plusieurs noyaux de différentes plantes. Dans la seconde partie, je donnerai des indications sur le mode de multiplication des noyaux dans ces cellules polynucléées; les résultats obtenus donneront ensuite lieu à quelques considérations générales qui en découlent quand ils sont comparés avec les nouvelles données fournies tout récemment par M. Strasburger, sur la formation cellulaire libre.

I.

Parfois il arrive qu'on trouve, par exception, deux noyaux dans des cellules où d'ordinaire il n'y en a qu'un. Ainsi les cellules en forme d'étoile, „poils internes" ramifiés, si l'on veut, découvertes par M. Buch [2]) dans les Fagraea, ne renferment généralement qu'un seul noyau; mais dans quelques cas rares j'en ai vu deux dans la même cellule. Parmi les grandes cellules du parenchyme d'un Cereus multiangularis, il y en avait plusieurs à deux noyaux; autrefois j'ai constaté le même fait pour une grande cellule parenchymateuse du Tradescantia hypophaea. Dans la moelle de la tige de l'Ochrosia coccinea, on trouve de longues cellules dont les parois subissent un épaississement considérable. Ces cellules, étant jeunes, renferment, constamment à ce qu'il paraît, plusieurs noyaux, environ 5 à 8; après l'épaississement des parois cellulaires, les noyaux ne sont plus distincts.

Si je n'hésite pas à attribuer à tous ces nucléus le rang de véritables noyaux cellulaires, c'est d'abord parce que ceux de la même cellule étaient toujours parfaitement égaux, sous tous les rapports, et ne présentaient pas non plus de différences avec

[1]) *Loc. cit.* p. 34, 35.

[2]) O. Buch, *Ueber Sklerenchymzellen*, Breslau, 1870, p. 16, 17.

les noyaux des autres cellules des mêmes tissus; mais surtout parce que, pour d'autres cellules, où les noyaux cellulaires sont toujours en nombre beaucoup plus considérable, il ne m'est plus resté de doute sur le rang qu'il faut leur assigner.

Les cas de cellules à deux ou plusieurs noyaux, que je viens de citer, méritent peut-être quelque interêt à titre d'exceptions à une règle crue jusqu'ici générale. Cependant ils pourraient très bien ne constituer que des anomalies, plus ou moins fréquentes; aussi ils ne sauraient servir de base à aucune déduction théorique.

Je crois pouvoir attacher beaucoup plus d'importance aux cas dont j'ai à m'occuper maintenant, et où j'ai pu constater la présence de nombreux noyaux cellulaires dans des cellules de différentes plantes phanérogames; pour ces cellules, la pluralité des noyaux est certainement normale.

C'est dans les fibres libériennes de plusieurs plantes, et dans une grande partie des laticifères, qu'on trouve constamment un grand nombre de noyaux cellulaires, dans la même cellule. J'ai observé ce fait dans les fibres libériennes des:

Vinca minor, Nerium Oleander, Lochnera rosea, Ochrosia coccinea, Cyrtosiphonia spectabilis Miq., Tabernaemontana coronaria (Apocynées), Stephanotis floribunda, Stapelia ciliata, Gomphocarpus angustifolius, Hoya fraterna, Hoya obovata, Hoya Ariadne (Asclépiadées), Urtica dioica, Humulus Lupulus, Euphorbia Bryonii, Euphorbia spec. [1]).

Pour bien voir les noyaux cellulaires des fibres libériennes, il ne faut examiner que des coupes très minces; la coloration des noyaux facilite beaucoup l'étude, quelquefois elle est absolument indispensable; j'ai fait usage, pour colorer les noyaux, du vert de méthyle, du picro-carminate d'ammoniaque et de l'hématoxyline [2]). Comme plantes fournissant les meilleurs exemples de fibres libériennes à noyaux multiples, il faut citer notamment

---

[1]) Probablement les fibres libériennes du *Plumiera alba* renferment aussi plusieurs nucléus.

[2]) Voir: Treub, *Iets over kleuring van celkernen*, dans *Ned. Kruidk. Archief*, Dl. III, p. 264—267.

l'Urtica dioica [1]), le Humulus Lupulus et le Vinca minor; les jeunes fibres libériennes des Hoya doivent être signalées, au contraire, comme très peu favorables à ce genre des recherches.

Pour avoir la chance de trouver plusieurs noyaux dans des fibres libériennes, il n'en faut étudier que de très longues et dont les parois ne s'épaississent pas trop vite; il est probable qu'une plus grande longueur des fibres favorise la pluralité de noyaux, en tout cas elle facilite l'observation. Après l'épaississement des parois cellulaires des fibres, il est toujours difficile de distinguer les nucléus.

Rarement les noyaux des fibres libériennes sont sphériques, le plus souvent ils ont une forme allongée, comme le montrent les fig. 1—4 de la Pl. II. Dans la fig. 1 on peut voir la différence de forme entre les nucléus des fibres et ceux des cellules parenchymateuses. Parfois les noyaux cellulaires sont distribués dans une fibre à des distances à peu près égales (fig. 1); d'autres fois la disposition est beaucoup plus irrégulière, et l'on rencontre plusieurs noyaux presque entassés les uns sur les autres (fig. 2, 3). A l'aide de matières colorantes, on réussit souvent à découvrir encore les nucléus dans des fibres dont les parois ont subi un épaississement déjà considérable (fig. 4). Les nucléoles dans les fig. 1—3 sont entourés d'un bord blanc, comme s'ils étaient blottis dans une cavité du noyau; cela se voit très souvent, ce n'est qu'un effet des réactifs employés (l'alcool); déjà en 1844 M. Nägeli a signalé cette particularité [2]).

En citant, parmi les plantes à fibres libériennes polynucléées, Euphorbia spec. et E. Bryonii, je me suis laissé guider par des vues hypothétiques; ces Euphorbes ne possèdent pas de vraies fibres libériennes, mais seulement des cellules qu'on pourrait, selon moi, leur assimiler; j'ai plus spécialement étudié ces cel-

---

[1]) Les fibres libériennes de l'Urtica dioica, peuvent avoir jusqu'à 77 mm. de longueur; voir, de Bary, *Vergl. Anat.* p. 138.

[2]) Nägeli, *Zellenkerne, Zellenbild.* etc. dans *Zeitschr. f. wissensch. Botanik*, Heft I 1844, p. 54, 60; voir aussi, Heft III u. IV, 1846, p. 43.

lules dans l'Euphorbia Bryonii. Contre le liber des jeunes faisceaux fibro-vasculaires de la tige, s'appuient des groupes de cellules prosenchymateuses assez larges; c'est dans ces cellules que j'ai trouvé plusieurs noyaux, fusiformes à pointes effilées (fig. 5 Pl. II).

Sur des coupes transversales de parties plus âgées de la tige, on voit que ces groupes prosenchymateux sont plus ou moins comprimés et par là moins distincts, mais que les parois cellulaires ne se sont pas épaissies, comme l'auraient fait des fibres libériennes. Cette compression va jusqu'à pousser l'une sur l'autre toutes les parois des cellules prosenchymateuses, et un léger gonflement des parois cause, en même temps, une plus forte réfraction. A la fin il ne reste plus, des groupes de cellules prosenchymateuses, que des bandes plus ou moins épaisses, fortement réfringentes, irrégulières, couvrant le liber; ces bandes sont parfaitement de la même nature que ce qu'on a appelé le „prosenchyme corné".

La position et la forme des cellules en litige rendent probable l'hypothèse qu'elles sont homologues aux fibres libériennes; il n'y a que l'épaississement des parois qui fasse défaut.

J'ai trouvé des laticifères avec de nombreux noyaux dans les tiges des:

Vinca minor, Nerium Oleander, Lochnera rosea, Ochrosia coccinea, Cyrtosiphonia spectabilis, Tabernaemontana coronaria, Plumiera alba, Stephanotis floribunda, Stapelia ciliata, Gomphocarpus angustifolius, Hoya fraterna, Hoya obovata, Hoya Ariadne, Ficus Carica, Ficus elastica, Urtica dioica [1]), Euphorbia spec., Euphorbia Bryonii.

---

[1]) Je range ici parmi les laticifères les grands tubes, bien distincts des fibres libériennes surtout dans les jeunes parties des tiges, qui se trouvent dans les couches internes de l'écorce chez l'Urtica dioica; à la rigueur je n'en ai pas le droit, car ces tubes ne produisent pas de „latex"; ils ressemblent beaucoup aux laticifères du Vinca minor, où le latex n'est d'ailleurs guère plus visible.

Avant d'en venir aux nucléus des laticifères de ces plantes, j'ai à m'arrêter aux laticifères mêmes.

M. de Bary a distingué deux espèces de laticifères tout à fait différents [1]); les uns, les „gegliederte Milchsaftröhren", résultent d'une fusion plus ou moins précoce de cellules superposées, et sont ainsi de véritables vaisseaux; les autres, les „ungegliederte Milchsaftröhren", sont des *cellules* excessivement longues, traversant toute la plante, d'un bout à l'autre. M. de Bary range dans cette seconde catégorie les laticifères des Euphorbiacées, des Urticacées („dans un sens plus étendu, y compris les Artocarpées et les Morées"), des Apocynées et des Asclépiadées.

On doit à M. Schmalhausen des données plus spéciales sur les laticifères de cette seconde espèce [2]. Les recherches de ce savant ont surtout porté sur les embryons des Euphorbes. Dès un très jeune âge, ces embryons offrent quelques „cellules laticifères"; tous les tubes laticifères ne sont que des branches, ou bien la continuation directe, de ces quelques cellules de l'embryon. „Les réservoirs à suc laiteux des Euphorbiacées, des Asclépiadées et des Apocynées, et probablement aussi ceux des Ficus, constituent un système de tubes qui continuent à s'allonger, d'une manière autonome, dans les points végétatifs des tiges, comme des racines, à l'aide d'un accroissement terminal propre; dans les nœuds et dans les feuilles, ces tubes entrent mutuellement en communication par une formation de branches" [3]).

Il y assez longtemps déjà, David s'est aperçu qu'il y a une différence entre les laticifères des Euphorbiacées, Morées, Apocynées et Asclepiadées, et ceux des Campanulacées, Lobéliacées etc.; dans ces dernières familles il y a de véritables „vaisseaux" laticifères, dans les premières il n'y a, d'après David, que des cellules laticifères. Seulement, la description qu'il donne de

---

[1]) A. de Bary, *Vergl. Anatomie*, p. 195, 199.

[2]) J. Schmalhausen, *Beitr. z. Kenntniss d. Milchsaftbehälter*, dans *Mém. Acad. St. Pétersb.*, 1877; voir aussi: de Bary, *loc. cit.* p. 205—208.

[3]) *Loc. cit.* p. 24, 25. M. de Bary continue à avoir des doutes sur cette fusion des branches des laticifères, *loc. cit.*, p. 205.

ces „cellules" est bien loin d'être confirmée par les récentes investigations de MM. de Bary et Schmalhausen; David croyait qu'à mesure que la plante croît, de nouvelles cellules du méristème primitif se transforment en laticifères [1]). M. de Bary dit qu'une pareille transformation n'a jamais été constatée, et que, si elle a lieu quelquefois, cela doit être bien rarement [2]).

M. Dippel a assigné à tous les laticifères le rang de vaisseaux, parce qu'il a cru voir partout de fines cloisons transversales dans les jeunes sommets des laticifères [3]).

Les plantes à laticifères étudiées par moi, et dont je viens de faire l'énumération, appartiennent toutes aux quatre familles de la seconde catégorie de M. de Bary, les Euphorbiacées, les Urticacées (prises, comme l'a fait M. de Bary, dans un sens étendu), les Apocynées et les Asclépiadées. Il entrait dans mon plan d'étudier minutieusement les laticifères dans les sommets des tiges; je crois avoir apporté à cette étude beaucoup de soin. D'après ce que j'ai vu, il ne saurait être question de ranger les laticifères de ces quatre familles parmi les „fusions de cellules"; lorsque, par hasard, on croit voir une cloison transversale dans une jeune partie de laticifère, une inspection plus attentive démontre qu'on a été induit en erreur par une des parois d'une cellule parenchymateuse voisine [4]). Jamais non plus, je n'ai réussi à voir des cellules de méristème en train de se transformer en laticifères, comme cela devrait avoir lieu si l'opinion de David était fondée. Autant que des études faites uniquement sur des tiges peuvent en décider, je suis donc convaincu de la justesse des vues de M. de Bary [5]).

[1]) G. David, *Ueb. die Milchzellen der Euphorbiaceen* etc., Breslau 1872. M. Sachs partage, dans son *Lehrbuch*, 4e Aufl. p. 86, les vues de David.

[2]) A. de Bary, *loc. cit.* p. 200.

[3]) Dippel, *Entsteh. d. Milchsaftgef.*, Rotterdam 1865; voir p. ex. les p. 26, 30, 31. Cfr. aussi; Hanstein, *Milchsaftgef.*, Berlin 1864, p. 23.

[4]) M. de Bary et M. Schmalhausen ont déjà remarqué la même chose.

[5]) Je n'ai employé, dans ces recherches, que des coupes de tiges traitées préalablement par l'alcool absolu (ou du moins très fort); naturellement je ne me suis jamais servi, dans ce cas, de procédés qui tendent à rendre les préparations plus transparentes, puisqu'il s'agissait en premier lieu, pour moi, de l'étude des noyaux cellulaires.

Tous les laticifères mentionnés ci-dessus sont des cellules à noyaux multiples; le nombre des nucléus qu'ils renferment est indéterminé, mais en tout cas très grand; pour bien les voir il est souvent nécessaire de les colorer. On peut assez facilement observer les noyaux cellulaires des laticifères dans les: Ochrosia coccinea, Vinca minor, Cyrtosiphonia spectabilis, Plumiera alba, Hoya, Gomphocarpus angustifolius, Stapelia ciliata, Urtica dioica, Euphorbia; dans les Ficus, par contre, ces noyaux sont peu distincts. Dans les Vinca minor et Urtica dioica, les laticifères sont larges, les nucléus et les nucléoles sont grands (fig. 7, Pl. II). Quelquefois les nucléus des laticifères sont un peu allongés (fig. 2, Pl. III); cela ne se voit pas aussi souvent, cependant, que dans les fibres libériennes; généralement les noyaux ont à peu près la même forme que ceux des cellules parenchymateuses environnantes (fig. 6 Pl. II et fig. 3, 4, 5 Pl. III), quelquefois ils sont un peu plus grands (voir p. ex. la fig. 5 Pl. III). Dans les laticifères des Euphorbes on voit très bien, à côté l'un de l'autre, les grains d'amidon aux formes bizarres et les noyaux cellulaires (fig. 5 Pl. II, fig. 1 Pl. III), surtout lorsque ceux-ci sont colorés en rouge par le picro-carminate d'ammoniaque.

Tantôt il y a, entre les noyaux successifs d'un même laticifère, des distances environ égales, et cela surtout dans les entre-nœuds qui subissent un allongement énergique (voir les fig. 6 Pl. II, 1 et 5 Pl. III et surtout la fig. 2 Pl. III); tantôt les nucléus sont distribués irrégulièrement dans leurs cellules (fig. 7, Pl. II et fig. 4 Pl. III). Dans les nœuds, où les laticifères deviennent obliques ou presque horizontaux, en s'entrelaçant de toutes les manières, on observe souvent plusieurs noyaux comme poussés les uns sur les autres (fig. 6, 7 Pl. III); toujours les noyaux y sont disposés irrégulièrement.

Dans les parties plus âgées des tiges, où les laticifères sont remplis de suc laiteux, on ne peut plus voir les noyaux cellulaires. La fig. 3 Pl. III représente une partie de laticifère qui commençait à se remplir de latex; outre les deux noyaux, on y distingue des amas de substance laiteuse, précipitée par l'alcool.

Il faut se garder d'admettre trop vite qu'on ne peut plus

distinguer de noyaux dans un laticifère; l'exemple suivant le prouve. Dans des coupes longitudinales d'une tige de Hoya fraterna, je ne pouvais plus voir les nucléus des laticifères, même après un traitement par le picro-carminate d'ammoniaque ou le vert de méthyle; mais en immergeant les mêmes pièces dans de l'huile de clou de girofle, après une tinction préalable avec l'hématoxyline, plusieurs noyaux, colorés en bleu, devenaient visibles, à travers les amas de latex rendus tant soit peu transparents.

Dans différentes plantes, les jeunes parties des laticifères ne se remplissent pas également vite de latex; c'est dans les Euphorbes qu'on peut, ce me semble, distinguer le plus longtemps les nucléus des laticifères. Il arrive assez souvent que, à la même hauteur d'une tige, plusieurs jeunes parties de laticifères renferment déjà beaucoup de latex, tandis que dans d'autres on ne découvre pas encore la moindre trace de suc laiteux.

Il n'y a pas de quoi s'étonner que pour le moment on ne puisse encore indiquer les causes qui déterminent une pluralité de noyaux dans la même cellule; cependant, il est certain que les grandes dimensions des cellules y entrent pour quelque chose. Mais, il faut le dire, il y a de très grandes cellules qui ne renferment qu'un seul noyau cellulaire. Ainsi, les longs poils unicellulaires insérés sur les „segments intermédiaires" dans les ovaires des Phalaenopsis, poils ayant une longueur de plusieurs millimètres, n'ont qu'*un* nucléus; les jeunes éléments cellulaires des vaisseaux [1]) et les cellules conjonctives, dans la partie croissante d'une racine aérienne de Philodendron pinnatifidum, les longs suspenseurs unicellulaires des embryons du Goodyera discolor [2]), les grandes cellules à suc propre de l'Aloe mitrae-

[1]) Unger a représenté les éléments cellulaires des vaisseaux du Saccharum officinarum avec trois noyaux cellulaires; mais M. Nägeli a démontré (*Zellenkerne, Zellenbild*, etc. *loc. cit.*, p. 62) qu'on ne peut pas attacher beaucoup de valeur à ce dessin d'Unger.

[2]) M. Treub, *Notes sur l'embryogénie de quelques Orchidées*, Amsterdam 1879, p. 20, 21. Pl. IV, fig. 26, 27.

formis [1]) et de l'Aloe rhodacantha, ne renferment toutes qu'un seul noyau cellulaire.

II.

Depuis longtemps, la présence de deux ou de plusieurs noyaux, dans différentes cellules animales, a été signalée; M. van Beneden a cité de nombreux exemples de cellules animales à noyaux multiples [2]). Il ne paraît pas qu'on ait fait des recherches spéciales sur la multiplication des nucléus dans ces cellules.

Il y a des auteurs qui considèrent cette pluralité de noyaux comme résultant partout d'une division interrompue, incomplète, des cellules [3]); évidemment c'est là se payer de mots, car personne n'a observé de ces „divisions interrompues". M. Ed. van Beneden est d'une opinion bien différente; ce savant s'est prononcé avec beaucoup de clarté sur les rapports entre la division des cellules et la pluralité de noyaux. „La formation des noyaux de deux cellules-filles aux dépens d'un noyau d'une cellule-mère, est tout autre chose que la fragmentation pure et simple de la substance du noyau primitif. Nous devons faire une distinction essentielle, entre une division nucléaire préalable à la multiplication de l'individualité cellulaire, et la fragmentation d'un noyau" [4]).

La *division* du noyau fait partie „d'une longuc série de phénomènes complexes, s'accomplissant dans un ordre déterminé et ayant leur siège tant dans le corps nucléaire que dans la substance de la cellule". La *fragmentation* du noyau ne fait

---

[1]) A. Trécul, *Du suc propre dans les feuilles des Aloès*. *Ann. des Sc. Nat.*, 5ième Série, Bot. T. XIV, p. 84.

[2]) Ed. van Beneden., *Recherches sur les Dicyémides*, Bruxelles 1876, p. 77, 81—83.

[3]) Ainsi W. Flemming, dans ses *Beitr. zur Kenntniss der Zelle*, p. 424; voir: *Archiv. f. mikrosk. Anatomie*, Bd. XVI, Heft 2, 1878.

[4]) *Loc. cit.*, p. 81.

qu'amener une pluralité de noyaux dans les cellules, „elle est un phénomène de même nature et de même importance que le changement de forme des noyaux" [1]).

Aussi, pour M. Ed. van Beneden, l'existence de plusieurs „fragments nucléaires" dans le protoplasma d'une cellule, „n'a guère de valeur, ni au point de vue morphologique, ni au point de vue systématique" [2]).

Dans son mémoire qui vient de paraître, M. Schmitz décrit le mode de multiplication des noyaux des „cellules polynucléées" des Siphonocladiacées.

Le commencement de la division est marqué par l'agrandissement du noyau, qui prend une forme à peu près ellipsoïdale ou cylindrique. Au milieu du noyau allongé, on voit se produire alors un étranglement plus ou moins distinct, tandis que la substance nucléaire s'amasse dans les deux pôles du noyau. La bandelette qui unit les deux masses polaires s'étire, devient de plus en plus mince et finit par se rompre. Ainsi, M. Schmitz le déclare lui-même [3]), „tout l'acte de la division du noyau se présente, à l'extérieur, exactement de la manière dont on décrivait souvent autrefois la division typique des noyaux". Aussi la fragmentation des noyaux des Siphonocladiacées, observée par M. Schmitz, n'offre aucun point de ressemblance avec la division des noyaux cellulaires telle qu'elle a été décrite pour de nombreuses cellules végétales et animales. Néanmoins M. Schmitz se croit autorisé à affirmer, plus bas, que „cet acte de division en deux (des nucléus des Siphonocladiacées) se fait d'une manière absolument semblable à la division des noyaux cellulaires des cellules à noyau unique" [4]). L'auteur ajoute, cependant, ne pas avoir vu dans ses noyaux quelques particularités signalées pour d'autres cas, „mais quant aux traits principaux

---

[1]) *Loc. cit.*, p. 82.

[2]) *Loc. cit.*, p. 83.

[3]) Fr. Schmitz, *Beobacht. üb. die vielkern. Zellen der Siphonocladiaceen*, Halle 1879; voir à la p. 29.

[4]) *Loc. cit.*, p. 37.

de la division du noyau, tels qu'ils ont été observés, . . . les noyaux cellulaires des Siphonocladiacées s'accordent aussi tout à fait avec les noyaux cellulaires de toutes les autres cellules végétales" [1]). Les deux dernières des conclusions de M. Schmitz que je viens de citer, sont en flagrante contradiction avec la première. L'auteur n'a pas tenu compte des récents travaux sur la division des noyaux. Si son Mémoire avait paru avant 1875, date de la publication du livre connu de M. Strasburger, l'exposé de ses recherches n'aurait pu être autre qu'il n'est conçu maintenant.

Toutes les recherches des derniers temps ont établi que la division du noyau cellulaire est un phénomène très compliqué, pendant la durée duquel le noyau passe par une série de stades bien caractérisés. Le premier des résultats que nous ont valus ces recherches, est la connaissance du fait qu'il y a une complète dissemblance entre la véritable division d'un noyau et l'étranglement on le fractionnement, tel qu'on l'admettait encore il y a quelques années, surtout pour des cellules animales. Méconnaître cette dissemblance, comme le fait M. Schmitz, c'est dénaturer des résultats dûment constatés, c'est assimiler, et par là embrouiller, des faits d'ordre différent.

J'ai réussi à observer la multiplication des noyaux cellulaires dans les fibres libériennes de l'Humulus Lupulus, du Vinca minor, de l'Urtica dioica, quelquefois dans celles du Stephanotis floribunda, et dans les „laticifères" de l'Urtica dioica, du Vinca minor et, très rarement, dans ceux des Hoya Ariadne, Ochrosia coccinea, Cyrtosiphonia spectabilis.

Dans tous ces cas, les noyaux se multiplient par *division* [2]), de la même manière que les noyaux des autres cellules; seu-

---

[1]) *Loc. cit.*, p. 38.

[2]) En suivant l'exemple de M. Ed. van Beneden, je réserve le terme de „*division* du noyau cellulaire", au mode de multiplication caractéristique connu par les recherches de MM. Strasburger. Bütschli, Auerbach, Hertwig, Fol, Flemming, E. van Beneden et d'autres observateurs.

lement, la division des noyaux n'entraînant pas de divisions des cellules, il ne se produit pas de „plaque cellulaire". Je n'ai aucune raison d'admettre que la division des noyaux se fasse différemment dans les autres cellules à plusieurs noyaux décrites par moi.

Les cellules à noyaux multiples présentent une particularité qui diminue singulièrement la chance qu'on a d'observer des stades de division, à savoir que plusieurs noyaux, sinon tous, de la même cellule se divisent à la fois. La même particularité a causé toutes les erreurs relatives à la genèse des noyaux qui devancent les cellules engendrées par formation libre; les dernières recherches de M. Strasburger sont venues établir la vérité sur ce point [1]).

Le sac embryonnaire du Myosurus minimus est, d'après M. Strasburger, un des objets les plus favorables à l'observation des stades de division des nucléus; toutefois, il y a tout au plus un sur cent de ces sacs contenant des noyaux en train de se diviser [2]). Absolument la même chose peut se dire des cellules à plusieurs noyaux. C'est pourquoi on a le plus de chance de trouver des noyaux en division dans les fibres libériennes, parce qu'elles peuvent être beaucoup plus nombreuses dans la même préparation que les laticifères.

A ceux qui voudraient voir eux-mêmes la division nucléaire dans les cellules à plusieurs noyaux, il faut conseiller l'étude des fibres libériennes de Humulus Lupulus, Vinca minor, Urtica dioica et des „laticifères" de l'Urtica; dans ces cellules j'ai pu observer tous les stades de division des nucléus. En prenant de jeunes entre-nœuds, au faîte de leur allongement, on trouvera sans trop de difficulté des noyaux en train de se diviser, et normalement, je le répète, plusieurs à la fois. Le vert de méthyle est surtout utile dans ces recherches; cette substance ne colore les noyaux ordinaires qu'en vert peu foncé, mais elle se porte

---

[1]) Strasburger, *Neue Beobacht. üb. Zellbild. und Zelltheil. Bot. Zeit.* 1879.

[2]) Strasburger, *loc. cit.* p. 2 du tirage à part.

avec beaucoup plus d'énergie sur les noyaux en voie de division; notamment les plaques nucléaires sautent aux yeux par leur couleur verte très prononcée.

La fig. 1, Pl. IV, représente une fibre libérienne de l'Humulus Lupulus, appuyée contre quelques cellules parenchymateuses. Les trois noyaux qu'on voit dans la fibre sont presque arrivés au terme de leur développement; dans chaque noyau les deux amas de substance nucléaire, devant bientôt se transformer en jeunes noyaux, sont reliés par un faisceau de fils; ce faisceau, plus étendu dans sa partie médiane, forme ce qu'on a nommé le „tonneau''. Dans les cellules à noyau unique, de petits granules se dirigent vers le milieu du tonneau, pour constituer la plaque cellulaire; ici les noyaux n'entrent jamais dans cette seconde phase de la division, il ne se produit pas de plaque cellulaire.

Les fig. 2—5, Pl. IV, sont prises d'après des „laticifères'' de l'Urtica dioica, la fig. 6 représente une fibre libérienne de la même plante. Dans la fig. 3 on voit trois noyaux, à peu près dans le même stade que ceux de la fig. 1 (cette fig. 3 est prise d'après un „laticifère'' dans lequel j'ai pu compter plus de 30 noyaux en voie de division); les nucléus dans la fig. 4 ont tous les trois une plaque nucléaire; dans les deux noyaux de la fig. 5 la scission de la plaque nucléaire vient de se faire, et les deux moitiés ont commencé à s'éloigner l'une de l'autre. Ces cas représentés par les fig. 1, 3, 4, 5, peuvent servir à prouver que non-seulement les noyaux de la même cellule se divisent de préférence à la fois, mais que très souvent ils se trouvent dans le même stade; à cet égard, le cas de la fig. 5 est le plus intéressant, parce que le dédoublement de la plaque nucléaire se fait si vite [1]), que les changements dans les deux nucléus ont dû se faire avec une remarquable égalité, pour que ce dédoublement ait pu y avoir lieu au même moment.

Les trois noyaux représentés dans la fig. 6 ne se trouvent pas dans le même stade; tandis que deux d'entre eux offrent

[1]) Voir: Treub, *Quelques recherches sur le rôle du noyau etc.*, Amsterdam 1878, p. 11, 16, 20.

encore une plaque nucléaire indivise, le troisième montre les moitiés de plaque nucléaire arrivées déjà au terme de leur déplacement. Dans le laticifère de la fig. 2, les noyaux ne se trouvent pas non plus tous dans le même stade, cependant la différence n'est pas grande. En suivant ce laticifère de bas en haut [1]), j'ai vu que les noyaux successifs se trouvaient dans des stades toujours moins avancés; ainsi il y en avait dont la plaque nucléaire venait de se dédoubler, et d'autres où cette plaque était encore indivise; en poussant plus loin, j'en ai vus où „l'essence nucléaire" s'était seulement différenciée en gros granules réfringents. En continuant à suivre le même laticifère, j'ai fini par arriver à des noyaux qui ne se trouvaient dans aucun stade de division. Cette observation, ainsi que d'autres que j'ai faites, prouvent que les noyaux d'une même cellule ne se divisent pas *tous* toujours en même temps [2]).

Le fait que plusieurs noyaux de la même cellule se divisent à la fois, n'est dû probablement qu'à ce que ces noyaux sont dès le commencement dans des conditions presque identiques. Cette particularité ne constitue pas, d'ailleurs, un caractère exclusif des cellules à plusieurs noyaux et des cellules qui deviennent le siège de formation cellulaire libre; de nouvelles recherches, dont les résultats seront publiés plus tard, m'ont fourni un exemple de rangées d'une cinquantaine de cellules où les noyaux se divisent tous à la fois.

Les noyaux en voie de division sont généralement distribués dans les cellules à des distances à peu près égales, comme le montre la Pl. IV. Cela mérite d'être signalé, parce que, une fois la division terminée, ces nucléus sont loin d'affecter toujours une disposition aussi régulière, ainsi que je l'ai déjà fait remarquer.

Quoique dans les cellules à noyaux multiples, étudiées par moi, la multiplication des noyaux se fasse par division et non par fragmentation, on aurait tort de ne pas entrevoir la possi-

---

[1]) Cette direction se rapporte au dessin.

[2]) M. Strasburger a constaté la même chose pour les noyaux des sacs embryonnaires, préalables à la formation cellulaire dite libre, *loc. cit.*, p. 3.

bilité d'une fragmentation de nucléus de cellule végétale. Déjà maintenant je puis dire, sans entrer dans des détails, que j'ai trouvé des noyaux, résultant de „divisions", qui plus tard commencent à se fragmenter; les fragments nucléaires qui en proviennent ne sont pas comparables à de véritables noyaux cellulaires [1]).

Lors de mes premières investigations sur les noyaux cellulaires et sur la division des cellules, j'ai pu constater, pour des cellules de différentes plantes supérieures, que non-seulement le nucléus produit par sa division les deux jeunes noyaux, mais qu'ensuite, „par l'intervention directe des jeunes noyaux, toute la plaque cellulaire, et par conséquent toute la membrane de cellulose, est formée" [2]).

Ce résultat aurait pu faire croire que, dans les plantes vasculaires du moins, le noyau cellulaire a pour rôle unique de produire les deux jeunes noyaux, lors de la division de la cellule, et de présider ensuite à la formation de la plaque cellulaire et partant de la cloison séparatrice. Les recherches de M. Strasburger récemment publiées, et les miennes présentes démontrent que le rôle des noyaux cellulaires est plus étendu, puisque dans plusieurs cas leur division n'entraîne pas du tout des divisions cellulaires. Pour les divisions de noyaux précédant la formation cellulaire dite libre, on pourrait prétendre à la rigueur que là encore on a à faire, pour me servir des termes de M. van Beneden, à „une division nucléaire préalable à la multiplication de l'individualité cellulaire", parce que les noyaux finissent par agir comme centres d'attraction pour le protoplasma, lors de la formation libre des cellules. Mais pour les cellules à plusieurs noyaux, l'indépendance de la division nucléaire de toute multiplication de l'individualité cellulaire est manifeste, cette multiplication n'ayant lieu d'aucune manière.

---

[1]) Plus tard, j'aurai soin de revenir sur cette observation.

[2]) Treub, *loc. cit.* p. 30.

D'un certain point de vue, on peut considérer la formation cellulaire, dite libre, comme transition entre la division cellulaire et les cellules à plusieurs noyaux.

Les résultats que je viens d'exposer prouvent qu'aussi dans les Phanérogames de très longues cellules peuvent parfois rester indivises, c'est-à-dire qu'une segmentation du protoplasma en parties distinctes peut faire absolument défaut, tandis que les noyaux cellulaires, au nombre de plusieurs, se multiplient par division, à mesure que la cellule s'allonge. Aussi ces résultats tendent à amoindrir, pour quelques cas spéciaux, l'importance d'une spécialisation du protoplasma en cellules, et à faire attacher plus de valeur aux noyaux cellulaires.

Les nouvelles études sur la formation cellulaire dite libre et celles-ci sur les cellules à plusieurs noyaux amènent la connaissance de nouveaux points de rapport entre les cellules et noyaux cellulaires du règne végétal et ceux du règne animal, en tant que le défaut d'une plaque cellulaire, lors de la division d'un nucléus, ne se trouve pas être un caractère aussi exclusif du règne animal qu'on pouvait le croire jusqu'ici.

Il est évident, en outre, qu'on doit insister plus qu'auparavant encore sur la distinction précise de deux phases dans la division nucléaire, prise dans le sens le plus étendu. La première de ces phases se rapporte à la formation des jeunes noyaux, la seconde embrasse la production et l'accroissement de la plaque cellulaire.

VOORSCHOTEN, près LEIDE, 15 Août 1879.

EXPLICATION DES FIGURES.

Pl. II.

Fig. 1—4. Fibres libériennes de l'Humulus Lupulus, Gross. 1070 diam.

Fig. 5. Fibre dite libérienne (voir p. 46) de l'Euphorbia Bryonii. Gross. 730 diam.

Fig. 6. Laticifère de l'Euphorbia spec.; Gross. 240 diam.

Fig. 7. „Laticifères" de l'Urtica dioica. Gross. 1070 diam.

Pl. III.

Fig. 1. Laticifère de l'Euphorbia spec., moins jeune que celui de la fig. 6 Pl. II. Gross. 320 diam.

Fig. 2, 3. Parties de coupes longitudinales de la tige de l'Ochrosia coccinea; le contenu des laticifères s'est contracté par l'alcool. Gross. 600 diam.

Fig. 4, 5. Parties de coupes longitudinales de la tige du Cyrtosiphonia spectabilis. Dans la fig. 4 on voit une bifurcation d'un laticifère; le contenu du laticifère de la fig. 5 s'est un peu contracté par l'influence de l'alcool. Gross. 240 diam.

Fig. 6. Partie du contenu d'un laticifère, prise d'un nœud du Hoya Ariadne.

Fig. 7. Partie d'une coupe longitudinale de la tige du Hoya Ariadne, prise à la hauteur d'un nœud; le contenu du laticifère a subi une contraction énergique. Gross. 850 diam.

Pl. IV.

Fig. 1. Partie d'une fibre libérienne de l'Humulus Lupulus, appuyée contre des cellules parenchymateuses; les trois noyaux de la fibre sont en train de se diviser. Gross. 1070 diam.

Fig. 2—5. Parties de „laticifères" de l'Urtica dioica; voir le texte pour tout ce qui concerne les noyaux. Gross. 730 diam.

Fig. 6. Partie d'une fibre libérienne de l'Urtica dioica. Gross 730 diam.

LES MINES DE DIAMANTS DE L'AFRIQUE AUSTRALE,

PAR

J. A. ROORDA SMIT.

I.

Les mines de diamants de l'Afrique australe sont peut-être les plus riches qui existent. Depuis leur découverte (1869—70), elles ont fourni un nombre immense de ces pierres précieuses.

On y distingue deux sortes de gîtes: 1° les mines proprement dites ou mines sèches, les „dry diggings" des mineurs, qui forment quatre dépôts, désignés sous les noms de Kimberley, Old de Beer's, Dutoit's pan et Bultfontein; 2° les „alluvial diggings", le long du Vaal, où les diamants se trouvent dans les alluvions et le lit de la rivière.

Les „dry diggings" doivent leur nom à l'extrême pénurie d'eau qui y règne. Aussi, lorsqu'on commença à les exploiter, dut-on se passer du secours de l'eau. Ce sont des dépôts réguliers, dans lesquels les diamants sont distribués d'une manière assez uniforme. Au moment de la découverte, ils formaient de petits monticules, qui s'élevaient de 40 à 80 pieds anglais au-dessus de la plaine environnante. Le pourtour de ces éminences n'était pas nettement marqué; elles se confondaient insensiblement avec la plaine. Tant sur les monticules que dans leur

voisinage on trouvait des diamants. Au début, la méthode de recherche était des plus primitives. Les mineurs se traînaient à genoux sur la terre et distinguaient les diamants à l'éclat qu'ils projetaient sous les rayons du soleil. L'exploration était bornée alors à la surface du sol.

Plus tard on reconnut que les diamants étaient surtout accumulés sur les éminences et à leur pied. On se mit alors à fouiller le sol de ces hauteurs, on découvrit de l'eau, on introduisit dans l'exploitation la méthode du lavage, et on partagea la mine (Old de Beer's) en „claims'' de 30 pieds anglais de long sur autant de large.

La première mine connue fut celle de Dutoit's pan, ainsi nommée d'après le propriétaire de la *farm* sur laquelle elle était située. Vint ensuite la découverte de Bultfontein. En troisième lieu on découvrit, à environ 5 kilomètres au sud-ouest, la mine d'Old de Beer's, et finalement celle de Kimberley.

En déblayant les monticules on constata; 1° que la masse dans laquelle se trouvaient les diamants devenait, à mesure qu'on creusait davantage, plus cohérente et prenait le caractère d'une roche, colorée en gris-bleu à une faible profondeur et en vert à une profondeur plus grande, tandis que tout à la surface le sol était constitué par une terre d'un gris foncé; même à de grandes profondeurs la roche restait toujours assez tendre et fragile, de manière à se laisser facilement abattre. 2° Que les monticules étaient circulaires, et qu'à l'intérieur du cercle on trouvait des diamants à toutes les profondeurs, tandis qu'à l'extérieur on n'en rencontrait qu'à une profondeur très faible; enfin, 3^c que la roche qui formait le sous-sol en dehors de la circonférence du cercle était de tout autre nature que celle de l'intérieur de la mine, et que cette roche ne renfermait pas de diamants du tout.

L'exploitation des mines se fait par excavation à ciel ouvert. La mine la plus riche, Kimberley, est entièrement en exploitation et forme aujourd'hui (avril 1878) un puits circulaire ayant une circonférence d'environ 1500 mètres et une profondeur

moyenne d'une centaine de mètres. Les autres mines, moins riches, ne sont exploitées qu'en partie.

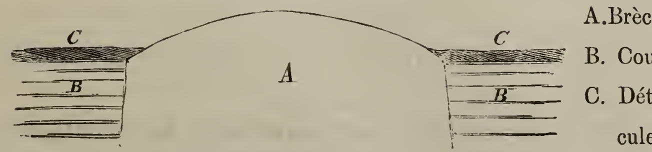
Tout autour de la mine se trouvent les caisses de réception, où viennent se décharger les tonnes servant au transport du minerai, lesquelles montent et descendent le long de cordes obliques en fil de fer. La roche est laissée exposée à l'air pendant 2 à 6 jours pour qu'elle se délite, après quoi on la réduit en fragments et on la lave dans des cylindres de toile métallique.

Le contenu des cylindres laveurs est classé, au moyen de cribles, en fragments de différentes grosseurs, puis étalé sur les tables de triage, où on procède à la recherche des diamants.

Dans les quatre mines le mode d'exploitation est le même.

Le pourtour des mines n'est plus exploité. On n'a trouvé de diamants qu'au pied et au voisinage des monticules, ainsi que dans des vallées vers lesquelles les torrents avaient dirigé leur cours.

Le fait que des diamants se rencontrent au pourtour des mines, mais seulement à de faibles distances, indique que ce pourtour est formé de détritus décomposés des monticules. Avec les progrès de l'exploitation, on a reconnu que la brèche qui contient les diamants constitue la masse principale des monticules, où elle forme une espèce de cylindre enclavé dans le grès qui entoure la mine. La figure ci-jointe donne une coupe idéale d'un de ces monticules, pris dans l'état primitif, au moment de la découverte.



A. Brèche diamantifère.
B. Couches de grès.
C. Détritus du monticule et diluvium.

Cette coupe peut servir pour les quatre mines; c'est plus particulièrement dans les mines Kimberley et Old de Beer's que j'ai étudié la structure qu'elle représente.

La plaine où sont situées les mines montre à la surface une

couche de sable diluvien, mêlé de calcite, qui est un élément essentiel du sol et s'y présente quelquefois à l'état de blocs plus ou moins gros; au-dessous de cette couche se trouve un grès, qui au pourtour des mines offre des traces évidentes de soulèvement. Ce grès ne renferme pas de diamants. Par suite de la forte proportion d'alumine dont il est chargé, il prend quelquefois la structure schistoïde. Les fragments que j'en ai vus étaient absolument dépourvus de fossiles, de sorte qu'il m'a été impossible de déterminer l'âge de la roche.

Ce qui fait croire que le grès a été soulevé aux bords de la mine, c'est la circonstance que, sur ces bords, on le trouve déjà soit à la surface, soit à la faible profondeur de ½ à 1½ mètres, tandis qu'à quelques pas de distance on ne l'atteint, en creusant des puits, qu'à des profondeurs de 10 mètres et plus. Le soulèvement est d'ailleurs confirmé par l'observation directe aux bords des mines: en ces points, les couches de grès ont une position très inclinée et parfois presque verticale.

Ces différents faits n'ont amené à conclure:

1°. Que les monticules diamantifères ont pris naissance en soulevant et perçant les couches de grès qui constituent le sol de la plaine, et qu'ils sont par conséquent d'une formation plus récente que ces couches.

2°. Que les monticules, composés d'une brèche très altérable, ont couvert de leurs détritus les parties de la plaine immédiatement voisines, et qu'ainsi s'explique la circonstance que des diamants ont aussi été trouvés au pourtour extérieur des mines.

II.

Le roche qui forme presque exclusivement les monticules diamantifères (aujourd'hui le contenu des puits de mine) est une brèche qui, outre le diamant, renferme encore divers autres minéraux, tels que grenat, ilménite, quartz, calcite, bronzite, smaragdite, diallage, vaalithe et, en quelque points, pyrite.

MM. Story Maskelyne et Flight ont analysé et déterminé tant

le ciment de la brèche que quelques-uns des minéraux qui viennent d'être nommés (*Quarterly Journal of the geological Society*, novembre 1874).

Lors de la visite que j'ai faite aux champs diamantifères, en avril 1878, j'ai passé en revue les minéraux apportés aux tables de triage et j'ai étudié ainsi, pendant deux semaines, les produits de quatre claims de la mine Old de Beer's. En outre, j'ai examiné les collections de diamants qui avaient été formées par divers amateurs.

Le diamant est empâté dans la brèche et souvent entouré, surtout dans les parties supérieures de la mine, d'une petite couche de carbonate de chaux. C'est dans la mine de Kimberley qu'on a trouvé le plus de ces pierres précieuses, et les plus grosses. Les diamants de Kimberley et d'Old de Beer's sont ordinairement d'un jaune clair, rarement tout à fait incolores. Des pierres limpides et sans coloration, mais de dimensions plus faibles et en nombre moindre, se trouvent dans les mines de Dutoit's pan et de Bultfontein. Presque toujours les pierres affectent des formes holoédriques, rarement j'ai vu des cristaux hémièdres. Souvent on ne trouve que des fragments d'octaèdres, montrant une pyramide tronquée, à face terminale irrégulière. Surtout dans les gros diamants, les faces et les arêtes sont ordinairement arrondies. Une fois j'ai vu un triakisoctaèdre (trioctaèdre m. O.) peu distinct. Des macles de deux ou de trois cristaux ont été trouvées, mais très rarement. Les plus remarquables de ces formes — les seules que j'aie vues — sont représentées ci-contre (A. B.). Elles consistaient en 2 et 3 octaèdres accolés l'un à l'autre dans le sens de l'axe principal. Ces deux échantillons provenaient de Bultfontein et étaient parfaitement limpides.

A. B.

Je n'ai pu examiner au microscope qu'un seul petit diamant. Extérieurement il offrait des faces octaédriques courbes; à l'intérieur on y voyait des cavités, où se distinguaient des tétraèdres et des rudiments de faces d'autres formes.

La couleur de la plupart des diamants d'Afrique varie du jaune clair au jaune paille et au jaune plus foncé. Les pierres dépourvues de toute coloration sont rares. J'ai vu aussi des échantillons violet clair (couleur d'améthyste), vert clair (couleur d'algue-marine pâle, ou un peu plus foncée), noirâtres et troubles (semblables au quartz enfumé):

On a trouvé des diamants noirs, mais ils sont d'une rareté extrême.

Les plus gros diamants qu'on ait découverts pesaient au-delà do 200 karats.

Sur les tables de triage, la grande abondance du grenat et de l'ilménite frappe immédiatement. Le grenat est ordinairement à l'état de fragments cristallins, qui parfois ne montrent plus qu'une seule des faces naturelles; rarement on y voit 12 faces complètes. Les petits grenats sont limpides, transparents et mieux conservés dans leurs formes que les gros, qui sont généralement troubles et fragmentaires.

L'ilménite (carbon des mineurs) présente souvent des cristaux très nets. Bien que se trouvant en énorme quantité, elle ne vient pourtant qu'après le grenat sous le rapport de l'abondance.

Le quartz existe sous la forme de petits cristaux, entre autres de la variété citrine, mais plus souvent à l'état amorphe, celui d'opale diversement colorée. On le trouve surtout vers le haut et au bord des mines.

La calcite, sous la forme de spath calcaire, et souvent en beaux cristaux tapissant des géodes, se rencontre surtout dans les couches supérieures des mines; elle existe en outre, à toutes les profondeurs, sous la forme d'infiltrations amorphes ou cristallines, et souvent elle recouvre d'un enduit mince les diamants et les cristaux de quartz.

La pyrite (pyrite de fer) n'a été observée par moi que dans la mine de Kimberley, et en un point seulement, au bord de la mine. J'ai vu en outre, provenant de cette même mine, une couple de morceaux de quartz avec inclusions de pyrite.

La bronzite (voir Story Maskelyne et Flight, *loc. cit.*), à l'état

de fragments d'assez grande dimension, ayant jusqu'à 2 cm. de longueur, se trouve en grande quantité, surtout dans la mine d'Old de Beers. Elle forme, dans cette mine, un élément essentiel de la brèche.

La smaragdite (S. M. et Fl., *loc. cit.*) s'est offerte très rarement à mes recherches. Durant les deux semaines passées à étudier les produits de 4 claims, je n'en ai trouvé que quelques petits fragments cristallins.

La vaalithe (S. M. et Fl., *loc. cit.*), ou mica des mineurs, existe en petits et en gros fragments dans la brèche, dont elle forme un élément important.

La pâte qui lie tous ces minéraux est regardée par MM. Story Maskelyne et Flight comme une bronzite d'origine volcanique, que des influences secondaires (eau, etc.) ont modifiée et amenée à son état actuel.

J'ajouterai, au sujet de cette brèche: 1° qu'elle présente dans toutes les mines le même caractère, sauf de petites différences quant aux proportions relatives des minéraux inclus; 2°. que la brèche, de couleur grise vers le haut de la mine, passe plus bas au bleu, et à des profondeurs encore plus grandes au vert, en même temps qu'elle devient plus dure et capable de mieux résister à l'action altérante des agents extérieurs; 3° que dans les couches profondes elle contient moins de calcite et de quartz que dans les couches supérieures.

Outre la brèche dont il vient d'être question, on trouve encore d'autres roches dans les mines, tant à l'état de blocs épars que sous forme de bancs continus.

C'est ainsi que j'ai observé dans la mine de Kimberley un dyke de diorite et un autre de phonolithe, et dans la mine d'Old de Beer's un dyke de trapp plongeant fortement de l'est à l'ouest.

On a cru (Story Maskelyne et Flight, *loc. cit.*) que la plupart des diamants, sinon tous, se trouvaient au voisinage de ces dykes. Plusieurs mineurs expérimentés, que j'ai interrogés à ce sujet, m'ont affirmé que tel n'est pas le cas. Le diamant paraît être distribué d'une manière assez uniforme dans la brèche,

puisque les exploitants dont les claims étaient situés à une certaine distance des dykes n'avaient nullement à se plaindre des résultats de leur travail. Aussi les prix de ces claims n'était-il pas inférieur à celui des claims plus rapprochés des dykes. Enfin, c'est un fait que 4 claims, qui touchaient directement à un pareil dyke, fournissaient très peu de diamants (Old de Beer's).

III.

Indépendamment des minéraux et des roches dont il vient d'être parlé, on trouve encore, disséminés dans toute la masse bréchiforme, des fragments assez gros (de 1 à 25 centim. cubes) d'une matière gris foncé, dans laquelle j'ai constaté la présence du carbone.

MM. Story Maskelyne et Flinght paraissent avoir connu cette matière, car ils disent (*loc. cit.*): „The rock is further very full of fragments of the shale which has been altered, but still contains carbon".

C'est une substance gris noirâtre ou gris bleuâtre, tendre, offrant quelquefois une texture schistoïde plus ou moins distincte. Quelquefois aussi, mais très rarement, elle renferme des inclusions minérales (grenat ou ilménite). Elle est insoluble dans l'eau; l'acide chlorhydrique en dissout une partie. Les essais ayant pour but d'y rechercher l'acide phosphorique et l'azote ont donné un résultat négatif. Réduite en poudre fine, elle *brûle* facilement, sans dégager d'odeur. Elle perd peu d'eau à 100°.

L'analyse de cette substance conduit à la regarder comme un silicate hydraté double, à bases MO et M_2O_3. On y trouve 1,2 % de carbone, probablement combiné avec de l'hydrogène et formant une matière organique. N'ayant pu isoler cette matière, qui ne paraît *pas* être répartie *uniformément* dans la substance minérale, je n'ai rien à dire de sa nature. L'examen microscopique était extrêmement difficile, vu le peu de dureté et la friabilité de la substance, qui empêchaient de la réduire en lamelles minces.

Voici les résultats numériques de l'analyse:

	C	1,2 %	
	H_2O	13,1 „	8,7 % à 110 C. 4,4 „ à la chaleur rouge.
Soluble dans H Cl.	Ca O	1,13 „	
	Mg O	3,42 „	
	Fe_2O_3, Mn_2O_3 .	2,15 „	
	SiO_2	1,14 „	
	Mg O	9,01 „	
	SiO_2	40,12 „	
	Al_2O_3	20,26 „	
	Fe_2O_3	8,00 „	
	Mn O, Mn_2O_3 . .	1,05 „	
		100,58 „	

Les rapports des quantités d'oxygène sont:

Ca O	0,32	5,29	5
Mg O	4,97		
Fe_2O_3	3,24	12,9	12
Al_2O_3	9,4		
SiO_2	21,9	21,9	20

Le silicate double, dans lequel la matière organique est infiltrée, pourrait donc être représenté par la formule 5 (M O. SiO_2), 4 R_2O_3 . 5 SiO_2.

IV.

Ainsi que nous l'avons dit en commençant, les diamants ne se trouvent pas seulement dans les quatre dépôts ci-dessus décrits, mais aussi dans les „alluvial diggings", aux bords de la rivière le Vaal. Un dépôt, d'où ces derniers diamants seraient originaires, n'a pas été reconnu jusqu'ici. Si un pareil gîte a existé, il est probable qu'il a été traversé par le Vaal, dont le cours a si souvent changé dans la suite des siècles. Il doit d'ailleurs avoir été très éloigné des dépôts actuellement connus. En effet, des diamants ont été trouvés de long du Vaal depuis Bloemhof

(Transvaal) jusqu'à son confluent avec le fleuve Orange, et le long de celui-ci jusqu'à Hope-town (Colonie du Cap). En supposant que les diamants aient été transportés dans la direction du courant, le dépôt primitif doit avoir été situé à environ 140 kilomètres des mines aujourd'hui exploitées.

Je n'ai pas visité les champs diamantifères alluviens. J'ai seulement eu plusieurs fois l'occasion de voir des collections de minéraux de ces champs, et une collectiou de ce genre, aussi complète que possible, m'a été envoyée à domicile.

Dans ces collections *manquent* tous les minéraux qui accompagnent régulièrement le diamant dans les quatre mines sèches. Je n'y ai trouvé en effet que des quartz amorphes — agate, jaspe — et de petits fragments de bois fossile (silicifié). Tous ces débris quartzeux sont arrondis et d'assez faibles dimensions. Ils ressemblent du reste complétement aux minéraux de la même espèce qui se trouvent en si grandes quantités dans les Drakenbergen, ainsi que sur les plateaux et dans les rivières qui sont en relation directe avec cette chaîne de montagnes. Je les ai observés, entre autres, en gros fragments dans le lit de la Tugela et en fragments plus petits dans celui de l'Umgeni, rivières qui toutes les deux ont leur source dans les Drakenbergen; dans le lit du Vaal, dans le fleuve Orange, après que le Vaal s'est réuni avec lui, et enfin sur la plaine du Sprinkbok, qui est en rapport avec les Drakenbergen par l'intermédiaire de la rivière Pienaar. Dans les Drakenbergen mêmes, j'ai trouvé de l'agate et du jaspe en gros blocs (pas en couches), et du quartz amorphe sous la forme de bois fossile. J'y ai retiré du sol plusieurs grands morceaux de ces bois, et l'un des plus beaux échantillons a été emporté pour le musée que j'avais érigé à Prétoria.

Dans le voisinage des Drakenbergen, les agates et les jaspes étaient tous en gros fragments, présentant des angles vifs, tandis qu'à une grande distance de ces monts les débris étaient beaucoup plus petits et entièrement arrondis par l'usure.

En m'appuyant sur ces faits, je crois pouvoir admettre que

les agates et les jaspes des champs diamantifères alluviens proviennent des Drakenbergen.

On peut se demander si les diamants des champs alluviens n'auraient pas aussi leur origine dans ces montagnes. Si tel était le cas, il devrait y avoir des chances de trouver des diamants dans le lit des rivières Umgeni, Tugela et Pienaar, qui sont en rapport direct avec les Drakenbergen. Mais les recherches des mineurs n'ont eu ici qu'un résultat négatif, de même que dans le Vaal depuis les Drakenbergen jusqu'à Bloemhof. Près de cette dernière localité les diamants commencent à se montrer dans le lit du Vaal, et on continue d'en trouver, en descendant le cours de la rivière, jusqu'au-delà du point où elle se réunit au fleuve Orange. Dans celui-ci, on ne rencontre de diamants qu'en aval du point de croisement avec le Vaal, jusqu'à Hopetown. — Ajoutons toutefois que les recherches en question, toujours entreprises à une petite échelle seulement, ont fini par être complètement abandonnées, vu que le travail dans le lit des rivières n'est jamais très avantageux pour les mineurs.

Il devient probable, d'après ce qui précède, qu'un dépôt diamantifère a existé à peu de distance de Bloemhof, que les diamants ont été entraînés par le Vaal, et que leurs compagnons ordinaires, le grenat et l'ilménite, ont été détruits. Que ces minéraux durs et tenaces aient disparu sur un trajet relativement si court, alors que l'agate et le jaspe ont pu faire la route beaucoup plus longue partant des Drakenbergen, cela ne saurait s'expliquer, me semble-t-il, que par la circonstance que l'agate et le jaspe ont commencé le voyage à l'état de gros blocs, tandis que le grenat et l'ilménite ne se présentaient, comme dans les dépôts de Kimberley, etc., qu'en menus fragments, et par là même devaient résister moins longtemps au frottement et aux autres causes de destruction.

Je n'ai d'ailleurs aucune preuve plus positive à alléguer en faveur de l'opinion que les diamants des champs alluviens proviennent d'un dépôt analogue à celui de Kimberley. C'est uniquement par analogie que j'incline à admettre cette origine.

V.

D'une manière générale, on peut se figurer les dépôts diamantifères comme des cylindres massifs de la brèche, entourés de toutes parts par une formation de grès. Pour se rendre compte de cette disposition, il faut admettre: ou bien que la masse diamantifère, venue d'ailleurs, a comblé des dépressions qui existaient déjà antérieurement dans le terrain; ou bien que la brèche s'est formée sur place.

Des exemples de dépressions analogues se rencontrent en grande quantité dans l'Afrique australe; je citerai seulement les nombreux lacs d'eau salée et les nombreuses sources thermales qui occupent des cavités toutes semblables, ainsi que j'ai pu fréquemment m'en convaincre.

Il serait donc possible que le remplissage des dépressions par la masse diamantifère eût été une action secondaire. Dans ce cas, 1° le sol autour des mines devrait être aussi riche en diamants que les mines elles-mêmes, 2° la surface des mines devrait se trouver approximativement au même niveau que la plaine environnante.

Ni l'une ni l'autre de ces conséquences ne se vérifient. La plaine qui entoure les mines est pauvre en diamants: le détritus diamantifère ne s'étend qu'à une petite distance des mines et ne contient des diamants que jusqu'à une très faible profondeur. D'autre part, au moment où les mines furent découvertes, elles formaient des *éminences*, qui s'élevaient de 50 à 80 pieds au-dessus de la surface générale du sol.

Ces circonstances rendent probable que les détritus existant à la périphérie des mines proviennent des éminences diamantifères, lesquelles sont composées d'une roche très altérable et ont donc pu fournir facilement des débris.

En examinant le grès qui entoure les mines, j'ai reconnu: 1° qu'il est divisé en couches, 2° que ces couches sont relevées aux bords de la mine et offrent des traces irrécusables de l'action d'une haute température (seulement aux bords de la mine), ainsi

que d'une forte pression exercée de bas en haut, — pression de soulèvement.

Je crois qu'on peut en conclure, sans trop s'aventurer, que la plaine tranquille et déserte, où se dressaient encore en 1869 les monticules diamantifères, a été jadis le théâtre de phénomènes volcaniques, et que ces phénomènes, dont l'apparition des monticules a été le résultat, ont appartenu à une seule et même période.

Dans la brèche qui constituait ces éminences je vois la gangue naturelle du diamant, dont le gisement serait analogue, sous ce rapport, à celui du diamant trouvé dans la xantophyllite (Jeremejen).

M. le professeur F. Cohen, qui a visité les mines de diamants quelques années avant moi (1874), à une époque où elles n'avaient pas encore atteint à beaucoup près la profondeur actuelle, concluait déjà alors que la formation des dépôts était due à une action volcanique. Je n'ai pu me procurer le Mémoire dans lequel il a fait connaître ses observations, mais je me rallie entièrement à son opinion.

M. Story Maskelyne (*loc. cit.*) regarde également la brèche diamantifère comme une roche plutonique, qui aurait été modifiée par des influences secondaires. C'est ainsi que la présence de la calcite serait, d'après lui, le résultat d'une infiltration postérieure.

Lors de mon séjour aux champs diamantifères, je m'étais formé la même opinion au sujet de l'origine de la calcite et du quartz, qui tous les deux ont pu facilement pénétrer dans la brèche à l'aide des eaux superficielles chargées d'acide carbonique.

Mes recherches, rapprochées de celles de MM. Story Maskelyne, Flight, et Cohen, conduisent donc aux conclusions suivantes:

1°. Aux mines de l'Afrique australe, le diamant se trouve dans une gangue *primitive*, qui est d'origine volcanique et a seulement éprouvé des modifications secondaires.

2°. La présence du silicate double carbonifère est caractéristique pour ces mines de diamants.

3°. Ces mines sont des cratères éteints de volcans.

4°. Lors de l'éruption, ou en tout cas à la suite de phénomènes plutoniques, le diamant s'est formé aux dépens de matières organiques, sous l'influence d'une forte pression et d'une température élevée.

En terminant cette Notice, je dois remercier M. van der Star de l'aide obligeante qu'il a bien voulu me prêter.

SUR LA MARCHE ANNUELLE

DE LA

TEMPÉRATURE EN QUELQUES LIEUX D'EUROPE

ET SUR LA MESURE DE SA VARIABILITÉ,

PAR

C. H. D. BUYS BALLOT.

Les premières questions qui se posent au sujet de la marche annuelle de la température en un lieu déterminé sont celles-ci: quelle est la température de chaque mois, de chaque jour, et de combien tel ou tel mois ou jour a-t-il été plus chaud ou plus froid qu'il ne l'est en moyenne? On peut en dire autant à l'égard de la pression barométrique, de la pluie, du vent, etc.

Mais, pour divers points de l'Europe, les séries d'observations s'étendent maintenant sur un si grand nombre d'années, qu'on peut aborder des questions d'une nature plus spéciale. C'est ce qu'on se propose de faire ici, en se bornant toutefois à la température, et en laissant à d'autres le soin d'entreprendre des recherches analogues sur les autres éléments météorologiques.

I. Dès l'origine de mes travaux, marchant sur les traces du regrettable Dove, qui avait le premier introduit les écarts mensuels de la température, j'avais calculé la valeur normale pour

chaque jour séparément et donné les écarts diurnes [1]). Je dus alors me contenter d'opérer par voie de comparaison [2]); les valeurs moyennes ou normales étaient obtenues au moyen de l'interpolation, soit graphiquement ou à vue d'œil, soit algébriquement, par la formule de Bessel. Ces valeurs étaient sans doute assez exactes pour qu'on ne pût pas se méprendre sur le signe des écarts, puisque l'incertitude ne dépassait guère *un* degré et que les écarts sont ordinairement beaucoup plus grands; elles étaient assez exactes aussi pour autoriser à parler de la persistance des déviations et de leur amplitude dans un même sens, ou pour faire connaître la variabilité d'une date, considérée en elle-même ou par rapport à la température du jour suivant. Mais, n'étant fondées que sur les températures moyennes mensuelles, ces valeurs n'avaient pourtant pas l'exactitude nécessaire pour fixer la marche annuelle et décider s'il y existait des irrégularités.

J'ai déjà dit un mot à ce sujet il y a longtemps, en appréciant les séries séculaires d'observations faites à Zwanenburg et à Harlem [3]). Je sentais alors vivement les difficultés provenant du changement continuel des instruments et de leur installation, et j'aspirais par suite à posséder une série suffisamment longue d'observations faites avec les mêmes instruments et à la même place, série qui donnerait la température pour chaque jour, telle qu'elle avait été obtenue. A l'époque dont il s'agit, je me bornai à réunir chaque fois les observations de trois jours consécutifs, et à indiquer en outre (p. 24) combien de jours il s'écoulait chaque fois avant que la température moyenne eût de nouveau monté de 2°,56.

Avec des observations entièrement comparables on peut aller plus loin, à condition seulement que ces observations aient été continuées pendant assez longtemps. Trente ans sont une durée

---

[1]) Buys Ballot, *Changements de température*, etc.

[2]) B. B., *Marche annuelle* etc., dans *Verh. d. Kon. Akad. v. Wetensch.*, Amsterdam, C. v. d. Post, 1860; *Marche annuelle* etc., Kemink et fils, 1875.

[3]) B. B., *Changements périodiques*, Kemink et fils, 1847.

à peine suffisante pour les recherches que nous avons en vue. Néanmoins, je les ai commencées aussitôt que, en 1874, j'ai eu à ma disposition les trente premières années d'une nouvelle série entreprise au Helder [1]). Plus tard, j'ai traité de la même manière les observations de Bruxelles et de Chiswick [2]). De son côté, M. Hann a donné la marche journalière de la température pour Vienne, M. Strasser l'a communiquée pour Kremsmunster, et d'autres encore en ont fait autant pour divers lieux [3]). Ainsi a été fournie l'occasion d'appliquer, à l'étude de la régularité de la marche, des observations réelles, affranchies de toute interpolation. Il est à souhaiter qu'on n'en demeure pas là et que tous les observateurs, aussitôt que leur série embrasse un laps de temps suffisant, publient les résultats obtenus directement pour chaque jour de l'année.

L'essai que je présente ici n'aura peut-être d'autre valeur que celle d'un exemple, mais, à ce titre, il contribuera certainement à élucider la question et à en rendre la solution possible.

Lorsque la température de chaque jour aura été obtenue comme nous venons de le dire, il pourra encore arriver, çà et là, que par exemple une température plus basse, à une certaine date, se trouve entre deux températures plus élevées, correspondant à la date précédente et à la date suivante. Cela indiquerait pour ces époques une anomalie dans la marche annuelle, et il s'agit alors de savoir si cette anomalie existe réellement ou si elle est seulement apparente. Dans le cas, en effet, où la série n'embrasse pas une centaine d'années, un seul jour, offrant une déviation de 20 ou même de 10 degrés, ce qui se voit quelquefois [4]), laisse encore dans le résultat moyen une trace trop forte. On a donc proposé différentes méthodes pour éliminer ces écarts accidentels, soit en s'appuyant uniquement sur les indications

---

[1]) *Versl. en Meded. d. Kon. Ak. v. Wetensch.*, 2_e sér., t. IX, 1875.

[2]) *Versl. en Meded. d. Kon. Ak v. Wetensch.*, 2_e sér., t. X, 1876.

[3]) Voir aussi: Jelineck, *Sitz. Berichte der K. K. Akad.*, LLII, 1870.

[4]) C'est ainsi que le 9 décembre a présenté deux fois, en 1871 et en 1879, en Belgique et chez nous, des températures trop basses d'environ 20 degrés.

du lieu même, soit par comparaison avec les indications d'autres lieux. Pour montrer comment on peut essayer de parvenir au but par la première de ces deux voies, je citerai seulement les principales manières d'opérer, celles de MM. Jelineck, Hann, Prestel, et la mienne.

M. Hann [1]) combine chaque fois neuf jours consécutifs, en prenant une fois la température du premier et du neuvième jour, deux fois celle du deuxième et du huitième, trois fois celle du troisième et du septième, quatre fois celle du quatrième et du sixième, cinq fois celle du cinquième jour, ou jour du milieu. La vingt-cinquième partie de la somme représente alors la température moyenne de ce cinquième jour. Ces moyennes s'obtiennent sans beaucoup de peine. M. Prestel emploie chaque fois une suite de onze jours. Il m'a paru que ces auteurs, et plus encore M. Bloxam, faisaient agir un beaucoup trop grand nombre de jours sur la température du jour médian; aussi, tout en reconnaissant avec M. Hann que le choix offre toujours quelque chose d'arbitraire, j'ai proposé une méthode plus simple [2]), dans laquelle on ne combine que trois jours, ce qui se fait avec une extrême facilité, à simple vue. Le tiers de la somme des températures de trois jours consécutifs est alors pris pour la température du jour médian de cette triade. On peut ensuite combiner à leur tour, de deux manières différentes, ces groupes de trois jours, ce qui donne une régularisation plus parfaite de la marche des températures: en réunissant chaque fois une première, une quatrième et une septième triade, on aura la somme de neuf jours consécutifs; en réunissant trois triades successives, on aura la somme de une fois le premier et le cinquième jour, deux fois le deuxième et le quatrième jour, trois fois le troisième jour ou jour médian. Celui qui juge que neuf jours ne sont pas de trop pourra suivre la première de ces deux méthodes, telle qu'elle a été suivie dans les *Verslagen en Mededeelingen*; un autre, reconnaissant avec raison

---

[1]) *Sitz.-Ber. d. K. K. Akad.*, t. LXXVI.

[2]) *Versl. en Meded. K. A. v. Wet.*, 2e sér., t. IX, 1875.

que, si la série a seulement été continuée assez longtemps, une combinaison de cinq jours procure une certitude suffisante pour le jour qui occupe le milieu de cet assemblage, donnera la préférence à la seconde méthode, puisque alors les jours distants du jour médian n'ont qu'une faible influence.

L'application du premier procédé, celui qui réunit neuf jours consécutifs, m'a montré qu'il ne laissait subsister que des irrégularités très peu nombreuses, et toujours très légères (voir *Verslagen* etc.); maintes anomalies, qu'offraient encore les sommes de trois jours, disparaissaient entièrement. En définitive, je pense que chacune des deux méthodes indiquées présente des garanties suffisantes d'exactitude, et que l'essentiel est de se mettre d'accord sur le choix de l'une d'elles. En attendant toutefois que l'unanimité soit obtenue à cet égard, et pour ne rien préjuger, je continuerai à me servir seulement des moyennes tridiurnes, parce que l'incertitude qui les affecte encore finira aussi par disparaître lorsque la série sera assez prolongée, et parce que les exemples traités par la méthode des moyennes de neuf jours ont déjà mis hors de doute l'absence de grandes irrégularités dans le cours de l'année. Ainsi tombera d'ailleurs entièrement cette objection, qu'on peut toujours combiner les jours en nombre assez grand pour qu'une perturbation réelle devienne invisible.

La combinaison de trois jours successifs ne prête par elle-même à aucune difficulté et, comme je l'ai déjà dit, à l'aide de ces observations tridiurnes on peut toujours, par l'addition suivant l'une des deux méthodes indiquées, acquérir plus de certitude pour le jour médian, si l'on ne voit aucun inconvénient à faire intervenir dans le calcul des jours plus éloignés. Ces moyennes de trois jours sont d'ailleurs parfaitement adaptées à l'examen auquel je vais me livrer, à savoir si une dépression, par exemple, marquée à une certaine date, a été une dépression réelle, ou bien n'a paru telle que par comparaison, les jours précédents et suivants ayant eu une température trop élevée. J'avais déjà attiré l'attention sur ce point dans mes *Changements périodiques*, où je disais, p. 30: „On ne saurait distinguer par les moyens

(Voir la continuation à la pag. 82).

TABLEAU *a*.

Températures diurnes au Helder, déduites chacune d'une triade. 1845—1879.[1])

	Jan.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
1	2,84	**3,02**	**3,59**	6,78	**8,95**	13,48	**16.23**	17,75	**16,41**	13,83	8,81	4,06
2	2,59	3,22	**3,66**	6,97	**9,16**	14,20	**16,22**	17,81	**16,40**	13.55	8,56	3,98
3	2,56	3,32	3,98	7,11	9,28	14,60	16,31	17,88	**16,39**	13,44	8,38	**4,08**
4	**2.58**	3,48	4,17	7,13	9.53	14,86	16,64	17,93	**16,50**	13,25	8,32	**4,44**
5	2,55	3,69	4,36	7,25	9,79	14,95	16,95	17,88	**16,49**	12,92	8,29	**4,87**
6	2,48	**3,64**	4,40	7,37	10,21	12,10	17,37	17,96	**16,45**	12,75	8.28	**5,11**
7	2,39	**3,35**	**4,37**	7,57	10,42	**15,04**	17,33	18,00	**16,33**	12,63	**8,31**	**5,01**
8	2,18	**2,80**	**4,17**	**7,53**	10,79	15,11	17,34	17,99	**16,26**	12,59	8,07	**4,62**
9	2,00	**2,46**	**3,87**	7,57	10,95	**15,08**	**17,09**	17,84	16,17	12,29	7,66	**4,43**
10	1,91 m.	**2,23**	**3,75**	**7,45**	11,23	15,15	**17,12**	17,79	15,99	12,17	7,11	**4,37**
11	2,02	**2,14**	**3,67**	**7,41**	**11,21**	15,22	**17,15**	17,91	15,86	12,08	6,69	**4.50**
12	2,19	**2,14**	**3,72**	**7,42**	11,23	15,39	17,52	18,20	15,68	12,08	6,39	**4,50**
13	2 43	**2.42**	**3.87**	7,59	**11,12**	15,63	17,83	18,30	15,55	11,80	6,35	**4,57**
14	2,36	**3,02**	**3,93**	7,96	**11,18**	15,87	18,19	18,32	15,31	11,55	**6,55**	**4,49**
15	2,34	**3,46**	**4,10**	8,12	11,38	16,08	**18,18**	**18.24**	15,24	11,40	**6,81**	**4,48**
16	2.36	3,69	**4.19**	8,17	11,73	16,14	**18,11**	**18,06**	**15,28**	11,38	**6.72**	**4.33**
17	2,65	**3,56**	**4,37**	**8,05**	12,02	**15,93**	**17.83**	**17,83**	**15,28**	11,42	**6,46**	**4,11**
18	2,77	**3,44**	4,42	8,25	12,24	**15,90**	**17,67**	17,60	15,07	11,40	6,15	**4,01**
19	2,82	**3.29**	**4,41**	8.77	12,43	**16,06**	**17,46**	17,57	14,73	11,22	5,88	3,91
20	**2,62**	**3,59**	**4,34**	9,14	12,49	16,37	**17,66**	**17,61**	**14,74**	10,91	5,50	3,18
21	**2,50**	**3.26**	**4,31**	9,18	12,70	16,54	**17,97**	17,56	14,51	10,65	5,32	2,88
22	**2.52**	**3,27**	**4,34**	**8,90**	12,87	**16,52**	18,41	17,31	14,48	10,52	**5,50**	**2,95**
23	2,83	**3,35**	4,49	**8,75**	13,04	**16.48**	18,45 M	17,18	14,14	10,43	**5.60**	**3,09**
24	3,05	**3,48**	4,64	**8,75**	13,11	**16,43**	18,28	17,11	14,12	10,25	**5,53**	**3,00**
25	3,18	**3,51**	4,82	**8.71**	13,15	16.56	18,09	**17,13**	14,03	10,03	5,30	**3,00**
26	**2.92**	**3,52**	5,10	**8,78**	13,33	16,63	17,91	17,08	14,02	9,75	**5,36**	**3,16**
27	**2,66**	**3,59**	5,52	**8,71**	13,44	16,69	17,84	17.04	**14,16**	9,55	**5,42**	**3,38**
28	**2,58**	**3,61**	5,82	**8,66**	13,56	**16,52**	17,78	16,96	**14,26**	9,35	**5,37**	**3,53**
29	**2,62**		5,97	**8,61**	**13,48**	**16,43**	17,85	16,88	**14,30**	9,17	**5,34**	**3,61**
30	**2,76**		6,19	**8.71**	**13.52**	**16,27**	17,84	16,68	**14,06**	9,06	4,52	**3,59**
31	**2,85**		6,44		**13,48**		17,79	16,25		8,92		**3,37**

[1]) Dans ce tableau, comme dans les suivants, les températures anomales sont imprimées en chiffres gras; vers l'époque du minimum et du maximum, la température est si incertaine que les faibles anomalies trouvées à ces époques, c'est-à-dire du 6 au 17 janvier et du 24 juillet au 15 août, n'ont pas été indiquées expressément.

TABLEAU *b*.

Températures diurnes au Helder, déduites chacune d'une ennéade. 1845—1879.

	Jan.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
1	3,02	3,04	3,76	6,63	9,05	14.05	**16,46**	17.84	16,60	13,77	8.76	4.62
2	2,91	3,13	3.88	6.80	9,18	14,22	**16.53**	17,84	16,52	13,59	8,64	**4,73**
3	2,80	3,27	4.00	6,97	9.40	14,39	16,65	17,87	16,36	13,42	8,53	4,57
4	2,60	3,28	4,05	7.16	9.63	14,46	16,85	17.89	**16,41**	13.22	8,48	4,50
5	2,44	**3,23**	4.06	7.25	9,91	14,75	**16.84**	17,89	**16,39**	13,02	8.31	4,49
6	2,34	**3,14**	4,09	7,35	10,15	14,93	16,93	17,89	16,34	12,83	8,11	**4,54**
7	2,29	**3.02**	4,10	7.38	10,39	15,02	17,03	17,91	16.27	12,68	7,91	**4,61**
8	2,25	**2.87**	**4,07**	7,40	10,59	15,10	17,14	17,93	16,21	12,53	7.68	**4,66**
9	2,22	**2,75**	**4.00**	7,45	10,80	15,19	17,33	18,00	16,10	12.37	7,44	**4,68**
10	2,24	**2.67**	**4,00**	7,54	10,92	15,29	17,43	18,03	15,95	12,20	7,26	**4,65**
11	2,20	**2,65**	**3,92**	7,63	11,06	15,40	17,56	18,07	15,81	12,07	7.10	**4,54**
12	2,17 m.	**2,69**	**3,90**	7.70	11.30	15,52	17.60	18,09M	15.70	11,92	6.95	4,47
13	2.23	**2.78**	**3,93**	7,74	**11,25**	15,64	17.69	18,05	15.61	11,78	6,73	4,42
14	2,34	**2,91**	**3.99**	7.81	11,47	15,68	17,72	18,02	15,48	11,68	6,57	4,36
15	2,44	**3,02**	**4.08**	7,93	11,62	15,79	17,79	18,01	15,33	11,63	6,45	4,33
16	2,84	**3,13**	4,16	8,18	11,76	15.94	17.80	17,98	15.19	11,47	6.32	4.16
17	2,54	3,39	4,21	8.38	11.90	16,06	17,89	17.92	15,11	11,29	6,17	3,93
18	2,54	3,39	4,28	8,52	12,11	16.18	17,94	17.79	14,94	11,15	6.09	3,79
19	2,57	3,41	4,31	8,61	12,34	16,24	17.99	17.65	14,83	11.04	6,03	3.62
20	2,70	3,50	4,40	8.65	12,52	16,26	17,98	17,54	14,72	10,92	5,85	3,46
21	2,77	**3,39**	4,45	8,73	12,69	16,29	17,97	17,41	14,57	10,77	5,66	3,30
22	2,84	**3.35**	4,52	8,79	12,82	16,38	17,99	17,33	14,41	10,59	5.56	3,17
23	**2,79**	**3,49**	4,64	8,89	12,95	16,49	18,01	17,29	14,30	10,36	5,49	3,15
24	**2,74**	**3.44**	4,82	**8.88**	13,09	16,55	18,03	17,23	14,26	18.15	5,42	3,09
25	**2,76**	**3.46**	4.99	**8,76**	13,19	**16,53**	18,09M	17,13	14,25	9.97	5,39	**3.16**
26	**2.79**	**3,49**	5,19	**8,72**	13,28	**16,51**	18,07	17,05	14,15	9,78	**5.43**	**3.29**
27	**2,82**	3,57	5,45	**8,72**	13,36	**16,47**	17,98	16,95	14,11	9,62	5,15	**3,33**
28	2,87	3,70	5,69	**8,77**	13,40	**16.44**	17,89	16.78	14,03	9.44	4.91	**3,30**
29	**2,85**		5,95	**8.83**	13,54	**16,43**	17,84	**16.79**	13,95	9,24	4,90	**3.20**
30	2,99		6,22	8.90	13,72	**16,43**	17,83	16,71	13,89	9.06	4,67	**3,19**
31	**2,92**		6,46		13,88		17,81	16,52		8,88		**3,15**

qui sont aujourd'hui à notre disposition les deux causes également possibles (le refroidissement ou l'échauffement); de plus, si nous savions qu'une dépression de température avait eu lieu, on ne serait pas encore en droit d'en chercher la cause hors de la terre''. Plus loin, je faisais remarquer qu'il s'agirait de savoir si une pareille dépression s'était fait sentir au même moment sur toute la terre, ou bien si elle avait envahi successivement des lieux différents; dans ce dernier cas, elle devrait être attribuée à une cause terrestre, et non à une cause cosmique.

A l'époque dont je parle, deux périodes de dépression étaient particulièrement citées, l'une au commencement de février et l'autre vers le milieu du mois de mai. Toutes les deux ont été rapportées à des causes cosmiques, à un anneau d'astéroïdes, bien que des explications terrestres aient aussi été proposées, notamment par Dove. Pour ces époques de l'année, ainsi que pour d'autres (car les moyennes de neuf jours paraissent indiquer des irrégularités tout aussi fortes dans d'autres mois), il faut rechercher: 1° si les dépressions sont réelles, 2° en cas d'affirmative, si en des lieux différents elles correspondent à des temps différents; cette dernière connaissance étant de nature à faire trouver plus facilement la cause du phénomène.

Quant à la réalité des dépressions, elle ne ressort pas clairement de l'étude que j'ai faite jadis de la marche des températures au Helder. J'avais consigné dans un tableau les températures diurnes moyennes, ainsi que le nombre de fois que ces moyennes avaient été observées dans chaque mois, et je trouvais que les irrégularités étaient le plus fortes en mars et le moins accusées en août, tandis que les différences des maxima et des minima croissaient et décroissaient régulièrement dans les mois intermédiaires.

Je reproduis ici (voir aux pag. 80 et 81) deux tableaux de la température de chaque jour au Helder, l'un (*a*) dont chaque valeur a été déduite des moyennes de 3 jours successifs, l'autre (*b*) calculé à l'aide des moyennes de 9 jours.

Ces tableaux ne sont pas même les plus réguliers de ce genre,

attendu que le nombre des années d'observations dont il sont déduits ne s'élève encore qu'à trente-cinq. Le mois de mai ne montre pas plus de discordance dans les températures qu'il ne lui en revient d'après sa position (voir *Versl. en Meded.* 1875), ni une perturbation tant soit peu sensible dans la marche ascendante de la température moyenne (*Ibid.*, p. 197). On doit reconnaître que, même au Helder, il ne manque à la température que un ou deux dixièmes, pour rendre la série tout à fait régulière. Les mois d'avril et de mai ne partagent cette régularité de marche qu'avec les mois d'octobre et de novembre, dans lesquels les températures moyennes décroissent sans discontinuité.

De plus, en comparant les tableaux *a* et *b*, on voit que beaucoup d'irrégularités offertes par les moyennes tridiurnes disparaissent, par suite de leur petitesse, dans les moyennes novemdiurnes, d'où l'on peut conclure qu'aucune de ces irrégularités n'avait d'importance réelle.

Le second moyen d'étude des anomalies en question consiste à les comparer pour des lieux différents, à chercher à quelles dates elles se sont produites en chacun de ces lieux [1]). Pour le moment, nous n'avons pas encore une assez grande quantité de longues séries pour qu'il soit possible de fixer la date exacte de ces anomalies et de constater si en effet elles se déplacent d'un lieu vers l'autre. Nous nous contentons donc provisoirement d'indiquer les mois où elles se présentent. Dans les tableaux déjà cités des *Verslagen en Mededeelingen*, — qu'il serait trop long de reproduire, mais dont la disposition est la même que celle du tableau *a* communiqué ci-dessus, — les moyennes anomales sont marquées en chiffres gras, de sorte qu'il est facile de voir si elles tombent dans les mêmes mois de l'année. Nous donnons ici un tableau indiquant pour divers lieux le nombre de fois que des anomalies se sont produites en chaque mois et le nombre de jours pendant lesquels elles ont persisté. Ce tableau est composé de moyennes novemdiurnes. (Voir tab. *c*).

[1]) Voir Hann, *Sitz-Ber.*, t. LXXVI.

TABLEAU *c*.

Nombre et durée des anomalies de température en divers lieux d'Europe, d'après les moyennes tridiurnes [1]).

Lieux.	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Nombre d'années.
Berlin	4	4	0	0	3	9	1,1	0	0	0	0	1	110
Bruxelles	0	15	1,3	1,1	0	1,12	2	0	0	0	3,4	1,2,1	40
Breslau	1	14	0	0	1,1	12	1,4	0	0	0	0	0	80
Carlsruhe	1	8	0	0	0	5	0	0	0	0	0	0	70
Chiswick	0	16	5,4	2	0	3	0	0	0	0	0	13,2,1,1	44
Copenhague [2])	0	(22)	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	92
Cracovie	2	16,1	2	0	0	0	(6)	0	1	0	3	0	50
Dantzig	4	1,5,2	2,2	0	0	0	0	0	0	0	6	0	31
Helder	5,1,1	12,6	8	6	1	8	1	1	2	0	1	1,6,7	35
Hohenpeissenberg	0	19	0	0	2	11	2	0	1	1	5	3,1	68
Kremsmünster	1	4,11	0	0	1	3,2	1	0	0	0	0	0	85
Leipzig	0	0	1,1	0	0	1,4,2	0	0	1	0	4	2	64
Milan	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110
St. Pétersbourg	(11)	13	0	0	0	1	1	0	0	0	0	7.6	85
Rome	0	4	5,1,1	1,1	0	0	0	0	1	1	0	0	40
Utrecht	3	14,2	1,8,1	2,9	0	7 (12)	0	0	4	0	1	15,6	30
Vienne	0	5	1	0	0	8	0	0	0	0	0	0	100

On est toutefois en droit de faire l'objection suivante: admettons que, à de rares exceptions près, la température croisse de jour en jour dans les mois d'avril et de mai, et décroisse avec la même continuité de septembre à décembre; cela pourrait s'expliquer par la circonstance que durant ces mois l'ascension ou l'abaissement seraient assez forts pour qu'une perturbation d'un dixième de degré ne suffît pas à les transformer l'un dans l'autre; il est donc très possible que cette ascension ou cet abaissement soient retardés à certains jours et se fassent par conséquent d'une manière irrégulière, et c'est là précisément ce que nous essayons d'établir.

Pour résoudre la question d'une façon plus complète, ou plutôt comme acheminement vers cette solution, j'ai encore procédé d'une autre manière: j'ai représenté, pour chaque lieu séparément, la vitesse de l'accroissement et du décroissement de la température aux divers moments de l'année.

---

[1]) De même que dans les tableaux (*a*) et (*b*), les températures ont été regardées comme incertaines pour quelques jours de janvier, à l'époque du minimum, et pour quelques jours de juillet et d'août, à l'époque du maximum.

[2]) Les anomalies ne sont que de quelques centièmes de degrés.

Je reconnais que nous ne possédons encore que pour un bien petit nombre de lieux des séries d'observations pouvant satisfaire à toutes les exigences légitimes; néanmoins, nous verrons déjà que divers points, de nouveau assez rapprochés à la surface du globe, ont quelque chose de commun dans la manière dont la vitesse d'accroissement ou de décroissement y varie.

De mes tableaux préparatoires j'ai déduit la différence qui existait entre chaque température tridiurne et celle marquée dix jours plus tard. La dixième de cette différence pouvait alors être regardée comme la vitesse de l'accroissement pour le jour en question.

C'est ainsi, par exemple, qu'à Berlin, d'après 100 années d'observations, les températures moyennes, déduites chacune de trois moyennes diurnes, sont pour la première quinzaine d'avril:

1	avril	—	5,98
2	„	—	6,26
3	„	—	6,48
4	„	—	6,70
5	„	—	6,88
6	„	—	7,11
7	„	—	7,41
8	„	—	7,81
9	„	—	8,10
10	„	—	8,32
11	„	—	8,40
12	„	—	8,51
13	„	—	8,58
14	„	—	8,70
15	„	—	8,73

d'où il suit que les accroissements dans la première moitié d'avril ont été:

pour le	11	—	1	avril	—	2,42
„	12	—	2	„	—	2,25
„	13	—	3	„	—	2,10
„	14	—	4	„	—	2,00
„	15	—	5	„	—	1,85
somme pour la 1ère pentade d'avril					—	10,62

En opérant de cette manière, on a obtenu en détail, pour le Helder, le tableau suivant des différences (*d*).

TABLEAU *d*.

Helder 1845—1879.

Accroissement et décroissement, chaque fois en dix jours, des températures moyennes tridiurnes.

Pentade.	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
	— 82	— 62	6	63	226	167	85	0	62	167	104	42
	— 40	— 88	— 11	45	207	141	92	0	51	201	110	75
	— 13	—108	— 24	48	184	119	130	16	26	189	140	91
	— 22	— 90	— 23	83	165	103	152	36	55	172	181	45
	— 21	30	21	87	159	101	155	42	72	147	212	44
1	**— 178**	**— 318**	**— 31**	**— 326**	**941**	**631**	**614**	**94**	**— 266**	**— 876**	**— 747**	**— 267**
	— 12	77	0	80	152	113	123	39	84	164	216	+ 52
	59	5	25	48	110	104	74	36	119	170	203	49
	59	21	54	72	145	89	50	10	125	152	177	5
	83	64	59	120	148	79	34	— 17	117	137	148	30
	71	83	64	169	126	98	39	39	105	121	156	78
2	**260**	**250**	**202**	**489**	**681**	**483**	**320**	**29**	**— 550**	**— 744**	**— 900**	**— 110**
	48	136	62	177	149	122	54	27	119	119	185	90
	33	112	62	248	164	132	82	18	144	107	192	61
	40	113	71	116	192	113	99	38	125	126	178	52
	69	93	69	79	193	185	62	89	135	143	161	109
	84	46	91	59	177	60	9	112	120	156	237	162
3	**274**	**500**	**355**	**679**	**875**	**612**	**306**	**284**	**— 643**	**— 651**	**— 853**	**— 484**
	56	05	115	61	160	48	— 9	121	141	137	90	155
	1	— 17	140	66	142	49	— 20	111	119	130	75	148
	— 19	3	156	41	132	76	1	98	121	137	102	149
	— 20	17	185	— 16	105	62	11	79	126	163	151	148
	14	30	213	— 43	103	37	39	64	112	187	136	117
4	**32**	**38**	**809**	**109**	**642**	**272**	**22**	**— 473**	**— 619**	**— 754**	**— 554**	**— 717**
	35	7	244	— 23	78	— 10	18	69	81	205	—104	73
	50	72	248	— 74	94	— 31	— 18	93	43	205	— 78	58
	39	90	247	53	116	— 30	— 66	128	68	185	— 54	30
	27	101	231	78	149	— 17	— 61	90	71	173	— 98	+ 41
	30	92	215	108	171	21	— 40	78	93	171	—126	+ 49
5	**181**	**362**	**1185**	**140**	**608**	**— 67**	**— 167**	**— 458**	**— 356**	**— 939**	**— 329**	**— 71**
	77	86	185	143	162	39	— 16	72	70	187	—152	11
	98	65	175	171	166	74	— 3	63	87	187	—152	50
	77	28	156	213	148	64	12	59	111	171	—109	46
	18	14	138	234	163	82	22	59	127	146	— 43	42
	— 30	8	101	252	156	66	14	63	153	127	— 25	61
6	**240**	**201**	**755**	**1013**	**795**	**325**	**29**	**316**	**548**	**— 818**	**— 541**	**— 210**

9 Janv.—31 Déc. — 90 10—1 Janv. — 14 11—2 Janv. — 44 — 60 —146
pour la 73me pentade.

Avant le 17 Août, les décroissements sont notés par —; après cette date, les accroissements par +.

Le même calcul a été exécuté pour tous les autres lieux dont j'ai pu me procurer des observations, ce qui a produit un travail étendu, dont je communique ci-dessous, dans le tableau (*d*) (voir p. 88—91), le résultat. Ce tableau fait connaître pour chaque série successive de cinq jours, ainsi qu'il est indiqué en tête des colonnes, la somme des accroissements et décroissements de la température, mesurés comme dans l'exemple ci-dessus, relatif à la première pentade d'avril pour la ville de Berlin. J'ai supprimé partout les points décimaux, de sorte que les nombres expriment ces sommes en centièmes de degré. Des sommes analogues sont inscrites pour chacun des 17 lieux mentionnés dans le tableau; la somme totale donne donc une vitesse d'accroissement 17 fois plus grande que ne l'est la vitesse moyenne en Europe, ou du moins dans la partie de l'Europe qui est représentée dans le tableau.

Je regarde ce moyen comme le seul qui puisse faire apprécier la marche annuelle de la température en Europe, indépendamment de toute perturbation locale.

Au bas de chaque colonne se trouve inscrit, dans une dernière ligne horizontale, le 1/17ième de la somme de cette colonne. La comparaison de ce nombre moyen avec les nombres relatifs aux divers lieux particuliers montrera dans lesquels de ces lieux, à une même époque de l'année, la vitesse de la marche est plus grande ou plus petite que la vitesse moyenne.

Si l'atmosphère n'existait pas, l'accroissement et le décroissement de la température seraient beaucoup plus réguliers; on pourrait même alors en fixer la marche théoriquement, d'après les quantités de chaleur qu'un lieu donné reçoit du soleil aux diverses dates [1]). Mais les courants de l'atmosphère et le voisinage de la mer troublent tellement la vitesse théorique, qu'il est absolument nécessaire de déterminer la vitesse réelle, à l'aide des observations. Ce sera seulement après l'avoir obtenue

---

[1]) Voir, Meach, *On Solar Heat*, et aussi dans *Wiener Jahrb. der Oesterr. Gesellsch.*, t. XIV, p. 113.

TABLEAU *d.*

Sommes par pentades des accroissements et décroissements, chaque fois en dix jours, des températures moyennes tridiurnes. (*Les accroissements sont marqués en chiffres gras*).

		JANVIER.						FÉVRIER.						MARS.					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Berlin	100 années.	**24**	**655**	**118**	**454**	**755**	**60**	**146**	**243**	**381**	**533**	**456**	**287**	**286**	**843**	**657**	**596**	**1191**	**1295**
Breslau	79 ″	267	**721**	**626**	**271**	**511**	**148**	301	**232**	**690**	**653**	**628**	**351**	**259**	**454**	**694**	**955**	**1327**	**1465**
Bruxelles	38 ″	91	**208**	**522**	**704**	**370**	**295**	244	164	**375**	**463**	**621**	**37**	**159**	**532**	**346**	**578**	**1193**	**911**
Carlsruhe	70 ″	234	**580**	**651**	**495**	**444**	**548**	**170**	152	**545**	**847**	**789**	**338**	**350**	**664**	**675**	**791**	**1183**	**1119**
Chiswick	44 ″	**60**	**294**	**401**	**431**	**194**	**336**	198	274	**360**	**578**	**503**	15	**291**	**419**	**66**	**518**	**1076**	**770**
Copenhague	92 ″	13	**32**	**135**	**50**	53	59	17	**194**	**180**	**232**	**341**	**210**	**83**	**246**	**308**	**534**	**749**	**723**
Cracovie	50 ″	**84**	**595**	**545**	**396**	**253**	157	371	**577**	**1189**	**1040**	**820**	**578**	**445**	**255**	**948**	**1271**	**1520**	**1423**
Dantzig	31 ″	**108**	**517**	**86**	**246**	**390**	160	**233**	**500**	**239**	**359**	**391**	**44**	**170**	**606**	**403**	**514**	**1040**	**1148**
Helder	35 ″	178	**260**	**274**	**32**	**181**	**240**	318	**250**	**500**	**38**	**362**	**201**	31	**202**	**355**	**809**	**1185**	**755**
Hohenpeissenberg	68 ″	104	**313**	**420**	**591**	**331**	127	154	176	**459**	**663**	**196**	**127**	**378**	**706**	**588**	**946**	**1213**	**944**
Kremsmünster	85 ″	99	**302**	**450**	**469**	**452**	**384**	**178**	**155**	**504**	**880**	**707**	**439**	**532**	**657**	**631**	**910**	**1344**	**1270**
Leipzig	64 ″	181	**194**	**675**	**641**	**302**	**105**	**280**	**560**	**509**	**685**	**607**	**273**	**197**	**242**	**518**	**780**	**1271**	**1024**
Milan	110 ″	135	**300**	**427**	**365**	**318**	**474**	**592**	**589**	**693**	**922**	**905**	**708**	**632**	**818**	**814**	**678**	**869**	**965**
Rome	40 ″	**586**	**372**	32	**56**	**244**	**183**	**64**	**33**	**407**	**584**	**166**	**146**	**431**	**632**	**516**	**599**	**1024**	**676**
St. Pétersbourg	85 ″	295	120	**130**	**91**	211	**432**	**550**	155	**72**	**541**	**476**	**454**	**475**	**648**	**734**	**970**	**1019**	**697**
Utrecht	30 ″	**85**	**277**	**279**	**113**	**409**	**353**	652	**155**	**693**	**195**	**538**	**10**	**106**	**443**	**466**	**1070**	**1407**	**1057**
Vienne	100 ″	**101**	**569**	**413**	**261**	**466**	**483**	**54**	**149**	**717**	**1026**	**770**	**514**	**513**	**637**	**707**	**847**	**1208**	**1229**
Moyennes		22	**357**	**360**	**333**	**315**	**208**	**1**	**161**	**501**	**602**	**552**	**276**	**310**	**530**	**554**	**786**	**1166**	**1027**

TABLEAU *d*.

Sommes par pentades des accroissements et décroissements, chaque fois en dix jours, des températures moyennes tridiurnes.

		Avril.						Mai.						Juin.					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Berlin.........	100 années.	1062	667	757	851	750	819	209	556	1303	913	743	682	604	326	181	204	496	323
Breslau.........	79 "	1059	668	838	1013	1028	1086	659	608	1025	641	657	948	515	78	58	377	380	514
Bruxelles........	38 "	273	464	941	550	457	907	769	536	690	767	759	870	634	307	186	57	219	520
Carlsruhe........	70 "	661	549	801	702	1088	1049	525	554	786	580	607	467	406	262	56	319	408	451
Chiswick........	44 "	231	411	549	359	703	688	333	809	824	421	653	685	503	338	403	380	117	314
Copenhague......	92 "	747	723	672	624	608	713	664	735	932	713	582	668	528	369	255	271	170	240
Cracovie........	50 "	815	551	1120	956	616	1259	1235	785	804	710	706	885	423	311	447	151	105	308
Dantzig.........	31 "	963	891	903	799	818	836	738	918	972	737	856	898	767	478	235	311	458	516
Helder..........	35 "	326	489	679	109	140	1013	941	681	875	642	608	795	631	483	612	272	67	325
Hohenpeissenberg.	68 "	542	479	726	852	1317	1121	240	476	980	280	461	627	464	189	191	404	551	684
Kremsmünster...	85 "	886	586	804	903	1102	1209	714	509	749	686	742	705	324	71	60	302	417	557
Leipzig.........	64 "	485	678	1072	759	618	1167	735	693	1205	674	588	794	455	62	91	296	228	385
Milan..........	110 "	758	692	744	744	878	924	727	712	888	667	528	699	751	525	273	509	574	518
Rome..........	40 "	277	569	640	617	800	990	833	352	765	900	607	675	593	594	565	759	492	506
St. Pétersbourg..	85 "	1101	1153	946	703	654	759	756	1283	1075	839	776	905	871	449	520	446	359	278
Utrecht.........	30 "	428	515	653	54	79	1016	1029	853	951	667	852	785	174	174	577	302	248	101
Vienne.........	100 "	1099	744	722	994	1200	1223	824	533	647	651	677	669	541	166	40	364	344	460
Moyennes...........		689	637	798	682	756	987	702	682	910	676	671	750	540	296	229	330	250	414

TABLEAU *d*.

Sommes par pentades des accroissements et décroissements, chaque fois en dix jours, des températures moyennes tridiurnes.

		JUILLET.						AOÛT.						SEPTEMBRE.					
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
Berlin..........	100 années.	**232**	**151**	**198**	**225**	**173**	192	310	398	606	442	321	449	738	740	713	803	1125	933
Breslau.........	79 ″	**370**	**49**	**169**	**70**	**110**	**18**	247	195	363	536	477	725	744	988	989	456	446	751
Bruxelles........	38 ″	**676**	**367**	**34**	340	216	**24**	**3**	**31**	120	621	525	320	397	774	835	538	347	517
Carlsruhe	70 ″	**301**	**126**	60	74	**314**	**33**	225	185	544	635	391	461	737	835	705	676	776	733
Chiswick	44 ″	**409**	**28**	220	27	**177**	13	49	550	440	278	384	397	453	582	590	472	373	668
Copenhague......	92 ″	**378**	**161**	**191**	**225**	31	207	202	184	277	470	434	381	489	594	596	421	536	663
Cracovie	50 ″	**409**	**73**	**153**	**107**	10	168	326	145	280	793	754	658	612	1092	1031	443	337	666
Dantzig.........	31 ″	**337**	**204**	**297**	**309**	**106**	89	296	496	477	437	510	706	794	851	915	830	1108	1027
Helder	35 ″	**614**	**320**	**306**	**22**	167	**29**	**94**	**29**	284	473	458	316	266	550	643	619	356	548
Hohenpeissenberg.	68 ″	**444**	**83**	**5**	279	**434**	**186**	309	187	557	571	261	568	860	755	469	377	513	483
Kremsmünster....	85 ″	**382**	**233**	**203**	82	**1**	163	273	145	428	557	399	640	681	935	933	627	472	589
Leipzig.........	64 ″	**428**	**273**	**56**	87	60	35	82	201	287	363	564	779	626	917	922	549	645	782
Milan	110 ″	**450**	**257**	**19**	319	20	**104**	181	289	610	676	494	506	643	733	827	860	914	827
Rome...........	40 ″	**501**	**458**	**439**	395	232	**177**	**67**	73	548	695	587	772	673	800	813	489	475	635
St. Pétersbourg..	85 ″	276	331	**178**	**62**	147	413	267	169	439	736	705	779	859	743	819	673	759	843
Utrecht.........	30 ″	**802**	**618**	**274**	277	529	120	**143**	**102**	398	612	584	352	446	857	712	609	179	625
Vienne..........	100 ″	**426**	**237**	**181**	**47**	**132**	50	362	277	474	677	520	720	749	937	994	647	587	792
Moyennes...........		**449**	**234**	**143**	54	2	52	166	178	420	564	492	561	633	805	795	593	584	711

TABLEAU *d*.

Sommes par pentades des accroissements et décroissements, chaque fois en dix jours, des températures moyennes tridiurnes.

			OCTOBRE.						NOVEMBRE.						DÉCEMBRE.						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	3	5	6	1	2	3	4	5	6	7
Berlin	110 années.	778	1030	909	950	975	657	743	910	841	768	484	284	727	688	622	557	276	440	605
Breslau.........	79 〃	1201	1110	702	684	1154	1274	918	1100	1094	597	355	496	675	727	827	439	272	790	692
Bruxelles	38 〃	790	967	689	636	1008	987	866	1041	763	146	4	356	546	431	354	754	439	167	409
Carlsruhe	70 〃	1001	1182	930	771	940	976	1084	862	542	635	319	300	699	780	431	397	554	554	579
Chiswick........	44 〃	807	689	677	757	757	702	866	868	398	294	165	**232**	**33**	381	460	703	537	407	431
Copenhague	92 〃	662	659	541	589	760	700	674	849	728	419	176	194	257	352	486	354	420	584	213
Cracovie	50 〃	1157	1102	998	951	1335	1418	1007	1161	1136	816	350	775	639	513	474	439	844	927	636
Dantzig.........	31 〃	849	1070	699	696	896	503	573	784	1054	1000	174	193	750	585	414	666	572	561	553
Helder	35 〃	876	744	651	754	939	818	747	900	853	554	329	541	267	110	484	717	71	210	358
Hohenpeissenberg.	68 〃	1050	1206	614	553	977	1264	964	966	906	70	143	461	394	713	920	1377	1759	2176	352
Kremsmünster....	85 〃	1186	1294	904	912	1179	1168	1031	977	896	632	413	547	683	737	612	332	559	703	493
Leipzig.........	64 〃	1042	1164	692	633	986	805	762	1230	1250	538	61	540	679	169	175	582	984	912	607
Milan...........	110 〃	829	1070	1139	931	1073	1146	1140	1127	991	930	797	718	594	618	701	586	434	463	463
Rome	40 〃	848	997	694	741	1300	1355	881	523	931	793	314	716	662	720	712	436	479	279	**148**
St. Pétersbourg..	85 〃	587	968	1048	991	746	911	772	1113	999	791	530	2	292	824	1010	406	168	694	542
Utrecht.........	30 〃	1182	855	649	999	1265	875	695	1057	1012	467	441	418	**115**	**62**	373	676	328	**19**	250
Vienne.........	100 〃	1153	1224	1053	940	1054	1078	1139	1136	934	691	549	602	671	721	747	449	401	688	636
Moyennes...........		941	1019	793	764	1020	979	874	978	901	597	330	401	493	530	578	581	535	468	451

pour un grand nombre de lieux, qu'on pourra réunir ceux-ci en groupes satisfaisants et résoudre avec plus de précision et d'exactitude les questions actuellement pendantes.

Ce que je donne ici ne doit donc être regardé que comme un exemple de la méthode à employer. Néanmoins, on y découvre déjà quelques particularités qui ne peuvent être attribuées à ce que les observations s'étendent sur un trop petit nombre d'années, mais qui paraissent être réelles.

La marche effective générale des températures s'accorde naturellement avec la marche théorique: en janvier l'accroissement est encore lent et incertain, à la fin de mars il est le plus rapide, en juin il redevient faible; en juillet la température ne s'abaisse encore que légèrement, puis elle descend de plus en plus rapidement jusqu'en octobre, pour reprendre ensuite une marche décroissante assez régulière. Qu'en beaucoup de lieux la température ne soit encore que très peu changée à la fin de janvier et de juillet, cela n'a rien d'étonnant, vu que l'action principale du soleil se produit aux basses latitudes et que son influence a besoin de quelque temps pour se faire sentir aux régions plus septentrionales. Mais on peut se demander d'où vient une rétrogradation au commencement de février, rétrogradation qui serait très frappante si Milan, St.-Pétersbourg, Berlin, et aussi Dantzig et Leipzig, n'acquéraient déjà alors des températures plus élevées. Pourquoi l'accroissement est-il notablement moindre au mois d'avril qu'au mois de mars, alors qu'en mai l'ascension est de nouveau plus rapide? Pourquoi le maximum d'abaissement a-t-il lieu beaucoup plus longtemps après l'équinoxe d'automne que le maximum d'ascension après l'équinoxe du printemps, et à quoi attribuer l'élévation encore si forte en juillet, plus forte qu'au milieu de juin?

Les lieux compris dans mon tableau s'y trouvent rangés par ordre alphabétique, attendu qu'il m'aurait été impossible de les classer d'après leur situation géographique, de manière à ce que pour certaines régions il se manifestât une certaine uniformité et pour d'autres un caractère nettement différent. Cette circonstance

indique que les séries d'observations n'ont pas encore été continuées assez longtemps, et que le nombre des lieux dont on a pu se procurer des renseignements n'était pas suffisant. Sous l'un et l'autre rapport, il est à désirer qu'on s'efforce de combler les lacunes qui existent dans les données.

II. Après avoir montré, dans ce qui précède, comment à mon avis on devra s'y prendre à l'avenir pour connaître et représenter la marche réelle de la température en Europe, je vais maintenant discuter la manière dont on pourra indiquer la variabilité de la température, à savoir:

a. la variabilité pour un même jour, c'est-à-dire, la grandeur de la variation diurne.

b. la grandeur de l'incertitude de la température d'un jour, dans les divers mois.

c. la grandeur de l'inégalité pour des périodes plus longues.

a. La première de ces grandeurs est donnée jusqu'à un certain point par les maxima et minima absolus qui ont été observés dans chaque mois; mais ces valeurs extrêmes étant en grande partie accidentelles, se rattachant à la marche annuelle et n'indiquant en aucun cas le changement survenu en un même jour, il est préférable de prendre pour mesure de cette variabilité la différence des températures moyennes de 8 et de 2 heures, telle qu'on la trouve dans l'Annuaire de 1858 [1]) pour chacune des années précédentes, ou bien la différence des valeurs horaires qui figurent dans les tableaux de 1858, 1868 et 1878, ou, mieux encore, la différence moyenne de tous les maxima et minima dans un certain mois (*Versl. en Med. Kon. Akad.*, 2e série, t. IX, p. 198, tableau IV). Ces derniers nombres étaient faciles à obtenir pour le Helder, Utrecht et Maestricht, parce que dans les Annuaires j'ai toujours donné le minimum du jour, et à côté, dans une seconde colonne, la différence d'avec le maximum. Je n'avais donc qu'à prendre la moyenne des nombres de cette

---

[1]) *Jaarb. Kon. Ned. Met. Inst.*, 1858.

colonne pour avoir la différence cherchée. Le tableau IV, que je viens de citer, fait aussi connaître pour chaque lieu, dans une ligne supérieure et une ligne inférieure, la plus petite et la plus grande valeur que la différence moyenne en question avait atteintes dans un mois déterminé, et on trouve que ces valeurs peuvent varier du simple au double pour des années différentes. Ces valeurs n'ont pas la même certitude que les différences moyennes, attendu que, dans une série d'observations, une certaine année peut fournir des minima plus bas et des maxima plus hauts pour un ou plusieurs mois, tandis que la moyenne ne varie pas dans d'aussi larges limites. C'est pourquoi je me contente de transcrire ici les différences moyennes, pour le Helder, Utrecht et Maestricht, trois points de notre pays qui ont une situation différente par rapport à la mer.

Différences moyennes entre les indications thermométriques les plus hautes et les plus basses de chaque jour.

Lieux.	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
le Helder.......	2,83	3,24	3,63	4,36	4,81	5,02	4,94	4,52	4,40	3,58	3,15	3,01
Utrecht........	3,84	5,03	6,25	8,30	8,94	9,22	8,85	8,51	7,94	6,66	4,69	3,59
Maestricht.....	5,04	6,13	7,56	9,51	10,21	10,41	10,55	9,99	9,51	8,14	5,72	5,19

On conçoit aisément que dans les jours clairs la variation de la température doit être beaucoup plus grande que dans les jours sombres; c'est ce que montrent effectivement les nombres de la seconde colonne, mentionnée ci-dessus (p. 93), dans les tableaux de nos Annuaires. M. Rikatchef a aussi appelé l'attention sur ce point en étudiant la marche de la température à St. Pétersbourg.

b. La variation que peut éprouver la température moyenne d'un jour entier ressort le mieux de tableaux analogues à un tableau III que j'ai en manuscrit, et que chacun peut aisément construire pour le lieu où il observe, en cherchant, à l'aide des annotations d'où se déduit la température moyenne de chaque jour, le nombre de fois que chaque moyenne observée a été obtenue. C'est ainsi que, pour le Helder, les mois de mars et d'août m'ont donné, en 30 années, les résultats suivants:

Nombre de fois qu'ont été obtenus, pour les sommes des trois observations thermométriques faites en un même jour, les nombres inscrits en tête des colonnes.

MARS.

−30	−25 −24	−23 −22	−21 −20	−19 −18	−17 −16	−15 −14	−13 −12	−11 −10	−9 −8	−7 −6	−5 −4	−3 −2	−1 −0	+1 +2	3 4	5 6
1	1	1	0	3	1	2	1	2	7	8	6	7	29	26	43	62

7 8	9 10	11 12	13 14	15 16	17 18	19 20	21 22	23 24	25 26	27 28	29 30	31 32	33 34	35 36	37 38	39 40
58	65	110	87	100	79	58	57	56	35	18	13	7	4	0	0	1

AOÛT.

+35 36	37 38	39 40	41 42	43 44	45 46	47 48	49 50	51 52	53 54	55 56	57 58	59 60	61 62	63 64	65 66	67 68	69 70	71 72	73 74	75 76	77 78	79 80
1	3	22	21	51	77	93	74	107	99	105	82	69	36	29	21	11	6	7	4	1	2	2

On voit que, dans chacun de ces mois, les jours à températures moyennes sont les plus nombreux. Les températures basses sont plus fréquentes que les températures hautes en mars; en août, c'est le contraire.

Dans le tableau III, imprimé à la page 188 du tome IX des *Versl. en Med.*, ci-dessus cité, les données sont réunies pour un mois entier, de sorte qu'on y trouve combien de fois chaque température peut se présenter dans un certain mois, et en outre, ce qu'il est intéressant de savoir, dans quels mois une température déterminée peut encore se produire. L'Annuaire de 1878 avait déjà fait connaître entre quelles limites les températures moyennes des divers mois oscillent dans notre pays et combien de fois chacune d'elles a été obtenue.

Cette première méthode, pour exprimer la variabilité d'une température moyenne, est très bonne après un certain nombre d'années, mais elle ne peut guère servir à indiquer la variabilité dans un mois donné d'une année déterminée. Un autre mode d'expression, employé par beaucoup de météorologistes [1]), consiste à marquer de combien la température moyenne varie d'un jour à l'autre.

J'ai donné un exemple de ce procédé dans les Annuaires de 1862, 1863, 1864, et j'ai en outre communiqué, entre autres dans la Notice insérée aux *Versl. en Meded.* t. IX, le mode de calcul très simple, dont j'ai fait l'application aux trois stations néerlandaises ci-dessus désignées.

Une difficulté résulte toutefois de la circonstance que la température moyenne, même dans le cours du mois, change à raison de la marche annuelle, de sorte que le nombre obtenu doit recevoir une correction pour la marche annuelle moyenne, correction qui s'élève, en beaucoup de mois, à deux ou trois dixièmes de degré.

Pour ce motif, j'ai depuis longtemps accordé la préférence à une troisième méthode, dans laquelle on prend la somme des écarts fournis par tous les jours du mois, quel que soit le signe de ces écarts. Ces sommes sont encore beaucoup plus faciles à obtenir que les nombres de la méthode précédente. Il est à prévoir, en effet, que l'usage de calculer les écarts diurnes

---

[1]) Voir: Koppen, Hann, *Zeitschr. f. Meteorol.*

deviendra de plus en plus général; or, ce travail une fois exécuté pour sa destination propre, on possédera tout ce qui est nécessaire pour l'objet dont il s'agit en ce moment, attendu que, comme vérification, on doit aussi additionner séparément, d'un côté les écarts positifs, et de l'autre les écarts négatifs. La différence de ces deux sommes représente alors l'écart du mois, tandis que leur somme donne précisément le nombre dont nous avons besoin. Ce nombre est entièrement indépendant de la marche annuelle, et il perd aussi très peu de son exactitude quand on se trompe, même d'un demi-degré, sur la valeur normale d'un mois, à moins que dans ce mois les écarts n'aient eu justement le même signe pour tous les jours. En pareil cas, l'erreur sera corrigée par un mois de même nom d'une année suivante, dans lequel tous les jours présenteront des écarts dans le sens opposé.

Il n'est pas superflu de remarquer que, dans les cas extrêmes, la seconde et la troisième méthode pourraient donner des résultats entièrement différents pour tel mois et telle année convenablement choisis. Ces cas extrêmes possibles, mais se présentant rarement, sont au nombre de deux.

Le premier aurait lieu si tous les jours avaient été trop hauts ou trop bas de la même quantité. La seconde méthode ne pourrait alors pas bien être appliquée, puisqu'elle donnerait seulement la variation annuelle dans le cours de ce mois, et ne laisserait donc, après correction, rien pour la variation d'un jour à l'autre, qui effectivement n'aurait pas existé dans ce mois. Pourtant, la circonstance que durant tout un mois la température avait pu être trop haute ou trop basse constituerait un signe défavorable pour le climat de la localité. La troisième méthode eût été préférable dans ce cas, car elle aurait justement fait ressortir le caractère en question, et n'aurait eu quelque chose à souffrir que de l'incertitude de la détermination de la valeur normale.

L'autre cas extrême serait celui où chaque jour offrirait invariablement un écart de sens opposé à celui du jour précédent.

Si ces écarts, maintenant de signe alternatif, étaient, comme dans le premier cas, tous de même grandeur, la seconde méthode donnerait un nombre presque deux fois aussi grand que la troisième. Elle indiquerait, à bon droit, une forte mesure de variabilité, mais néanmoins le nombre fourni serait beaucoup trop grand en comparaison de celui obtenu dans le premier cas, où le climat a pu être tout aussi désagréable pour l'homme. Il ne vaut guère mieux, en effet, avoir en hiver tous les jours cinq degrés de chaleur en moins que d'avoir alternativement une couple de degrés en moins, puis une couple de degrés en plus.

Le mieux sera donc de s'en tenir à l'indication de la somme des écarts, à moins qu'on ne préfère appliquer à la fois les deux méthodes, qui alors se compenseraient mutuellement dans les cas extrêmes.

Les températures mensuelles extrêmes, telles que je les ai communiquées dans l'Annuaire de 1873, II, avec mention des années où elles ont été observées, permettent aussi de porter un jugement sur la variabilité relative de différents lieux d'Europe, non pas, il est vrai, de jour en jour, mais du moins de mois en mois.

Comme un changement de temps ne se produit pas nécessairement au commencement ou à la fin d'un mois, nous avons encore à nous poser la troisième question:

c. Pendant combien de temps un écart peut-il persister dans le même sens? Cette question n'est pas dépourvue d'intérêt, et elle a notamment de l'importance au point de vue de l'agriculture. Si l'homme souffre peut-être davantage de vicissitudes fréquentes de la température, les produits agricoles ont besoin d'un certain degré de chaleur, et ils ne se développent pas, ou n'arrivent qu'à un développement imparfait, lorsque la température est longtemps de suite trop basse, ou lorsqu'il tombe, avec persistance, trop ou trop peu de pluie. Dans les Annuaires de 1868 et 1878 est indiqué le nombre de jours consécutifs de pluie ou de sécheresse qu'on a observés de temps en temps. Quant aux excédants et déficits prolongés de la chaleur, le seul

élément météorologique dont nous nous occupons ici, déjà à partir de 1855 je les ai communiqués régulièrement pour diverses localités, tant de l'étranger que de notre pays. La question qui les concerne est aussi résolue facilement par la considération des écarts.

Dans les *Versl. en Meded.*, t. IX, on trouve mentionnés tous les cas où la somme des écarts en un même sens, observés durant une suite continue de jours, a atteint cent degrés, et pour chacune de ces sommes est indiqué le nombre des jours qui l'ont fournie. De 1852 à 1874, au Helder, à Utrecht et à Maestricht, il y a eu plus de cinquante de ces cas, tandis que plusieurs fois on a obtenu des sommes de deux cents, de trois cents et même de six cents degrés. L'année qui vient de s'écouler a fini par un remarquable exemple de ce phénomène, car du 20 novembre au 23 décembre la température a été constamment trop basse, et la somme des écarts a offert un déficit de 252,7 degrés, tandis que la pression barométrique laissait un excédant de 318,5 mm. du 7 au 29 décembre, et une seconde somme de 376,4 mm. du 1er janvier au 6 février.

Un certain arbitraire ne saurait malheureusement être évité dans ces sommes. Elles dépendent, en effet, de l'exactitude des valeurs normales: d'abord, une erreur d'un demi-degré sur ces valeurs produit déjà, pour les trente ou quarante jours qui donnent des écarts de même signe, une différence de 15 à 20 degrés; ensuite, ce qui est plus grave, il peut arriver, par l'effet d'une pareille erreur, qu'un jour dont la moyenne n'était par exemple trop haute que de deux dixièmes de degré, devienne en apparence trop bas de trois dixièmes, et qu'ainsi la série se trouve coupée en deux. C'est ainsi que la série des écarts positifs du baromètre, du 7 décembre 1879 au 6 février 1880, a été coupée en deux par les jours de faible pression des 30 et 31 décembre; sans cela, la somme eût atteint la valeur de 695 mm.

Dans le tableau VII, p. 202 du t. IX des *Versl. en Meded.*, je n'ai pas interrompu la série pour un semblable jour isolé; j'ai simplement retranché l'écart qui y correspondait, en mention-

nant s'il y avait eu un ou deux jours faisant exception. Il m'a semblé, en effet, que deux séries, dont la plus petite fournissait une quarantaine de degrés et qui réunies donnaient un excédant ou un déficit de cent degrés, ne devaient pas être négligées l'une et l'autre pour le fait de ce réchauffement ou refroidissement unique et peut-être local. En opérant ainsi, la somme obtenue reste sans doute affectée de quelque incertitude, mais on voit au moins pendant combien de jours le temps a gardé un même caractère.

Dans nos Annuaires météorologiques j'ai communiqué, dès l'année 1855, des données de ce genre pour divers lieux dont je croyais connaître les températures normales.

La tendance à la stabilité peut encore être appréciée d'une autre manière. Dans les *Versl. v. d. sectie vergad. v. h. Prov. Utrechtsch Genootschap*, 1878, j'ai indiqué, pour Utrecht et pour différentes autres villes d'Europe possédant de longues séries d'observations, combien de fois deux ou plusieurs mois entiers consécutifs ont présenté un même caractère, ou un caractère opposé. Il ressort nettement de ces tableaux que, tout comme pour un jour suivant, il existe aussi pour un mois suivant un peu plus de probabilité en faveur de la continuation qu'en faveur du changement du temps.

Pour Utrecht, je veux compléter ici ces indications jusqu'en février 1880, parce que justement les quinze derniers mois ont de nouveau offert un exemple de la similitude de caractère. En 374 mois, il aurait dû arriver 187, 94, 47 fois que deux, trois, quatre mois consécutifs présentent un même caractère, s'il y avait une probabilité égale pour que le temps se maintienne ou pour qu'il change. Mais on voit, par le tableau suivant, que les nombres réels surpassent toujours les nombres probables et que la différence entre ces nombres va même en augmentant:

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
probable.	187	94	47	23	12	6	3	2	1					
négatif. .	119	76	52	36	28	21	15	11	9	7	5	3	2	1
positif . .	92	52	29	16	8	4	2							

La première ligne de ce tableau marque le nombre de mois successifs qu'on considère, la seconde la probabilité mathématique pour chacun de ces cas, la troisième et la quatrième combien de fois les moyennes de deux, trois, quatre.... mois ont présenté toutes des écarts négatifs ou toutes des écarts positifs.

En m'occupant de cette question, je ne m'étais pas demandé si dans la marche mensuelle la tendance à la stabilité était plus manifeste à certaines époques de l'année qu'à d'autres. C'est pourquoi j'ai examiné plus tard combien de fois, dans la série d'années considérée, un mois de même nom avait eu le même signe d'écart que le mois précédent. A l'aide de mon Annuaire de 1873 II, il est si facile d'étendre ces recherches à un plus grand nombre de lieux, que je me contente de donner ici les résultats relatifs aux localités traitées en détail dans ma communication ci-dessus citée (*Versl. Utrechtsch Genootschap*) et à un petit nombre d'autres pour lesquelles on dispose de longues séries d'observations. (Voir le tab. *f*, à la pag. 102).

La première colonne du tableau *f* renferme les noms des lieux, la seconde indique les périodes auxquelles les observations se rapportent, la troisième marque le nombre (n) d'années de chacune de ces périodes, enfin les suivantes font connaître pour chaque mois combien de fois son écart a eu un signe opposé à celui du mois précédent. Ce nombre de fois a été imprimé en caractères gras lorsqu'il dépassait la moitié du nombre total n. Pour ne pas faire profiter mon affirmation de l'incertitude qui peut exister quant à la marche normale, tout mois dans lequel l'écart est 0 a été affecté, comme dans la première recherche, d'un signe opposé à celui du mois auquel on le comparait.

Tous les lieux contenus dans le tableau donnent, pour la plupart des mois, plus de $\frac{1}{2}n$ cas de permanences de signe en n années; mais on voit aussi qu'il n'y a pas entre ces lieux assez d'accord, quant aux mois qui présentent le moins de permanences, pour qu'on puisse regarder ces mois comme étant partout plus variables que les autres. Il paraît pourtant qu'en hiver et en été la persistance est un peu plus prononcée.

TABLEAU *f*.

Changements de signe des écarts de température d'un mois à l'autre.

LIEUX.	Périodes d'observations.	*n*. Nombre d'années.	Décembre à Janvier.	Janvier à Février.	Février à Mars.	Mars à Avril.	Avril à Mai.	Mai à Juin.	Juin à Juillet.	Juillet à Août.	Août à Septembre	Septembre à Octobre	Octobre à Novembre	Novembre à Décembre
Christiania.	1837—1875	**39**	12	16	11	12	19	12	12	16	15	14	15	17
St. Pétersbourg.	1806—1875	**70**	17	**38**	27	34	24	35	30	32	**36**	**36**	32	31
Nicolajef.	1825—1875	**51**	19	22	20	21	22	21	17	18	19	**31**	24	25
Copenhague. . . .	1803—1874	**72**	27	32	22	29	35	23	22	25	25	35	26	17
Breslau.	1791—1874	**84**	41	33	30	38	41	37	34	38	37	38	39	30
Vienne.	1831—1875	**45**	21	17	16	22	**26**	21	**23**	21	21	17	17	16
Utrecht	1849—1879	**31**	11	12	11	15	15	11	11	11	15	**16**	**19**	8
Paris.	1806—1875	**70**	34	35	30	28	**36**	**39**	29	31	**36**	32	**39**	27
Genève.	1849—1875	**27**	**15**	**16**	10	13	**14**	13	**17**	13	**14**	7	**15**	12
Milan.	1771—1870	**100**	40	43	42	33	34	49	43	32	37	39	44	39
Palerme	1841—1870	**30**	11	**16**	10	11	11	8	11	9	11	8	10	13
		619	248	280	229	256	277	269	249	246	266	273	280	235
				757			802			767			788	

Les tableaux concernant la durée des écarts en un même sens m'ont encore conduit à une autre méthode d'examen, que j'ai exposée dans la *Marche annuelle*, 1876, p. 123, mais que j'avais déjà appliquée antérieurement, par exemple à Prague, dans les *Versl. Utrechtsch Genootsch.* 1869. Lorsqu'on possède pour quelques lieux la liste des écarts en chaque mois, telle qu'on la trouve dans l'Annuaire de 1873 II, on peut additionner: 1° les écarts des divers mois d'une même année, 2° les écarts d'un même mois dans une suite d'années.

La première somme, celle des écarts placés en ligne horizontale, nous apprend si une pareille année a été au-dessus ou au-dessous de la moyenne, et le douzième de la somme représente l'écart moyen, l'excédant de cette année. Dans les Annuaires de 1871 II et de 1873 II, cet excédant a été donné pour la période du 1er décembre au 30 novembre; dans les Annuaires qui contiennent les observations postérieures à 1874, il se rapporte à la période du 1er janvier au 31 décembre.

Mais si nous continuons l'addition des écarts même quand ils appartiennent à une année suivante, cette méthode nous apprend autre chose. Nous arrivons alors à savoir pendant combien de temps l'observation donne des sommes de même signe, combien de temps il se passe, par conséquent, avant qu'un déficit de température ou de pression atmosphérique soit compensé. Lorsque les écarts des derniers mois antérieurs à une année ou des premiers mois qui la suivent sont encore de même signe, ils viennent en effet s'ajouter à l'excédant de cette année.

Le second mode de combinaison consiste à prendre les sommes des écarts placés dans les colonnes verticales. Alors nous voyons pendant combien d'années consécutives un certain mois peut être trop chaud ou trop froid, pendant combien de temps l'excédant peut conserver le même signe. Pour rendre la combinaison facile, j'ai cru devoir, dans l'Annuaire de 1873 II, pour les lieux dont les excédants y sont communiqués, compter les sommes de ces écarts annuels moyens à partir de 1855, tant en arrière qu'en avant.

Il est sans doute tout à fait arbitraire de prendre l'année

1855 comme le moment où, à partir de la création du monde et dans tous les lieux du globe, les excédants auraient été entièrement épuisés et la compensation exactement établie. Mais il eût été non moins arbitraire de supposer que cette compensation a eu lieu pour chaque localité au moment où les observations y ont commencé, et de plus on aurait été privé alors de l'avantage de pouvoir comparer entre elles, sous ce rapport, les diverses localités. J'ai choisi l'année en question, parce qu'à cette date les observations étaient non-seulement commencées dans les principales stations, et communiquées à l'Institut météorologique néerlandais, mais offraient aussi des garanties suffisantes d'exactitude et de continuation régulière.

Dans la *Marche annuelle* de 1875, j'ai déjà traité, à titre d'exemple, des observations de Milan, qui embrassent maintenant une période de plus de cent ans; mais je vais y appliquer de nouveau la méthode ci-dessus exposée, surtout parce que les nombres donnés dans ma publication antérieure n'étaient pas suffisamment exacts. L'ouvrage de M. Celoria [1]) ne m'avait pas complétement éclairé quant aux corrections qui devaient être faites aux observations dans différentes années, où l'on avait temporairement employé d'autres thermomètres ou observé à d'autres heures du jour. Aussi avais-je mentionné expressément que les observations laissaient quelque chose à désirer, et depuis lors M. Schiaparelli a bien voulu me communiquer en quoi la faute consistait. Aujourd'hui je suis donc en mesure de donner les nombres exacts, et comme j'ai aussi été renseigné au sujet de la méthode suivie à Milan dans les toutes dernières années, je pourrai employer la série entière, de 1770 à 1878.

L'étude de cette série montre qu'elle doit être partagée en deux parties, l'une allant jusqu'au 1er janvier 1835, l'autre commençant à cette date. Les résultats de l'observation étant

---

[1]) G. Celoria, *Sulle variazioni periodiche e non periodiche della temperatura Nel Clima di Milano. Publicazioni del reale Osservatorio di Brera in Milano* IV, *Hoepli. Milano* 1874.

corrigés et ramenés aux températures vraies, on trouve que les valeurs normales, pour chacune de ces deux périodes, sont les suivantes:

	avant 1835.	après 1834.		avant 1835.	après 1834.
Janvier . .	0,69	0,39	Juillet . . .	23,78	23,40
Février . .	3,67	3,22	Août . . .	22,84	22,14
Mars. . . .	8,18	7,33	Septembre	19,16	18,33
Avril . . .	12,73	12,45	Octobre . .	13,33	12,96
Mai	17,91	16,68	Novembre.	6,73	6,28
Juin. . . .	21,45	21,10	Décembre.	2,15	2,05

Ici, il est donc indiqué de prendre le 1er janvier 1835 pour le jour où tous les mois ont l'excédant 0. C'est à partir de cette époque que tout est compté. Si l'on voulait rapporter les excédants à la date choisie plus haut, le 1er janvier 1855, il faudrait retrancher de tous les nombres l'excédant obtenu à cette date.

Le tableau ci-après se forme donc de la manière suivante Pour l'année 1835, les écarts mensuels de cette année sont inscrits comme excédants: ainsi, pour janvier 1835, le nombre + 1,59. A ce nombre on ajoute ensuite l'écart de janvier 1836, ce qui donne l'excédant au 31 janvier 1836, ou au 1er janvier 1837. En continuant de cette manière, — et l'opération est la même pour chacun des autres mois, — on obtient enfin l'excédant de janvier au commencement de 1878, excédant composé de la somme de tous les écarts de janvier, depuis 1835 jusqu'à 1877 inclusivement.

Je pense qu'un pareil tableau d'excédants présente un avantage que les écarts n'offrent pas aussi directement, tandis qu'on y trouve pourtant sans beaucoup de peine tout ce que donnent les écarts. Cet avantage, c'est de montrer immédiatement pendant combien de temps un profit ou une perte de température pour un certain mois a persisté, combien de temps il s'est passé avant que le profit ne fût entièrement épuisé ou la perte entièrement compensée.

TABLEAU *g*.

Excédant de température à Milan.

	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Année
1763—1834	0,69	3,67	8,18	12,73	17,91	21,45	23,78	22,84	19,16	13,33	6,73	2,15	12,71
1835—1872	0.39	3,22	7,33	12,45	16,68	21,10	23,40	22,14	18,33	12,96	6,28	2,05	12,19
1769	4,20	**1.02**	1,42	4.64	10,02	3,16	5,88	7,66	8,05	6.54	**6,63**	**1,93**	3,19
70	5,08	**2,03**	2,30	5,14	10,90	2,16	6,88	7·66	5,67	5,04	**7,76**	**1,05**	3,11
71	2,28	**1,15**	4,18	7,02	9,77	2,41	6,13	5,78	5,17	6,04	**6,26**	**3,93**	2,88
72	9,33	**4,03**	0,05	6,39	10,65	0,41	4,50	5,28	4,92	3,66	**8,51**	**6,43**	1,29
73	**0.42**	**3,28**	1.18	6,52	11,40	**0.39**	6,75	6.91	4,17	1,78	**8,76**	**8,68**	1,20
74	**0.80**	**5,66**	0,43	5,64	11,90	**1,02**	7,00	5,28	4.67	3,28	**7,38**	**5.18**	1,28
75	**1,05**	**8,04**	**1,45**	5,14	12,78	**1,90**	6,12	5,41	5,17	5,66	**7,00**	**4,05**	1,17
76	**0.42**	**7,79**	**2,95**	4,01	14,53	**2,03**	5,62	4,91	6,17	5,66	**6.37**	**2,55**	1,34
77	1.71	**5,79**	**4.45**	4,39	16,03	**1,03**	7,25	4,28	6,04	5,28	**7,75**	**0,05**	1,93
78	1,46	**5,66**	**1,95**	2,64	15,40	**0,65**	6,12	3,28	7,77	5,53	**8,38**	**2,18**	1,67
79	6,09	**7,81**	**1,82**	1,39	13,40	1,10	5,99	3,53	5,29	3,40	**8.00**	**4,43**	1,27
80	7.09	**5,28**	**5,07**	2,02	11,40	**0,78**	5,11	3,40	6,04	1,27	**7,62**	**3,05**	0,98
81	7,47	**5,53**	**7,32**	0,27	11,27	**0,78**	2,98	2,90	5,66	2,52	**7,49**	**4,80**	0,36
82	4,93	**2,27**	**6,32**	1.65	12,77	**2,28**	0,48	1,77	6,16	4,90	**4,24**	**4,05**	0,89
83	3,97	**3,52**	**5,44**	0,52	12,39	**1,03**	**0,77**	2,15	6,66	3,15	**4,37**	**1.67**	0,89
84	3,59	**0,77**	**5,94**	3,15	9,26	**3,66**	**2.40**	1,40	4,91	5,15	**3,62**	**0,17**	0,57
85	3,09	0,91	**1,06**	4,78	8,51	**5,16**	**3,15**	0,65	1,66	4,77	**4,37**	**2,67**	0,42
86	3,09	0,28	0,19	3,78	7,76	**6,16**	**2,40**	1,78	0,39	7,27	**3,74**	**2,04**	0,61
87	3,72	0,41	**0,81**	3,91	10,39	**8,29**	**2,27**	**0.22**	0,39	6,39	**4,62**	**4,17**	0,16
88	0,47	**0,72**	**3,56**	2,28	10,77	**10,17**	**5.65**	0,28	**0,72**	6,26	**3,37**	**0,54**	**0,63**
89	2.85	**1,72**	**1.31**	0,65	8,14	**9,17**	**5,90**	0,15	**0,97**	6,01	**1,26**	2,46	**0,28**
90	3.23	**3.35**	**0,93**	2,90	6,26	**10,05**	**4.90**	**1,35**	**1,10**	3,38	**3,00**	2,46	**0,78**
91	0.35	**4,48**	**2,31**	0.65	6,64	**9.42**	**5,53**	**3.23**	**1,10**	3.88	**2,25**	0,08	**1,64**
92	**0.65**	**4.10**	**3,81**	**1,60**	6,92	**9,67**	**5,53**	**3,36**	**0,47**	3,13	**2,75**	0,21	**2,05**
93	1,10	**3,85**	**4.19**	0,28	7,65	**9,67**	**7,66**	**2,98**	**3,47**	1,63	**4,38**	**2,54**	**2,59**
94	**1,53**	**7.48**	**6,57**	**2,60**	7,90	**10,67**	**9,79**	**3.23**	**1,97**	2,38	**6,51**	**2,04**	**3,76**
95	3,35	**3.35**	**6.19**	**4,23**	6,15	**9,67**	**7,91**	**4,36**	**2,47**	0,38	**6,03**	**3,92**	**3,45**
96	0,47	**4,60**	**3,94**	**3,98**	6,65	**9,29**	**7.66**	**5,24**	**4.10**	**0,00**	**7,51**	**2,17**	**3,70**
97	**0.28**	**4,60**	**2,06**	**4.73**	5,27	**7,29**	**9.04**	**8,37**	**5,35**	0,88	**8,51**	**3,90**	**4,24**
98	**2,28**	**6,98**	**2.19**	**4.98**	4,52	**7.08**	**9.54**	**9,00**	**5,60**	1,51	**7,26**	**1,17**	**4,43**
99	**1 97**	**7,86**	**2,82**	**3,35**	5.90	**5.28**	**8.66**	**9,50**	**7,23**	1,01	**5,88**	0,33	**3.70**
1800	**0.03**	**13,36**	**1,32**	**6,61**	4,40	**3,28**	**9.04**	**9,37**	**7,73**	1,14	**7,26**	0,46	**4,59**
1	**1.53**	**14.49**	**3.07**	**7,49**	4.15	**2.78**	**8.16**	**8,37**	**8.23**	0,51	**7.13**	0.46	**4.93**
2	**1,53**	**15,74**	**3,32**	**7,49**	4,40	**4.91**	**8,41**	**11,12**	**9,48**	**2,87**	**8,26**	**1,42**	**6,22**
3	**4,28**	**10,74**	**4,07**	**10,24**	5,65	**6,29**	**9,29**	**12,50**	**8,23**	**2,12**	**8,76**	**1,67**	**6,29**

TABLEAU *g*.

Excédant de température à Milan.

	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Année
1804	9,03	8,86	3,19	10,11	4,15	8,92	10,75	12,00	8.73	2,87	8,13	1.42	6,90
5	8,65	8,61	2,94	7,48	5.28	9,17	10,12	11,62	9,61	1,24	5,00	0,58	5,96
6	8,65	10,49	2,94	5,48	5,03	10,42	10.37	10,12	8,98	0,86	6,50	2 80	6,13
7	9,15	10.62	0,19	3,73	3,53	10,67	11,75	12,25	9,11	2,86	8.00	1.67	6,51
8	7.65	8.37	5,07	2,10	1,65	10,04	14,13	13.13	9.49	0,27	8,13	1,01	5.59
9	8,03	10,62	6,95	1,28	0,52	10,67	13.38	13,38	8,74	0,65	6,75	0.76	5,29
10	7,90	9,49	4,70	1,66	0,49	8,79	10,63	12,38	9.37	0.60	7,00	1.49	5,25
11	6,77	11,12	2,70	0,09	1,74	8,41	12,01	11,75	9,75	3,23	9,63	0.99	6,24
12	2,39	10,49	3,33	2,16	2,74	9,66	10,88	11.00	7,87	3.23	5.75	2,01	4,88
13	2,01	11,62	2,83	0,91	4,49	8,31	8,13	9,62	6,37	3,36	4,87	0.38	4.73
14	1,63	5,85	4,71	0,03	1,86	7,03	7,88	8.24	3,87	2,36	6.00	2,63	3,28
15	1,12	5,24	2,46	0,85	3,24	6,40	6,25	6,49	4,12	3,24	4,25	4,88	2.80
16	0,24	1,36	4,09	0,40	2.36	4,52	3.37	1,86	3,37	3,62	2.25	7,26	1,06
17	1,39	3,74	3,84	4,43	0,61	4,77	1,13	1,11	4,37	1,12	2,63	7,51	0.44
18	1,89	7,74	3,09	3,65	0,39	5,02	0.63	0,11	3,99	1.62	3,88	8,01	0.88
19	1,64	8,37	1,34	2.02	0,52	4.39	0,38	0,52	4.49	2.00	4.88	7,63	1,29
20	0,39	8,87	2,22	0,14	0.61	3.76	1,13	1.48	4.24	1,50	3.75	7,76	1,29
21	1.14	8.37	2,97	0,49	0,61	1,01	3,01	1.98	5.37	1,00	4.50	7.38	1,10
22	3,14	9,70	0,47	1,62	1,74	5,14	2,51	2,23	6,25	1,63	6,00	8.01	2.38
23	0,51	9.25	1,10	0,87	2,74	4,14	3,39	2,86	7,63	0,63	4.12	8.01	1.74
24	1,51	10,88	1,73	0,26	2.36	2,14	1,89	3.99	8,38	0.76	5,50	5.51	2,23
25	3,01	11,38	4,86	1,12	1,98	2.52	1,89	4,62	9,38	0.37	6.38	0,63	2.77
26	0,01	11,76	3,98	0,03	0,23	2,39	1,76	6,50	10.13	1.38	5,50	0,75	2.80
27	0.26	9,38	2,73	1,00	0,61	0,76	0,38	5,75	8,63	3,01	3,50	1,00	2,61
28	1,76	8,75	0,98	1,75	0,99	2,39	1,25	6,00	9.13	3.39	2.37	1,75	3.26
29	1,51	5,00	1,11	1,75	0,74	2,64	1,38	4.50	7,88	2,76	0,12	0.63	2.26
30	3,33	0,50	0,89	5,00	1,37	2,26	3.38	5,75	6.75	1,63	1.12	0,12	2,17
31	3,12	0,38	1,64	5,13	0,13	1,51	3.38	4,37	5,25	3.76	1,25	1.75	2,09
32	2,87	0,00	1,26	4.13	2,88	0,12	3.38	5.00	3.75	3,01	0,50	0.38	1.24
33	3.75	1,25	0,38	2,50	0,50	0,38	0,38	1,50	0,38	1.13	0.50	1,25	0.39
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	1,59	2,15	0,12	1,02	0,34	1,57	0,84	2,17	1,70	2,27	3,16	1,15	1,22
36	1,25	4,45	0,73	2,28	3,68	1,92	1,80	2,77	3,99	2,56	4,93	3.96	2,74
37	1,99	1,19	2,49	5,22	7,23	0,86	1,76	1,55	6,18	4,45	6,20	3,44	3,35
38	0,29	1,50	2,72	8,57	7,53	1,53	2,48	2,72	7,34	5,35	5.19	3,34	4,13
39	0,08	2,34	3,83	10.44	8,97	0.01	1,73	4,38	7,51	3,89	3.04	3,79	4,24
40	1.13	2,10	6,16	11,16	9,59	0.57	3,89	4,94	8,43	5,35	1,09	0.47	4,38
41	0,01	3,16	4,07	10,76	6.87	0,60	4,96	6,11	7,44	4,09	0,65	1,89	4,34

TABLEAU *g*.

Excédant de température à Milan.

	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Année
1842	0,83	4,10	2,75	10,76	8.03	0,09	5,98	6,47	8,88	6,39	1,71	**1,32**	4,81
43	**2,37**	1,80	2,10	12,47	9,58	2,80	8,70	7,46	8,68	6,70	0,49	**3,21**	4.71
44	**2,99**	1,74	2,35	12,48	10,85	2,15	9,39	8,67	8,02	5,80	**0.57**	**3,37**	4,46
45	**7,05**	4,28	4,55	10,24	13,61	3,81	9,93	11,37	8.56	5,29	**2,13**	**1,87**	5,17
46	**5,28**	2,13	2,28	10,46	12,39	1,29	8,58	11,20	8,30	5,45	**2,02**	a;69	4,35
47	**6,57**	2,39	2,35	10,34	8,58	3,58	8,21	11.87	9,81	5,66	**1,67**	**1,83**	4,54
48	**5,01**	4,03	2.23	10.90	7,73	2,89	8,19	11,57	10,57	5,37	0,12	**1.52**	4,83
49	**5,76**	1,57	2,53	10,86	6,61	0,53	8,26	12,09	10,50	5,00	0,13	**1,22**	4,44
50	**3,79**	**0.77**	2,44	12,73	9,05	0.52	9.42	13,23	12,19	7,35	0,19	**1,61**	5,30
51	**6,54**	**1,62**	2,63	13.94	11,01	**0.04**	11,94	13,77	15,44	6,59	3,14	**3,15**	5.71
52	**7,50**	**3.47**	3,64	13,95	10,44	0.55	12,05	14,39	16,59	7,61	0,70	**1.60**	5,77
53	**10,20**	**2.02**	6,28	14,41	11,41	1,95	11,09	13,38	17,13	8,18	**0,76**	**3,72**	5,78
54	**10,37**	**2.67**	5,03	15,97	11,48	2.81	11,25	13,73	17,25	7,69	0,36	**1,66**	6,02
55	**8,46**	0,10	5,28	15,38	13,18	3,72	11,67	12,43	17,12	5,94	**1,10**	**2.80**	6,27
56	**10,02**	**2,58**	5,86	15,47	17,37	3,38	13,09	11,33	19.54	6,26	1,78	0,79	7,05
57	**9,84**	**0,78**	6,69	15,87	17,55	3,85	12,47	11,67	19,20	4,59	1.45	3,91	7,46
58	**5,68**	4,41	7,75	15,85	18,61	2,59	14,01	12,75	18,43	2,49	3,56	4,22	8,43
59	**5,36**	2,74	3,95	16,12	19.45	3,65	12,34	10.12	18,19	0,74	3.46	3,65	7,47
60	**4,64**	5,25	5,34	14,83	18,10	4,30	13,55	11,62	18,76	2,10	4,31	4,64	8,52
61	**2,96**	4,18	4,53	16,97	17,45	5,27	14,17	8,20	17,25	1.39	5,12	5,41	8,27
62	**2,77**	4,32	2,41	17,38	15,82	5.49	13,47	7,76	17.29	**0,72**	3.02	7,47	7,53
63	**5.23**	3,66	1,66	14,90	14,30	4,74	12,93	5,85	17,01	**1.52**	2,10	7,86	6,51
64	**1,47**	5,92	1.76	12,76	13,85	4,82	12,14	4,41	16.38	**0.03**	1,84	6,94	6,83
65	**2,44**	6,88	5,11	13,40	11,22	3,40	10,67	3,67	12,95	0,35	0.44	5,78	5,86
66	**5,03**	3,86	4.38	10,35	12,55	1,91	9,22	3,08	11,60	1,62	0,12	5,38	5,06
67	**5,42**	0,80	3.02	10,08	11.38	0,61	8.36	2,28	9,38	2,92	0.20	3.96	3,93
68	**3,66**	**0,55**	2,12	7,75	7,58	**0,44**	8,83	2,34	8.67	2,52	1,36	4.99	3,61
69	**3,51**	**3,58**	3.98	7,66	5,86	0,98	7,11	1,70	6,81	4,61	1,77	2.29	3,05
70	**2,76**	**3,16**	3,92	6,68	2,81	0.00	5,32	2,93	7,04	5,04	0,97	1,28	2,69
71	**1,26**	**2,04**	2,29	5,88	1,29	3.07	3,53	1,81	4,23	5,88	1.87	5,25	2,76
72	**2.29**	**3,67**	1,00	3.57	1,57	2,27	2,46	1.59	1.82	4,68	1,25	2.19	1,43
73	**5,82**	**4,37**	**2.08**	1,57	1,14	2,13	**0,54**	**1,45**	1,51	2.66	0,64	1,93	0,02
74	**5.00**	**4.27**	**3,00**	1,80	2,80	0,53	**2,04**	**2,09**	**1,22**	2,08	1,92	2,31	**0,59**
75	**7,01**	**2.29**	**0.65**	**0,59**	**0,72**	**0,26**	**1,26**	**3,91**	**3,23**	1,58	2,48	2,76	**0,92**
76	**6,43**	**3,30**	**0,92**	**0.62**	1,40	**0.35**	**3,12**	**5.96**	**3,25**	**1,32**	3,88	1,35	**1,52**
77	**10,12**	**1,13**	0,02	**0,90**	0,44	**3,61**	**3,55**	**9,41**	**4,06**	0,77	3,13	0,66	**2.53**

Lorsque l'excédant aura été calculé à partir d'une même époque pour un grand nombre de lieux, il suffira de consulter le tableau d'une certaine année pour voir, par le signe de leur excédant, lesquels de ces lieux ont eu, sur l'ensemble du temps écoulé depuis l'époque choisie comme point de départ, trop ou trop peu de chaleur. Cet excédant est donc une mesure pour tout un espace de temps, mesure sur laquelle n'influent que peu les circonstances particulières d'une année donnée.

Il n'est même pas nécessaire de compter à partir de l'année prise pour origine générale; on peut trouver la chaleur ou le froid relatifs pour une période quelconque, en retranchant simplement la valeur que l'excédant possédait dans la première année de cette période, de celle qu'il avait dans la dernière.

Veut-on savoir, par exemple, comment la température a été à Milan depuis l'année 1855, point de départ commun du calcul de l'excédant pour les divers lieux de l'Europe? Eh bien, on réduira à 1855, en déduisant l'excédant inscrit à cette date de celui atteint à la fin de l'année qu'on considère; la différence pourra alors être comparée avec l'excédant des autres lieux dans cette même année.

D'un autre côté, aucun avantage n'est sacrifié par l'emploi de cette méthode, car toujours la différence des excédants en deux années consécutives est égale à l'écart de la première de ces années, écart qui s'obtient donc très facilement, par une simple soustraction.

Je dois encore dire un mot de la manière dont a été inscrit dans le tableau l'excédant pour les années antérieures à 1835.

Pour me faire mieux comprendre, je citerai les écarts de quelques mois de janvier successifs:

années.	écarts.	excédants.
1831	+ 0,25	— 3,12
1832	+ 0,25	— 2,87
1833	— 0,88	— 3,75
1834	+ 3,75	0,0
1835	+ 1,59	+ 1,59
1836	— 2,84	— 1,25
1837	— 0,74	— 1,99

En 1834 est inscrit 0 pour l'excédant, mais en 1834 l'écart a été + 3,75; au 1er janvier 1834, et par suite aussi au 31 janvier 1833, l'excédant doit donc avoir été — 3,75. De même, au 31 janvier 1832, l'excédant doit avoir eu la valeur — 2,87, puisque cet excédant, encore existant au début de janvier 1833, a été porté par l'écart — 0,88 de ce mois à la valeur — 3,75. Antérieurement à 1835, il faut donc faire la somme de tous les écarts, pris avec un signe contraire, pour avoir l'excédant au 31 janvier de l'année qui précède immédiatement celle à partir de laquelle on commence à additionner les écarts. Il en résulte qu'à la fin de 1770 l'excédant devrait être juste autant au-dessus de zéro que la somme des écarts de 1770 à 1834 est au-dessous, ou inversement, si les valeurs moyennes de M. Celoria, dont je me suis servi, s'accordaient exactement, même dans les millièmes, avec les nombres de la série de Kreil (*Jahrbücher*) à l'aide de laquelle j'ai calculé les écarts. On voit qu'il existe quelques différences; mais elles ne sont pas grandes.

Ainsi sont donc reliées entre elles les deux parties de la série d'observations de Milan. Les nombres du tableau donnent l'excédant tel qu'il était à la fin du mois de l'année qui est inscrite sur la même ligne horizontale.

Si maintenant nous voulons connaître l'écart de janvier 1822 ou 1855, par exemple, nous ferons la soustraction suivante.

excédant 1822	= + 3,14	excédant 1855	= + 8,46
id. 1821	= + 1,14	id. 1854	= +10,37
écart 1822	= + 2,00	écart 1855	= — 1,91

Voulons-nous savoir si, du 31 janvier 1830 jusqu'à l'année 1837 inclusivement, le mois de janvier a été favorisé de plus de chaleur qu'il ne lui en revient normalement, nous écrirons:

excédant	1837 . . .	—	1,99
id.	1830 . . .	—	3,33
Somme des écarts . . .		+	1,34

Effectivement, nous trouvons cette somme pour les écarts, page 110.

Pris dans son ensemble, le tableau montre que janvier, pour nous en tenir à ce mois, a eu le plus grand excédant négatif en 1781, et que ce déficit n'a été entièrement compensé qu'en 1792; qu'alors il y a eu, pendant quelques années de suite, trop de chaleur, le plus en 1804, jusqu'à ce que ce surplus ait à son tour été épuisé et que l'excédant ait encore changé plusieurs fois de signe, pour atteindre une grande somme, de plus de 10 degrés, en 1853 et 1877.

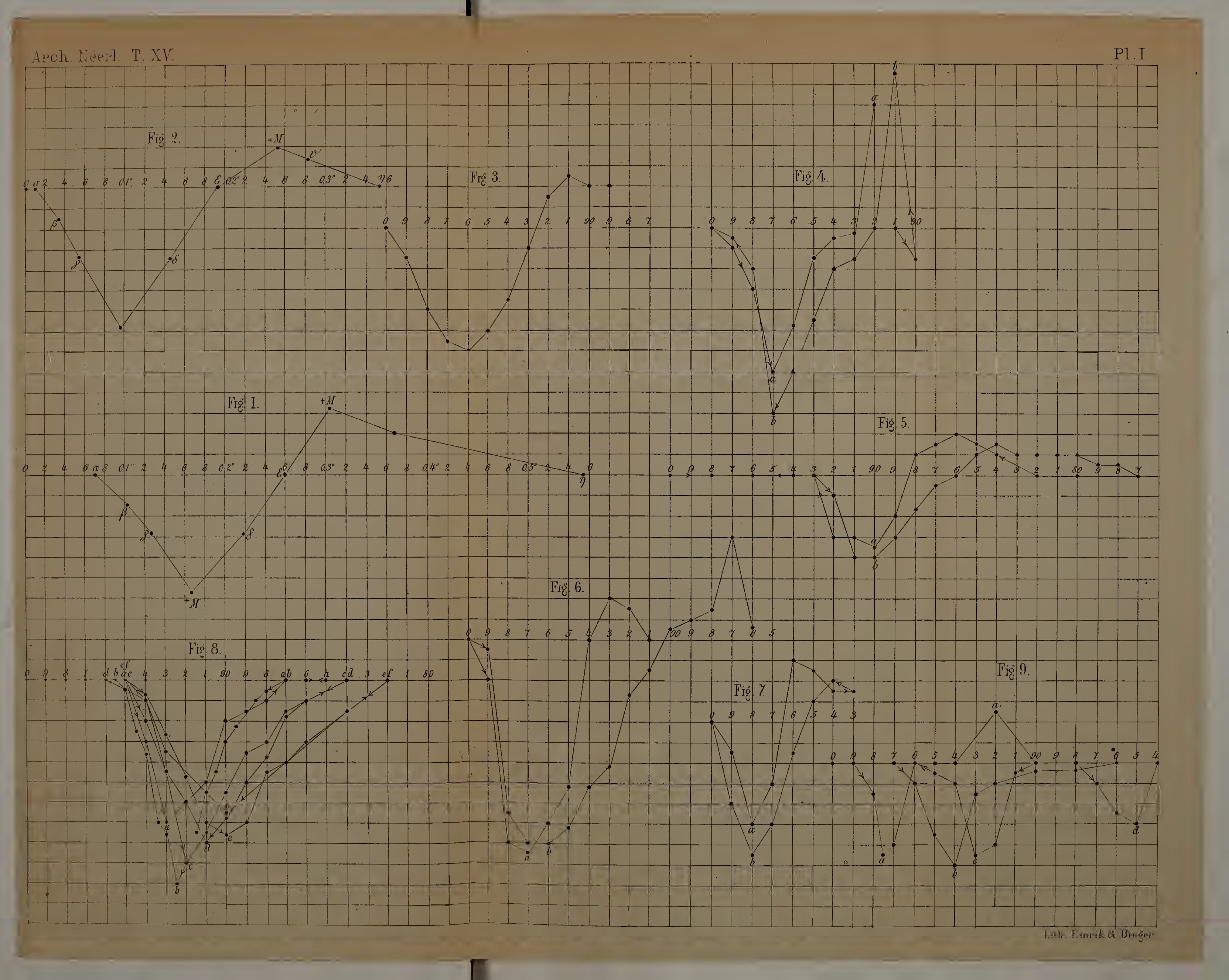
Si nous considérons l'excédant des années, nous voyons que les années chaudes et froides alternent aussi entre elles à de longs intervalles; mais l'excédant ne devient jamais grand, de sorte que le caractère du temps, tout en se maintenant parfois assez longtemps, plus de trente années de suite (voir p. 106—108), ne se conserve pourtant pas perpétuellement.

La méthode et les heures d'observation restant exactement les mêmes, on pourrait conclure à un changement du climat si un excédant, au-dessus des limites ordinaires, persistait indéfiniment dans le même sens; et ce changement serait ainsi dévoilé beaucoup plus vite que par les écarts ou par les observations seules, attendu que l'excédant représente une somme, dans laquelle des changements même faibles atteignent à la longue une valeur appréciable.

La considération de l'excédant pourrait encore être appliquée à d'autres recherches, par exemple à l'étude, si fort en vogue aujourd'hui, d'une connexion présumée entre la température et les taches solaires. Dans cette question, où d'ailleurs sous beau-

coup d'autres rapports on a péché contre les règles d'une saine statistique, on a bien voulu utiliser des séries d'observations plus courtes que celle de Milan. Mais, quoique celle-ci embrasse un assez grand nombre d'années pour qu'on puisse la partager en groupes et examiner si ces groupes sont, oui ou non, d'accord avec les périodes des taches, je suis trop convaincu que la question exigerait la connaissance des résultats relatifs à un grand nombre de lieux, convenablement choisis à la surface de la terre, pour que je veuille faire ici l'application dont il s'agit.

Il me suffit d'avoir indiqué, en passant, que les nombres qui expriment l'excédant peuvent encore servir à autre chose qu'à remplacer les écarts et à déterminer le degré de variabilité du climat.


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Lith. Emrik & Binger

1

2

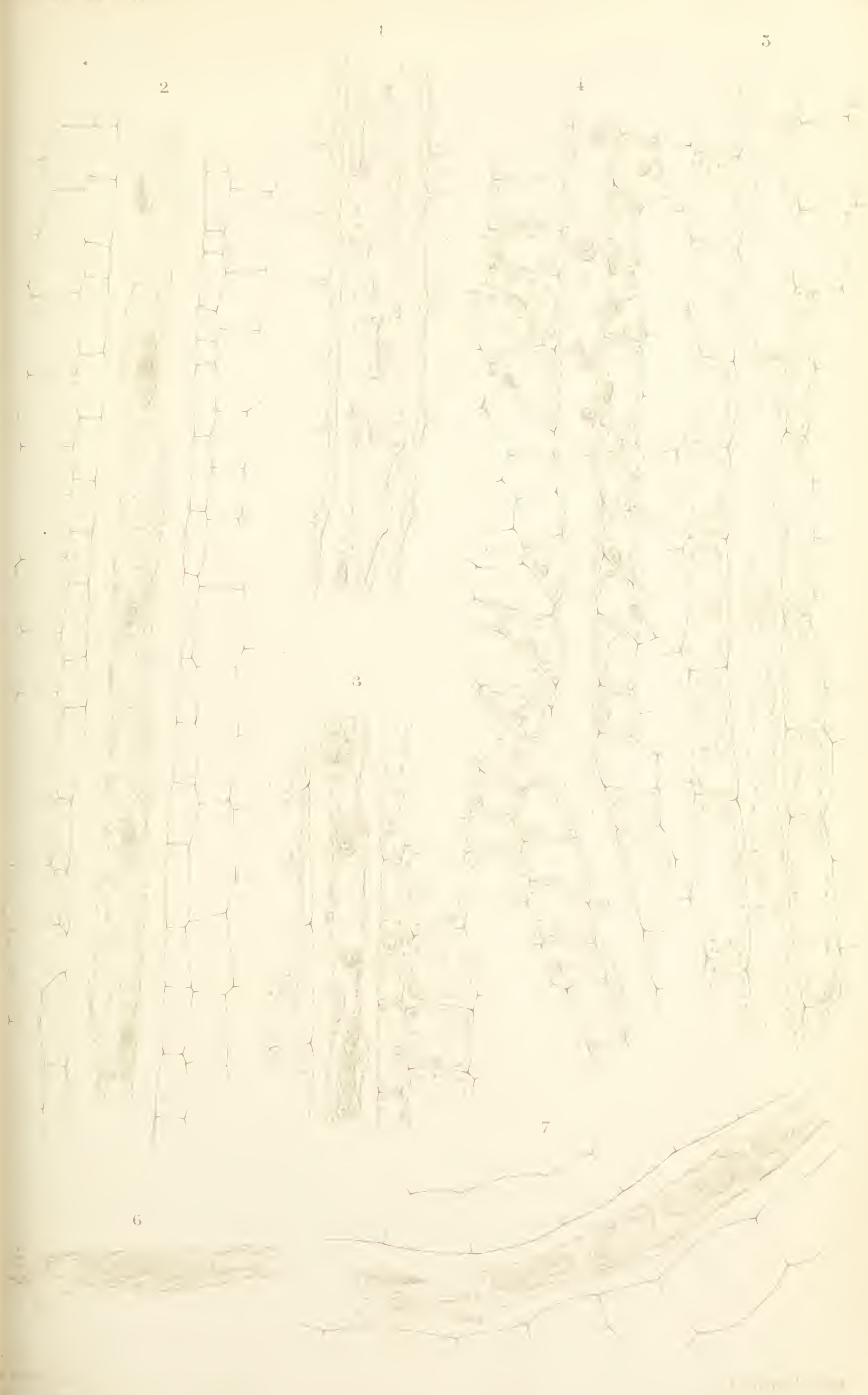
3

7

6

4

5


1
2
3
4
5
6
7

2 4 5

1

6

3

PREMIÈRE LIVRAISON.

CONDITIONS DE L'ABONNEMENT.

Les **Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles** paraissent à des époques indéterminées, en livraisons de 6 à 12 feuilles d'impression, avec un nombre illimité de planches coloriées et noires.

Trente feuilles forment un volume.

Avec la dernière livraison de chaque volume les souscripteurs reçoivent gratis une table des matières, un titre général et une couverture.

Les abonnements engagent à un volume seulement. Les livraisons ne se vendent pas séparément.

Le prix du volume, avec les planches, est fixé à *fl.* 6.—.

On souscrit chez l'éditeur et chez tous les libraires des Pays-Bas et de l'étranger.

Pour faciliter l'acquisition de la première série du recueil, composée des volumes I à X (années 1866—1875), avec tables alphabétiques générales des matières et des noms d'auteurs, cette série est offerte temporairement au prix réduit de:

fl. de Holl. 40 = francs 84 = marks 67.

Les personnes qui voudraient profiter de cette offre sont priées de s'adresser directement au Secrétaire de la Société hollandaise des sciences, M. E. H. VON BAUMHAUER, à Harlem.

HARLEM. — IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES.

TOME XV. 2me Livraison.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES À HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

E. H. VON BAUMHAUER

Secrétaire de la Société,

AVEC LA COLLABORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster,
C. H. D. Buijs Ballot et C. K. Hoffmann.

HARLEM
LES HÉRITIERS LOOSJES.
1880.

PARIS
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG
G. E. SCHULZE.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

Sciences exactes et naturelles.

QUELQUES PROPRIÉTÉS GÉNÉRALES

D'UNE

COUCHE MATÉRIELLE

QUI A LE MÊME POTENTIEL QU'UNE MASSE DONNÉE,

PAR

G. J. LEGEBEKE.

---

1. Suivant un principe connu de la théorie du potentiel, il est toujours possible de distribuer de la masse, sur une surface fermée S, de telle sorte que le potentiel de cette couche matérielle, en tous les points de S et de l'espace infini en dehors de S, soit exactement le même que le potentiel d'une masse donnée M, située à l'intérieur de S. Pareillement, si la masse M est située à l'extérieur de S, il y a une distribution de masse sur S qui provoque, en tous les points de S et en dedans de S, le même potentiel que la masse M. Dans l'un comme dans l'autre de ces cas, la densité de la couche matérielle étendue sur S est entièrement déterminée, de sorte que, pour chacun d'eux, il n'existe qu'une seule distribution de masse qui satisfasse à la question.

La recherche de la densité de ces distributions est un des problèmes les plus difficiles de l'analyse, et on n'en connaît de solutions que pour un très petit nombre de cas. Toutefois, on peut indiquer certaines relations générales auxquelles il est tou-

jours satisfait par ces distributions de masse. Je me propose de démontrer ici deux de ces relations, en les déduisant du théorème de Green.

2. Soit ds un élément de la surface S, et dv un élément de volume de l'espace limité par S; soient, en outre, U et V deux fonctions des coordonnées x, y, z, restant, de même que leurs dérivées premières, finies et continues pour tous les points situés à l'intérieur de S; on a alors, d'après le théorème de Green:

$$\int V \frac{dU}{dn} ds + \int V \Delta U dv = \int U \frac{dv}{dn} ds + \int U \Delta V dv \quad . . (1)$$

Dans cette équation, $\frac{d}{dn}$ représente la différentiation suivant la normale menée intérieurement à S, tandis que Δ indique l'opération

$$\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2} + \frac{d^2}{dz^2} \cdot$$

Les premières intégrales des deux membres sont relatives à la surface S, les secondes à l'espace enveloppé par S.

Supposons maintenant que la surface S enveloppe complètement une autre surface S', et qu'à l'intérieur de S' une masse M soit distribuée continûment; le potentiel V de cette masse, de même que ses dérivées premières, est alors, en chaque point x, y, z, une fonction continue des coordonnées x, y, z. Quant aux dérivées secondes, on a pour tous les points en dehors de de l'espace limité par S'

$$\Delta V = 0,$$

et pour tous les points en dedans de S'

$$\Delta V = -4\pi \varrho_1,$$

où ϱ_1 représente la densité de la masse M au point x_1, y_1, z_1.

V étant pris égal au potentiel de la masse M dans l'équation (1), la dernière intégrale de cette équation devient nulle pour tous les points compris entre les surfaces S' et S. On trouve alors:

$$\int_s V \frac{dU}{dn} ds + \int_s V \Delta U dv = \int_s U \frac{dV}{dn} ds - 4\pi \int_{s'} U \varrho_1 dv_1 \quad . (2)$$

si dv_1 désigne l'élément de volume de l'espace intérieur à S' et que les intégrations par rapport à S et S' soient distinguées par les indices ajoutés aux signes d'intégration.

La couche matérielle étendue sur la surface S, et qui en tous les points de S et en dehors de S a le même potentiel que la masse M, aura donc aussi en ces points pour potentiel V; quant à son potentiel dans les points intérieurs à S, nous le désignerons par V_i. La fonction V_i, de même que ses dérivées, est finie et continue pour tous les points de l'espace limité par S. En ces points, elle satisfait toujours à l'équation

$$\Delta V_i = 0.$$

En substituant dans (1) pour V la fonction V_i, on a:

$$\int_s V_i \frac{dU}{dn} ds + \int_s V_i \Delta U dv = \int_s U \frac{dV_i}{dn} ds \quad . . . (3)$$

Les premières intégrales qui entrent dans les équations (2) et (3) sont égales, parce qu'on a évidemment, pour tous les points de la surface S,

$$V = V_i.$$

Mais il n'en est pas de même des intégrales

$$\int_s U \frac{dV}{dn} ds \text{ et } \int_s U \frac{dV_i}{dn} ds.$$

D'après une propriété connue, si la densité de la couche matérielle, en un point de S, est représentée par ϱ, on a en ce point

$$\frac{dV_i}{dn} - \frac{dV}{dn} = -4\pi\varrho.$$

En soustrayant membre à membre l'équation (3) de l'équation (2), on obtient donc:

$$\int_s (V - V_i) \Delta U dv = 4\pi \int_s U \varrho ds - 4\pi \int_{s'} U \varrho_1 dv_1 \quad . . (4)$$

Cette équation se simplifie lorsqu'on prend pour U une fonction, satisfaisant aux mêmes conditions que le potentiel d'une couche matérielle d'une densité arbitraire étendue sur la surface S, dans les points situés à l'intérieur de S, c'est-à-dire, lorsqu'à U on substitue une fonction qui, dans tous les points intérieurs à S,

1° reste finie et continue, de même que ses dérivées, et

2° satisfait toujours à l'équation

$$\Delta U = 0.$$

Nous représenterons une pareille fonction par P_i, et nous l'appellerons une fonction P_i de la surface S[1]). Soit donc $U = P_i$, l'équation (4) devient alors

$$\int_s P_i \varrho\, d s = \int_{s'} P_i \varrho_1\, d v_1 \quad \ldots\ldots\ldots (5)$$

ou, si $\varrho\, d s$ et $\varrho_1\, d v_1$ sont respectivement remplacés par dm et $d m_1$, on aura enfin:

$$\int_s P_i\, d m = \int_{s'} P_i\, d m_1 \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

3. L'équation (6) exprime une propriété très générale de la distribution de masse en question. En prenant pour la fonction P_i des formes particulières, on peut déduire une série d'équations faisant connaître des propriétés particulières de la couche matérielle étendue sur la surface S.

Soit E la distance d'un point situé en dehors de S à un point x, y, z, situé sur S ou en dedans de S, la fonction $\frac{1}{E}$ est alors, de même que ses dérivées, finie et continue pour tous les points intérieurs à S, et on a en outre,

$$\Delta \frac{1}{E} = 0.$$

[1]) Lejeune-Dirichlet, dans ses *Vorlesungen über die im umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung wirkenden Kräfte*, p. 130, donne à une telle fonction le nom de fonction U pour des points intérieurs à S. Dans ma dissertation inaugurale: *De functie van Green*, Utrecht, 1879, j'ai proposé pour ces fonctions la notation et le nom ci-dessus indiqués.

Donc, en remplaçant P_i par $\frac{1}{E}$ dans l'équation (5), on trouve:

$$\int_s \frac{dm}{E} = \int_{s'} \frac{dm_1}{E}.$$

Cette équation exprime seulement que le potentiel de la couche matérielle et celui de la masse M sont exactement les mêmes en tous les points situés en dehors de S.

Si l'on substitue à P_i la fonction V_i, l'équation (5) se transforme en

$$\int_s V_i \, dm = \int_{s'} V_i \, dm_1,$$

ou, vu que pour les points de S on a

$$V_i = V,$$

en:

$$\int_s V \, dm = \int_{s'} V_i \, dm_1.$$

Cette équation donne le théorème connu de Gauss [1]), appliqué à la distribution de masse dont il s'agit ici.

Pour le cas de $P_i = C$, C étant une constante, on obtient

$$\int_s dm = \int_{s'} dm_1,$$

c'est-à-dire, que la masse de la couche matérielle S est égale à la masse M enfermée dans S', propriété bien connue.

La substitution des fonctions x, y et z à P_i conduit aux équations:

---

[1]) Gauss: *Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im Verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Kräfte*, § 19.

$$\int_s x\,dm = \int_{s'} x_1\,dm_1,$$

$$\int_s y\,dm = \int_{s'} y_1\,dm_1,$$

$$\int_s z\,dm = \int_{s'} z_1\,dm_1.$$

Le centre de gravité de la masse étendue sur S coïncide donc avec le centre de gravité de M.

De même, la substitution des fonctions:

$$xy,\ xz,\ yz,$$
$$(x^2+y^2)-(x^2+z^2),$$
$$(x^2+y^2)-(y^2+z^2),$$

qui évidemment sont aussi des fonctions P_i, donne lieu aux équations:

$$\int_s xy\,dm = \int_{s'} x_1 y_1\,dm_1,$$

$$\int_s xz\,dm = \int_{s'} x_1 z_1\,dm_1,$$

$$\int_s yz\,dm = \int_{s'} y_1 z_1\,dm_1,$$

$$\int_s (x^2+y^2)\,dm - \int_{s'} (x_1{}^2+y_1{}^2)\,dm_1 =$$

$$\int_s (x^2+z^2)\,dm - \int_{s'} (x_1{}^2+z_1{}^2)\,dm_1 =$$

$$\int_s (y^2+z^2)\,dm - \int_{s'} (y_1{}^2+z_1{}^2)\,dm_1.$$

Les axes d'inertie principaux de la masse M coïncident donc avec ceux de la couche matérielle S, tandis que les moments

d'inertie de ces deux masses, par rapport à chaque axe, offrent une différence constante.

L'expression de cette différence constante des moments d'inertie se déduit de l'équation (4). En substituant dans cette équation à U la fonction x^2 ou y^2, et remarquant qu'on a

$$\Delta x^2 = \Delta y^2 = 2,$$

on trouve:

$$2 \int_s (V - V_i)\, dv = 4\pi \int_s x^2 \varrho\, ds - 4\pi \int_{s'} x_1{}^2 \varrho_1\, dv_1$$

$$= 4\pi \int_s y^2 \varrho\, ds - 4\pi \int_{s'} y_1{}^2 \varrho_1\, dv_1.$$

La différence en question sera donc égale à

$$\frac{1}{\pi} \int_s (V - V_i)\, dv.$$

La propriété concernant la situation du centre de gravité a été déduite par M. Liouville, et celle relative aux moments d'inertie par M. Thomson [1]). L'une et l'autre, toutefois, n'avaient été démontrées que pour le cas où S est une surface de niveau de la masse M. Par ce qui précède, on voit qu'elles sont d'une application tout à fait générale; c'est là une conséquence immédiate de l'équation (5). Mais cette équation a été obtenue dans la supposition que la masse M est distribuée continûment à l'intérieur de S'; il nous reste donc à faire voir qu'elle subsiste également lorsque la masse est étendue sur la surface S', ou lorsqu'elle est accumulée en points matériels en dedans de S.

4. Considérons une couche matérielle étendue sur S', et soit V' le potentiel de cette couche en des points situés sur S' et en dehors de S'; le théorème de Green s'applique alors à l'espace compris entre S et S'. Dans l'équation (1) on substitue

$$V = V' \text{ et } U = P_i,$$

---

[1]) *Cambridge and Dublin Mathematical Journal,* 1846.

Thomson, *Reprint of papers on Electrostatics and Magnetism*, 1872, p. 108.

ce qui donne:

$$\int_s V' \frac{d P_i}{dn} ds - \int_{s'} V' \frac{d P_i}{dn'} ds' = \int_s P_i \frac{d V'}{dn} ds - \int_{s'} P_i \frac{d V'}{dn'} ds' \ldots (6)$$

où $\frac{d}{d n'}$ et $d s'$ ont par rapport à la surface S' la même signification que $\frac{d}{dn}$ et $d s$ par rapport à S.

Désignant maintenant par V'_i le potentiel de la couche matérielle S' en des points situés sur S' et en dedans de S', et par V_i le potentiel de la couche S en des points situés sur S et en dedans de S, on déduit successivement de (1):

$$\int_{s'} V'_i \frac{d P_i}{dn'} d s' = \int_{s'} P_i \frac{d V'_i}{d n'} d s'$$

et

$$\int_s V' \frac{d P_i}{dn} d s = \int_s P_i \frac{d V_i}{dn} d s.$$

Par conséquent:

$$\int_s V_i \frac{d P_i}{dn} d s - \int_{s'} V'_i \frac{d P_i}{dn'} d s' = \int_s P_i \frac{d V_i}{dn} d s - \int_{s'} P_i \frac{d V'_i}{dn'} d s' . (7)$$

La couche matérielle S, dans les points sur S et en dehors de S, possède le même potentiel que la couche S'; on a donc, en chaque point de S,

$$V' = V_i \text{ et } \frac{d V_i}{dn} - \frac{d V'}{d n} = - 4 \pi \varrho.$$

Pour les points de S', on a évidemment:

$$V' = V_i \text{ et } \frac{d V'_i}{d n'} - \frac{d V'}{d n'} = - 4 \pi \varrho' ,$$

de sorte que les équations (6) et (7), retranchées l'une de l'autre, donnent

$$0 = 4 \pi \int_s P_i \varrho d s - 4 \pi \int_{s'} P_i \varrho' ds' ,$$

ou, finalement,

$$\int_s P_i \varrho \, ds = \int_{s'} P_i \varrho' \, ds'.$$

Quand des masses μ_j sont accumulées en des points p_j, le potentiel V de ces masses, pour un point situé sur S ou en dehors de S et à une distance E_j de p_j, est exprimé par

$$V = \Sigma \frac{\mu_j}{E_j}.$$

Or, du théorème de Green on peut déduire, de la manière connue,

$$\int_s P_i \frac{d}{dn} \frac{1}{E_j} ds - \int_s \frac{1}{E_j} \frac{dP_i}{dn} ds = 4\pi P_j,$$

où P_j est la valeur de la fonction P_i au point p_j.

Il en résulte

$$\int_s P_i \Sigma \frac{d}{dn} \frac{\mu_j}{E_j} ds - \int_s \Sigma \frac{\mu_j}{E_j} \frac{dP_i}{dn} ds = 4\pi \Sigma \mu_j P_j,$$

ou encore

$$\int_s P_i \frac{dV}{dn} ds - \int_s V \frac{dP_i}{dn} ds = 4\pi \Sigma \mu_j P_j \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Le potentiel de la couche étendue sur S, qui peut remplacer les points matériels situés à l'intérieur de S, étant de nouveau représenté par V_i, on a:

$$\int_s P_i \frac{dV_i}{dn} ds - \int V_i \, ds = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

En soustrayant l'une de l'autre les équations (8) et (9), on trouve, comme précédemment,

$$\int_s P_i \varrho \, ds = \Sigma \mu_j P_j.$$

5. Une équation tout aussi générale que l'équation (5) peut aussi être obtenue pour le cas où l'on distribue sur la surface S une masse qui, en tous les points sur S et en dedans de S, ait le même potentiel qu'une masse donnée M, située en dehors de S. Pour parvenir à cette équation, on décrit de l'origine des coordonnées prise pour centre, et avec un rayon R, une sphère telle que la surface S et la masse M soient situées à son intérieur. Le théorème de Green peut alors être appliqué à l'espace compris entre la surface S et la surface de la sphère. Dans l'équation (1) on prend pour V d'abord le potentiel de la masse M, et ensuite le potentiel de la couche matérielle étendue sur S, en des points situés sur S et en dehors de S. L'équation qui correspond à l'équation (4) trouvée précédemment renferme alors, en outre, deux intégrales relatives à la surface de la sphère. Mais si l'on prend pour U une fonction qui, pour tous les points en dehors de S,

1° soit finie et continue, de même que ses dérivées,

2° satisfasse à la condition $\Delta U = 0$, et

3° possède la propriété que les expressions

$$R\,U,\ R^2\,\frac{dU}{dx},\ R^2\,\frac{dU}{dy},\ R^2\,\frac{dU}{dz}$$

restent finies à une distance infinie, les intégrales relatives à la surface de la sphère seront nulles pour $R = \infty$. La fonction substituée U possède évidemment toutes les propriétés du potentiel d'une distribution arbitraire de masse sur la surface S en des points extérieurs à S. On l'appellera une fonction P_u de la surface S [1]). De même que précédemment, on obtient ensuite l'équation

$$\int_s P_u\, dm = \int_{s'} P_u\, dm_1$$

ainsi que des équations correspondant à celles trouvées au § 4.

---

[1]) Lejeune-Dirichlet (*loc. cit.*) nomme ces fonctions des fonctions U pour des points extérieurs à l'espace enveloppé par S.

De l'équation ci-dessus on peut aussi déduire des propriétés particulières en spécialisant la fonction P_u, c'est-à-dire en substituant pour P_u des fonctions satisfaisant aux trois conditions indiquées. C'est ainsi, par exemple, que la relation entre la masse M et la masse de la couche matérielle étendue sur S se trouve en prenant pour fonction P_u le potentiel de la distribution de masse que M. Neumann, dans son beau Mémoire [1]), a appelée la „charge naturelle". On entend par là une distribution où la masse totale est égale à l'unité et où le potentiel, en tous les points sur S et en dedans de S, a une valeur constante Γ. Si Π représente le potentiel de cette couche matérielle dans les points situés en dehors de S, on obtient:

$$\int_s \Gamma\, dm = \int_{s'} \Pi\, dm_1$$

ou

$$\int_s dm = \frac{1}{\Gamma} \int_{s'} \Pi\, dm_1 .$$

---

[1]) C. Neumann, *Untersuchungen über das Logarithmische und Newton'sche Potential.*

CONSIDÉRATIONS

SUR LA

THÉORIE DES PHÉNOMÈNES CAPILLAIRES,

PAR

P. M. HERINGA.

III.

Dans la seconde partie de ces considérations [1]) j'ai cité les expériences de M. Wilhelmy. J'ai montré alors que ces expériences fourniraient peut-être quelque secours pour la détermination de la fonction de l'attraction, mais en même temps j'ai fait remarquer qu'il faudrait soigneusement y tenir compte de l'influence du frottement.

A propos de ce frottement, je veux encore ajouter quelques observations à celles que j'ai présentées dans ma première communication.

Auparavant, toutefois, je dois rappeler que les expériences de M. Röntgen [2]) ont mis hors de doute que l'influence de la condensation à la surface des corps est insensible, de sorte qu'elle peut hardiment être négligée. Si donc, en pesant des corps plongés dans des liquides, on trouve des écarts qui ne s'expliquent pas

---

[1]) *Arch. néerl.*, t. XIII, 1878, p. 28.

[2]) Wiedemann's *Annal.*, t. III, p. 321.

non plus à l'aide de la capillarité, la raison doit en être cherchée ailleurs et l'influence du frottement est alors la seule qui nous reste.

Représentons-nous un cylindre droit, d'une matière quelconque, plongé en partie dans un liquide.

J'ai fait voir, précédemment, que l'augmentation de poids du corps, par suite de la capillarité, ne peut être due qu'au liquide soulevé. La quantité du liquide soulevé restant la même pour des hauteurs d'immersion différentes, nous. pouvons regarder l'influence de la capillarité comme constante, à condition, bien entendu, que la profondeur d'immersion soit plus grande que la distance à laquelle l'attraction est encore sensible.

Les forces qui agissent sur le corps dans la direction de la pesanteur sont: 1° le poids du corps, soit P milligrammes, et 2° le poids du liquide soulevé par la capillarité, soit C mgr. Dans la direction opposée agissent: 1° le poids du liquide déplacé, soit $h\,O\,s$ mgr, si h mm. représente la profondeur d'immersion, O mm² la surface de la base du cylindre et s la densité du liquide; 2° le poids placé sur l'autre plateau de la balance et que nous désignerons par π. Si aucune autre action n'intervenait, on aurait donc l'équation

$$\pi + h\,O\,s = P + C.$$

Mais le frottement vient modifier cette relation.

Dans l'effet de ce frottement, nous pouvons distinguer deux parties.

En premier lieu, la diminution de la pression qui est exercée de bas en haut sur la base du cylindre. Au niveau de cette base, le liquide éprouve une pression égale au poids de la colonne liquide qui se trouve au-dessus. Cette pression se transmet à travers le liquide, et se ferait sentir tout entière de bas en haut sur la base, dans le cas où il n'y aurait pas de frottement. Mais si nous admettons que les molécules du liquide éprouvent entre elles un certain frottement, une partie de la force, de la pression hydrostatique, sera dépensée pour vaincre le frottement. Le poids destiné à faire équilibre sur l'autre plateau devra donc

être augmenté de la perte à laquelle le frottement aura donné lieu. Il est clair, en outre, que cette influence est le plus forte quand la pression est le plus faible, c'est-à-dire quand le corps ne plonge encore que très peu dans le liquide; plus il s'y enfonce, moins l'influence devient sensible. J'entends par là que le coefficient, par lequel on doit multiplier la pression hydrostatique pour avoir la pression réelle exercée sur la base, augmente avec la profondeur; ce qui n'empêche pas que la différence absolue entre ces deux pressions ne puisse également augmenter d'abord.

Au lieu de $h\,O\,s$, nous devons donc écrire $f\,h\,O\,s$, expression où f est le coefficient croissant avec la profondeur. Quant à la manière dont f dépend de h, c'est une question à laquelle on ne peut faire de réponse pour le moment.

La seconde partie du frottement exerce son influence sur les parois latérales du corps. Dans la supposition que la couche de liquide qui est en contact immédiat avec le corps se déplace avec lui lorsqu'il s'enfonce, il faudra vaincre le frottement entre les molécules de cette couche et les molécules liquides ambiantes. Ce frottement peut être supposé proportionnel à la surface, et son coefficient augmente probablement aussi avec la profondeur, à cause de la pression de plus en plus forte vers le bas. Il a pour effet de contrarier l'immersion du corps, et de diminuer par conséquent le poids nécessaire pour faire équilibre. La circonférence du cylindre étant désignée par R, le frottement en question sera représenté par $f'\,R\,h$. L'équation de l'équilibre devient alors:

$$\pi' + h\,O\,s\,f + f'\,R\,h = P + C,$$

ou

$$\pi' = P + C - h\,O\,s\,f - f'\,R\,h.$$

Si l'on ne tenait compte ni du frottement ni de la capillarité, et qu'on représentât par π'' le poids faisant équilibre dans cette hypothèse, on aurait

$$\pi'' = P\,h\,O\,s,$$

et par conséquent

$$\pi' - \pi'' = C + h\,O\,s\,(1 - f) - f'\,R\,h. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

De l'équation (1) on peut déduire approximativement comment la différence entre le poids réel π' et le poids archimédien π'' varie à mesure que la hauteur d'immersion augmente.

Le second terme de l'expression ci-dessus tend alors vers zéro, attendu que f tend vers l'unité; mais, à raison de l'accroissement du facteur h, ce terme peut d'abord devenir plus grand, pour diminuer ensuite rapidement. Le troisième augmente toujours avec la profondeur. En vertu de ces deux termes, la différence $\pi' - \pi''$ commencera donc par croître, puis elle décroîtra rapidement lorsque le second terme se réduit à zéro, pour décroître ensuite d'une manière plus régulière et même finalement devenir négative.

J'ai cherché si une pareille fluctuation se laisse effectivement constater dans les résultats des expériences de M. Wilhelmy. Cet examen était possible jusqu'à un certain point, vu que la constante de la capillarité, donnée par l'auteur, doit être proportionnelle à la différence $\pi' - \pi''$. Or, si l'on considère cette constante, on la voit bien augmenter lorsque le corps immerge davantage, mais à cette augmentation ne succède pas une diminution, sauf dans quelques cas particuliers. M. Wilhelmy, toutefois, n'a jamais poussé l'immersion plus loin qu'à une profondeur de 25 mm. En outre, sur cette hauteur, il n'a fait que cinq mesures, tandis que, pour bien apprécier les variations de la différence, il conviendrait de laisser croître la hauteur d'immersion par millimètres, ou même par fractions de millimètre.

Les expériences dans lesquelles la fluctuation se manifeste déjà pour une immersion de 25 mm. sont celles qui concernent le cylindre de laiton de $1^{mm},529$ de diamètre, plongeant dans l'alcool amylique, et les plaques de verre, d'argent et de platine, immergées dans l'acide butyrique impur.

Dans quelques expériences on observe immédiatement une diminution continue; pour celles-là, il faudrait montrer qu'une augmentation avait d'abord eu lieu, avant que la profondeur de 10 mm. ne fût atteinte. Cette diminution immédiate ne se remarque d'ailleurs que pour les plaques d'aluminium et de zinc plongées

dans l'acide butyrique. Dans tous les autres cas, on trouve un accroissement régulier.

Pour arriver dans cette question à une conclusion définitive, il faudrait répéter les expériences de M. Wilhelmy, en les poussant jusqu'à une profondeur plus grande et en ne faisant varier cette profondeur que par différences très minimes. On devrait alors éviter aussi de fixer au corps immergé des vis ou autres accessoires analogues, qui peuvent modifier complètement l'influence du frottement. J'espère montrer plus tard comment cela serait possible.

Bien que de nouvelles recherches soient nécessaires pour confirmer la théorie, les expériences de M. Wilhelmy conduisent encore aux remarques suivantes, qui peuvent déjà être regardées comme venant à l'appui de mes idées.

Pour des objets faits de la même substance, et pour une même hauteur d'immersion, la variation de la différence $\pi' - \pi''$ dépend uniquement de la dimension de l'objet immergé. Dans le cylindre, l'aire de la base croît comme le carré du rayon, tandis que celle de la surface cylindrique est simplement proportionnelle au rayon. Pour les cylindres de grande dimension, le second terme de l'équation (1) l'emportera donc sur le troisième; pour les petits cylindres, ce sera le troisième terme qui aura le plus d'influence. De là il résulte que la différence $\pi' - \pi''$ doit être plus forte pour les grands cylindres, plus faible pour les petits.

Effectivement, on voit dans les expériences de M. Wilhelmy la différence augmenter avec le rayon du cylindre, tant pour les cylindres de laiton, que pour ceux de zinc et d'aluminium.

Je ne cite que les valeurs moyennes de α; ainsi que nous l'avons déjà dit, α peut être regardé comme proportionnel à $\pi' - \pi''$.

	diamètre des cylindres, en mm.	α. imm. dans l'alcool éthylique.	α. imm. dans l'alcool amylique.	α. imm. dans l'acide butyrique.
Laiton. .	1,529	2,4348	2,399	2,829
	5,009	2,6952	2,747	3,010
	14,918	3,4103	3,426	3,878
	14,955	3,4308	3,906	3,680
Zinc . . .	0,996	2,4270	2,442	2,849
	5,0115	2,8221	2,784	3,003
	15,037	4,0590	4,207	3,664
Alumium	0,7205	2,3644	2,367	2,905
	1,3305	2,4913	2,535	2,953
	2,521	2,6042	2,668	2,945

Il n'y a ici que deux petites exceptions, offertes par le laiton et l'aluminium plongés dans l'acide butyrique. Mais l'acide butyrique exerce une certaine action chimique sur ces deux métaux, de sorte qu'il était permis de s'attendre à de légers écarts. Des expériences ultérieures pourront d'ailleurs éclaircir ce point.

On remarquera encore, dans ces chiffres, que pour des différences considérables du diamètre du cylindre, α éprouve aussi un accroissement plus grand.

En partie, l'accroissement de α peut aussi être attribué à ce que l'attraction augmente quand la courbure diminue. Mais cette augmentation de l'attraction ne joue qu'un rôle secondaire, comme on peut l'inférer du fait que, pour les plaques planes, α est plus petit que pour les grands cylindres et plus grand que pour les petits cylindres. Si l'on examine quel est, dans les différents cas particuliers, le rapport entre la circonférence et l'aire de la base, la probabilité en faveur de notre théorie ressort encore mieux. A mesure que la base, exprimée en mm^2 et divisée par la circonférence, donne un quotient plus grand, la différence $\pi' - \pi''$ devra aussi être plus grande; α est proportionnel à cette différence.

	Corps immergé.	Base en mm².	Circonférence en mm.	α dans l'alcool éthylique.	α dans l'alcool amylique.
Laiton . .	Cylindre I	174,5	46,9	3,4308	3,426
	Cylindre III	19,9	15,5	2,6952	2,747
	Plaque	160,7	194	2,6774	2,639
	Cylindre IV	1,935	4,9	2,4348	2,399
Zinc . . .	Cylindre I	176,7	47,2	4,059	4,207
	Cylindre II	19,9	15,5	2,8221	2,784
	Plaque	161,7	193,6	2,4508	2,491
	Cylindre III	0,785	3,13	2,4270	2,442
Aluminium	Cylindre I	5	7,92	2,6042	2,668
	Cylindre II	1,39	4,18	2,4913	2,535
	Plaque	156	204,3	2,4322	2,517
	Cylindre III	0,41	2,26	2,3644	2,367

On voit que pour le laiton, immergé dans les deux alcools, la différence relative à la plaque tombe entre les différences des deux cylindres III et IV, et qu'alors aussi le quotient $\frac{160,7}{194}$ est plus grand que $\frac{1,935}{4,9}$ et plus petit que $\frac{19,9}{15,5}$.

Le zinc donne également un bon résultat.

Pour l'aluminium, la plaque vient se placer, en ce qui concerne la différence, entre les cylindres II et III. On a encore $\frac{156}{204,3}$ plus grand que $\frac{0,41}{2,26}$, mais non pas plus petit que $\frac{5}{7,92}$ ou $\frac{1,39}{4,18}$.

Il se peut qu'il en soit réellement ainsi, et alors la raison doit s'en trouver dans les coefficients f et f'. Par conséquent, ici encore, des expériences ultérieures pourront trancher la question.

L'immersion dans l'acide butyrique n'a pas donné un résultat aussi net. L'influence chimique a certainement été très appré-

ciable en ce cas, à raison de la grande surface de la plaque.

Je souhaite vivement que quelqu'un se décide à faire de nouvelles recherches dans la direction indiquée. Moi-même je ne puis les entreprendre, n'ayant pas à ma disposition les moyens nécessaires. Tout ce que je puis communiquer, c'est le résultat d'une pesée sur un petit cylindre de laiton.

Ce cylindre, en laiton verni, était creux et avait un diamètre extérieur d'environ 27mm,5. Dans l'air, il pesait 44gr,880. Comme le plateau hydrostatique était plus léger que l'autre, un contrepoids de 18gr,600 suffisait pour faire équilibre. L'immersion avait lieu dans l'eau distillée. Pour prévenir autant que possible l'agitation de l'eau, j'employais comme siphon un tube de caoutchouc, qui s'ouvrait et se fermait à l'aide d'une pince à ressort.

La hauteur d'immersion était mesurée de la manière suivante.

Comme le tube de caoutchouc servant à amener l'eau avait un diamètre très étroit, de 2mm,5 tout au plus, le vase où devait se faire l'immersion était d'abord mis en communication, au moyen d'un siphon de verre très large (1—2 cm.), avec un autre vase, dans lequel était placée verticalement une règle de bois divisée en demi-millimètres. Après que le cylindre eut été suspendu à la balance, je remplis les deux vases, en y versant l'eau à la main, jusqu'à ce que le liquide affleurât presque la base du cylindre. Je laissai ensuite s'achever l'introduction de l'eau par le moyen du siphon en caoutchouc. En 5 minutes environ, elle monta de 1 mm. dans chacun des deux vases. Dès que sa surface eut atteint le cylindre, je fermai l'accès et déterminai la hauteur à laquelle l'eau s'élevait sur l'échelle en bois. A cet effet, un anneau de liège flottait autour de l'échelle, et on mesurait la hauteur de l'eau en rasant du regard la face supérieure de ce liège. De cette manière, on pouvait suivre régulièrement l'ascension progressive de l'eau; chaque fois je ne faisais monter le niveau que de 1 millimètre.

Après avoir déterminé aussi exactement que possible le contact de l'eau avec le cylindre, je laissai d'abord s'enfoncer celui-ci jusqu'à ce qu'il fît équilibre au poids placé dans l'air, c'est-

9*

à-dire aux 18gr,600. La balance trébucha alors, mais l'eau, continuant à arriver, rétablit l'équilibre. A ce moment, l'eau avait monté de ½ mm. Pour donner au cylindre une immersion totale de 1 mm., il fallut encore enlever 300 milligr. du plateau. A partir de ce point, la hauteur d'immersion fut augmentée régulièrement de 1 millimètre. Les divers poids, ainsi que les différences, sont consignés dans le tableau suivant. Les valeurs négatives de π' indiquent les poids qui devaient être ajoutés sur le plateau hydrostatique.

mm.	π' mgr.	π'' mgr.	$\pi'-\pi''$	mm.	π' mgr.	π'' mgr.	$\pi'-\pi''$	mm.	π' mgr.	π'' mgr.	$\pi'-\pi''$
1	18300	18006	294	14	10560	10284	276	27	2380	2562	—182
2	17790	17412	378	15	9860	9690	170	28	1780	1968	—188
3	17200	16818	382	16	9240	9096	144	29	1140	1374	—234
4	16700	16224	476	17	8600	8502	92	30	510	780	—270
5	16180	15630	550	18	7990	7908	82	31	— 100	186	—286
6	15600	15036	564	19	7300	7314	— 14	32	— 710	— 408	—302
7	15 —	14442	558	20	6690	6720	— 30	33	—1330	—1002	—328
8	14400	13848	552	21	6670	6126	— 56	34	—1950	—1596	—364
9	13750	13254	496	22	5460	5532	— 72	35	—2570	—2190	—380
10	13040	12660	380	23	4850	4938	— 88	36	—3170	—2784	—386
11	12450	12066	384	24	4230	4344	—114	37	—3800	—3378	—422
12	11800	11472	328	24	3610	3750	—140	38	—4420	—3972	—448
13	11160	10878	282	26	3000	3156	—156	39	—5040	—4566	—474

Quoique les dimensions du cylindre n'aient pas été déterminées avec la dernière exactitude, on démêle pourtant aisément, dans les nombres ci-dessus, la marche de la différence $\pi'-\pi''$. Jusqu'à 6 mm. d'immersion nous la voyons augmenter, pour décroître à partir de ce point, d'abord rapidement, puis avec lenteur et régularité, et de telle sorte que le cylindre finit par devenir plus léger qu'il ne le serait en vertu du seul principe hydrostatique.

Ces expériences auraient dû être continuées jusqu'à immersion complète; mais, avec le cylindre employé, cela n'était pas possible.

Quand on aura exécuté une série de semblables expériences, sur des corps de nature et de dimensions différentes, on pourra, à l'aide de l'équation (1), et en prenant une même hauteur

d'immersion, déterminer les inconnues c, f et f'; il suffira de comparer entre elles trois observations, c'est-à-dire de résoudre trois équations à trois inconnues.

Après avoir déterminé ainsi f et f' pour différentes hauteurs, on parviendra sans doute aussi à les représenter d'une manière générale, en fonction de h.

Note additionnelle. Pour compléter ce qui précède, je crois devoir fixer l'attention sur un mémoire récent de M. A. Schleiermacher, publié dans les *Annales* de Wiedemann, t. VIII, p. 52.

Les résultats des recherches de M. S. sont tout à fait contraires à l'hypothèse de la condensation du liquide près des parois.

En ce qui concerne la théorie proposée par moi au sujet de l'influence du frottement, les expériences du § 10, sur la pesée hydrostatique et sur les résultats fournis par le pycnomètre, sembleraient prouver au moins ceci, que la différence du frottement dans l'eau, l'alcool et une solution de sel marin n'a aucun effet appréciable.

Les poids spécifiques donnés par le pycnomètre sont indépendants du frottement et peuvent par conséquent être regardés comme les poids spécifiques vrais.

La méthode des pesées hydrostatiques devrait donc fournir des résultats un peu différents de ceux donnés par le pycnomètre, puisque, à raison du frottement, il y aurait encore quelque chose à ajouter aux pertes de poids, ou à en retrancher. Dans le cas, toutefois, où les quantités à ajouter ou à soustraire sont proportionnelles aux pertes de poids, la correction n'aura aucune influence sur la densité déterminée par cette méthode. Et si, au contraire, avec les trois liquides en question, on doit ajouter la même quantité pour contre-balancer l'effet du frottement, cela n'apportera encore que très peu de changement aux résultats; les fractions $\frac{31}{25}$ et $\frac{31,5}{25,5}$ ne diffèrent, en effet, que de $\frac{1}{200}$, de sorte que, si la correction due au frottement reste beaucoup

au-dessous de $\frac{1}{2}$, son influence sera difficilement appréciable.

Quand le tube de verre de M. Schleiermacher est entièrement immergé dans le liquide, le résultat de la pesée doit offrir une différence sensible suivant que le tube est suspendu verticalement ou horizontalement. Dans la première position, c'est le frottement sur la face latérale qui est prépondérant, dans la seconde, c'est le frottement sur la face inférieure. L'auteur ne dit pas comment il a suspendu le tube.

Il me semble qu'on pourrait encore déduire de ces expériences une méthode propre à trancher la question de l'influence du frottement. On n'aurait qu'à peser le corps solide et par la voie hydrostatique et par le moyen du pycnomètre. De pareilles recherches auraient, à mon avis, une utilité incontestable.

LA CHARGE DOUBLE

D'UNE

DISTRIBUTION CENTROBARIQUE DE MASSE,

PAR

C. H. C. GRINWIS.

C'est une vérité bien connue que, lorsqu'une masse est répartie uniformément à la surface d'une sphère, l'action attractive de cette charge sur des masses extérieures à la sphère est exactement la même que si toute la charge était concentrée au centre; de sorte que, réciproquement, une masse existant en un point O peut être étendue sur une surface sphérique quelconque ayant O pour centre, sans que l'action exercée au dehors soit changée.

Mais pour peu qu'on s'écarte de cette hypothèse la plus simple et qu'on suppose, par exemple, que la masse donnée se trouve en un point intérieur C ne coïncidant pas avec le centre de la sphère, ou que cette masse soit placée au centre de quelque autre surface de révolution, la question de la charge superficielle équivalente présente des difficultés.

La complication est encore plus grande lorsque la masse donnée se trouve en quelque point à l'intérieur d'une surface quelconque. La détermination de la densité de la charge équivalente centrobarique (ainsi nommée parce que la résultante de son action est

toujours dirigée vers le point primitivement donné) devient alors si difficile qu'on ne sait presque jamais résoudre la question sous forme finie, même dans des cas très simples quant à la forme de la surface et à la situation du point.

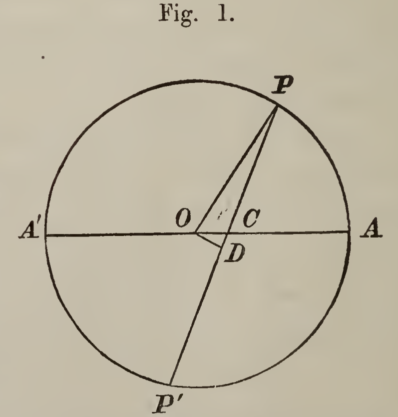
L'expression générale pour la solution de ce problème montre qu'on doit se représenter la charge superficielle équivalente comme composée: 1° de la masse existant au point, cette masse répartie sur la surface en une charge unique, suivant une loi simple; 2° d'une charge double étendue sur cette même surface, et qui consiste en deux charges très voisines, de grandeur égale, mais de signe opposé, autrement dit en une espèce très particulière de charge nulle, puisqu'elle contient autant de matière positive que de matière négative.

La charge double, qui peut évidemment être remplacée par une charge nulle, simple et équivalente, est peu connue, à cause des grandes difficultés attachées à sa détermination.

Dans ce qui suit, je me propose de chercher par voie indirecte la signification de cette charge double pour un cas simple de distribution de masse, où l'on a pu déterminer la charge équivalente à la masse du point.

2. Le cas dont il s'agit est celui de la distribution excentrique sur la surface d'une sphère.

Fig. 1.



Autour du point O (fig. 1), avec OA comme rayon, est décrite une surface sphérique, et en un point intérieur C se trouve, à une distance f de O, une masse m. Pour ce cas on connaît, en quelque sorte à titre d'exception, la densité de la charge équivalente sur un élément quelconque P de la surface. Cette densité est en raison inverse de la troisième puissance de la distance PC de l'élément au point matériel primitif. M. William Thomson a donné une élégante démonstration géométrique de

ce théorème [1]); M. C. Neumann l'a établi d'une autre manière, par une application très ingénieuse des formules de Green [2]); en voici encore une troisième démonstration, qui me paraît plus simple que les deux autres.

Pour la densité d'une charge distribuée sur une surface sphérique, en un élément où le potentiel de cette charge est $\overline{V}$, on a en général, si a représente le rayon de la sphère et n la direction de la normale extérieure [3]),

$$\varrho = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{\overline{V}}{a} + 2\frac{d\overline{V}}{dn}\right);$$

Dans notre cas actuel, $\overline{V}$ devient le potentiel, dans l'élément P, de la masse existant en C; on a donc

$$V = \frac{m}{CP} = \frac{m}{p};$$

par suite

$$\frac{d\overline{V}}{dn} = -\frac{m}{p^2} \cdot \frac{dp}{dn} = -\frac{m}{p^2}\cos\nu,$$

où ν désigne l'angle compris entre le rayon vecteur et la normale.

En faisant $P'C = p$, on aura $p + p' = 2a\cos\nu$, et comme on a aussi $pp' = a^2 - f^2$, il vient

$$\varrho = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{m}{ap} - \frac{m}{p^2}\cdot\frac{p+p'}{a}\right) = \frac{m}{4\pi a}\cdot\frac{a^2-f^2}{p^3} \quad \ldots\ldots (\alpha)$$

Pour le cas où C se trouve en O, et où par conséquent $f = 0$, on a la densité constante $\varrho = \frac{m}{4\pi a^2}$ [4]).

Les formules de Green donnent maintenant pour le potentiel

---

[1]) Thomson, *Reprint*; voir aussi Thomson *und* Tait, *Handb. d. theor. Physik*, N°. 474.

[2]) Neumann, *Untersuchungen über das logar. u. Newton'sche Potential*, p. 64—65.

[3]) Grinwis, *Wrijvings electriciteit*, p. 119. Voir aussi Beer, *Elektrostatik*, p. 53.

[4]) Une belle application de cette formule à la distribution du magnétisme à la surface d'une sphère a été faite par M. Bouty, *Journal de Physique*, t. II, p. 301–303.

d'une surface fermée S, en un point extérieur placé à une distance r de la surface ds,

$$V_u = \frac{1}{4\pi}\int\left(V\frac{d\frac{1}{r}}{dn} - \frac{1}{r}\frac{dV}{dn}\right)ds \quad \ldots\ldots \quad (I)$$

où n indique de nouveau la direction de la normale extérieure, et où l'intégration s'étend sur la surface entière.

En mettant cette équation sous la forme

$$V_u = \int\frac{-\frac{1}{4\pi}\frac{dV}{dn}}{a}ds + \int\frac{V}{4\pi}\left(\frac{d\frac{1}{r}}{dn}\right)ds \quad \ldots \quad (I_a)$$

on voit que le potentiel de la masse est égal au potentiel de *deux* charges réparties sur la surface, à savoir: 1° une charge à densité $-\frac{1}{4\pi}\frac{d\overline{V}}{dn}$, 2° une charge double [1]) à moment $\frac{\overline{V}}{4\pi}$.

La masse m peut donc, quant à son action sur un point de la surface ou sur un point extérieur, être remplacée par ces deux charges.

Les charges doubles se présentent deux fois dans la physique, d'abord comme charges doubles électriques, au contact de métaux hétérogènes [2]), puis une seconde fois dans l'électro-dynamique, comme charges doubles magnétiques; car on sait qu'un courant électrique fermé peut être remplacé par une charge double magnétique de la surface limitée par le courant. Maintenant, et c'est là un fait des plus remarquables, s'impose à son tour la notion de *matière négative.* Dans le cas qui nous occupe, nous avons affaire en effet à une *troisième* espèce de charge double, celle de *masses* positives et négatives. La considération des charges doubles s'introduit donc en général dans la théorie de l'attrac-

---

[1]) Neumann, *loc. cit.*, p. 118—120.

[2]) Helmholtz, *Pogg. Ann.*, t. 89.

tion de la matière pondérable aussi bien que dans celle des actions électriques et magnétiques.

Si ce fait peut conduire à d'importantes conséquences et servir peut-être à expliquer ce qu'il y a d'énigmatique dans les *deux* espèces d'électricité et de magnétisme, il faut malheureusement reconnaître que ces charges doubles ne se prêtent pas du tout à une détermination directe, de sorte que, comme nous l'avons déjà dit, on ne sait encore que bien peu de chose, même après les belles recherches de M. Neumann [1]), au sujet de la signification propre et essentielle de la charge double des masses pondérables.

La circonstance, toutefois, qu'on connaît (voir plus haut) la distribution excentrique d'une masse sur une surface sphérique, et que, comme nous le verrons, la densité de la charge correspondant à la première intégrale de l'éq. (I_a) se laisse calculer sans peine, cette circonstance nous met en état de déterminer au moins, pour la sphère, la densité de la charge nulle simple qui équivaut à cette charge double. L'équation (I_a) nous apprend, en effet, que cette densité est la différence de la densité totale, donnée par la formule (α), et de la densité $-\frac{1}{4\pi}\frac{d\overline{V}}{dn}$.

Pour ce qui concerne cette dernière densité, elle devient, à cause de $\overline{V}=\frac{m}{p}$,

$$\varrho_1 = -\frac{1}{4\pi}\frac{d\overline{V}}{dn} = \frac{m}{4\pi}\cdot\frac{\cos\nu}{p^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Si donc $d\sigma$ est l'ouverture du cône ayant C pour sommet et le contour de l'élément superficiel ds pour directrice, la quantité de matière qui dans la distribution indiquée par la première intégrale se trouve sur l'élément ds devient:

$$-\frac{1}{4\pi}\frac{d\overline{V}}{dn}ds = \frac{m}{4\pi}d\sigma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

en d'autres termes: le point C, où se trouve la masse m, étant

[1]) Neumann, *loc. cit.*, Chap. 4 et 5.

le sommet commun de tous les cônes élémentaires, on voit que la distribution dont (1) indique la densité est celle où la matière, primitivement condensée en C, est répartie uniformément, comme autour d'un centre, dans toutes les directions; la valeur totale de cette charge devient effectivement, d'après (2), en intégrant sur la surface de la sphère qui a l'unité pour rayon:

$$\int \frac{m}{4\pi} d\sigma = m.$$

Ce résultat est général, quelle que soit la surface sur laquelle la matière est distribuée. Nous appellerons ce mode de distribution: *la distribution centrale* de la matière.

En vertu de (I_a), il faut maintenant ajouter à cette charge, pour avoir la charge totale équivalente à la masse intérieure, la charge double, dont le potentiel est représenté par:

$$\int \frac{V}{4\pi} \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dn} ds.$$

Cette charge double est une *charge nulle*, c'est-à-dire qu'elle contient autant de matière positive que de matière négative; son action sur des points extérieurs n'est toutefois pas nulle. Cela serait seulement le cas si ce qu'on appelle le *moment* de la charge, à savoir

$$\mu = \frac{V}{4\pi} = \frac{m}{4\pi} \cdot \frac{1}{p} \qquad \qquad (3)$$

était une grandeur constante, comme il arrive quand la masse donnée est placée en O. L'expression

$$\int \mu \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dn} ds$$

devient alors l'intégrale connue de Gauss [1]):

$$\mu \int \frac{d\left(\frac{1}{r}\right)}{dn} ds = \mu \int \frac{\cos \nu}{r^2} ds,$$

[1]) Gauss, *Theoria attractionis corporum sphaeroidicorum ellipticorum*, Art. 6.

laquelle, selon qu'il s'agit d'un point extérieur, d'un point situé sur la surface, ou d'un point intérieur, est

$$= 0, \qquad -2\pi\mu, \qquad -4\pi\mu$$

(la seconde valeur suppose une courbure continue de la surface au point où l'intégrale est prise).

Une charge double à moment constant a donc, en dehors de la surface, des valeurs potentielles constantes; cette charge n'exerce pas d'action au dehors. Mais dans notre cas il y a de l'action, attendu que le moment, conformément à (3), prend des valeurs différentes pour les différents éléments de la surface.

3. Pour déterminer la densité ϱ_0 de la charge nulle simple qui est équivalente à la charge double en question, l'équation (I_a) donne, si ϱ_0 représente la densité de la charge totale (α),

$$\varrho = \varrho_1 + \varrho_0,$$

donc

$$\varrho_0 = \varrho - \varrho_1 = \frac{4\pi}{m} \cdot \frac{a^2 - f^2}{ap^3} - \frac{m}{4\pi} \frac{\cos\nu}{p^2},$$

ou

$$\varrho_0 = \frac{m}{4\pi} \cdot \frac{1}{p^2} \left(\frac{a^2 - f^2}{ap} - \cos\nu \right).$$

Si $\angle POA = \varphi$, on trouve immédiatement, vu la relation $a - f\cos\varphi = p\cos\nu$,

$$\varrho_0 = \frac{m}{4\pi a} \cdot \frac{1}{p^3} \left(a^2 - f^2 - a(a - f\cos\varphi) \right),$$

de sorte que

$$\varrho_0 = \frac{m}{4\pi p^2} \cdot \frac{f}{a} \cdot \frac{a\cos\varphi - f}{p} \quad \ldots\ldots\ldots (4)$$

Nous pouvons encore remarquer qu'en faisant $\angle POA = \psi$, menant OD perpendiculairement à PO, et posant $CD = g$, on a

$$\varrho_0 = \frac{m}{4\pi p^2} \cdot \frac{f\cos\psi}{a} = \frac{m}{4\pi p^2} \cdot \frac{g}{a}; \quad \ldots\ldots (5)$$

la densité de la charge nulle est donc en raison directe de g et en raison inverse du *carré* de la distance au centre C.

Mais la figure donne immédiatement:

$$p' - p = 2g$$
$$p' + p = 2a\cos\nu,$$

de sorte que l'éq. (5) devient

$$\varrho_a = \frac{m}{4\pi}\left(\frac{p'-p}{p'+p}\right)\frac{\cos\nu}{p^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

Nous obtenons donc pour la quantité de matière que *la charge nulle équivalente à la charge double* contient dans un élément quelconque ds:

$$\varrho_0\, ds = \frac{m}{4\pi}\left(\frac{p'-p}{p'+p}\right)\frac{\cos\nu}{p^2}\, ds \quad \ldots\ldots\ldots (7)$$

$$= \frac{m}{4\pi}\left(\frac{p'-p}{p'+p}\right) d\sigma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

si $d\sigma$ est ouverture du cône élémentaire qui a O pour sommet et le contour de ds pour directrice.

Pour la densité totale (voir (1)), on a par suite:

$$\varrho = \varrho_1 + \varrho_0 = \left(1 + \frac{p'-p}{p'+p}\right) . \cos\nu$$

$$= \frac{m}{4\pi} \cdot \frac{2p'}{p'+p} \cdot \frac{\cos\nu}{p^2};$$

ou, à cause des relations $p' + p = 2a\cos\nu$ et $pp' = a^2 - f^2$,

$$\varrho = \frac{m}{4\pi a} \cdot \frac{a^2 - f^2}{p^3},$$

comme ci-dessus.

L'équation (8) montre que la quantité de matière contenue dans le cône élémentaire qui a $d\sigma$ pour ouverture est:

$$= \frac{m}{4\pi}\left(\frac{p'-p}{p'+p}\right) d\sigma.$$

Au cône opposé, dont la base est en P', correspond la quantité de matière

$$\frac{m}{4\pi}\left(\frac{p-p'}{p+p'}\right) d\sigma,$$

de sorte que la charge nulle simple de la sphère indique, pour les deux éléments de *chaque cône double*, une *charge totale nulle*; dans la partie dirigée suivant le rayon vecteur le plus petit (p) se trouve uue quantité *positive* de matière, dans l'autre, suivant le rayon vecteur le plus grand (p'), une quantité égale *négative.*

La grandeur absolue de ces quantités est proportionnelle à la différence des deux rayons vecteurs, et inversement proportionnelle à leur somme.

Cette grandeur devient donc nulle dans le cône double élémentaire élevé sur les élements B et B' (fig. 2) et est la plus grande possible pour le cône élémentaire qui s'appuie sur A et A'; en d'autres termes: la densité de la charge double sera *positive* pour le segment $B A B'$, *négative* pour le segment $B A' B'$.

Fig. 2.

La densité en B et B' est nulle, les densités en A et A' sont maxima et ont pour valeurs (voir (6)):

en A $$\varrho_0 = \frac{m}{4\pi(a-f)^2} \cdot \frac{f}{a},$$

en A' $$\varrho_0 = \frac{m}{4\pi(a+f)^2} \cdot \frac{f}{a}.$$

Pour la partie positive de la charge nulle, nous avons, puisque cette partie s'étend sur le segment $B A B'$

$$Q_0 = 2\pi a^2 \int_0^{\varphi'} \varrho_0 \sin\varphi \, d\varphi \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \quad (9)$$

où la densité ϱ_0 est donnée par (4) et où la limite supérieure φ' de l'intégration est déterminée par l'équation

$$f = a \cos \varphi';$$

de sorte que

$$Q_0 = \frac{m a f}{2} \int_0^{\varphi'} \frac{a \cos\varphi - f}{p^3} \sin\varphi \, d\varphi$$

$$= \frac{m a f}{2} \int_0^{\varphi'} \frac{f - a \cos\varphi}{p^3} \, d \, . \cos\varphi ,$$

où

$$p = \sqrt{(a^2 + f^2 - 2\, af \cos\varphi)}.$$

Or, on a

$$\int \frac{d \, . \cos\varphi}{p^3} = - \frac{1}{2\, af} \int \frac{d\,(a^2 + f^2 - 2\, a f \cos\varphi)}{\sqrt{(a^2 + f^2 - 2\, a f \cos\varphi)}}$$

$$= \frac{1}{af} \cdot \frac{1}{\sqrt{(a^2 + f^2 - 2\, a f \cos\varphi)}}$$

et

$$\int \frac{\cos\varphi \, . \, d \cos\varphi}{p^3} = - \frac{1}{2\, af} \int \frac{\cos\varphi \, . \, d\, X}{X^{\frac{3}{2}}}$$

$$= \frac{1}{a f} \int \cos\varphi \, . \, d \left(\frac{1}{\sqrt{X}} \right)$$

$$= \frac{1}{a f} \left\{ \frac{\cos\varphi}{\sqrt{X}} + \int \frac{\sin\varphi \, d\varphi}{\sqrt{X}} \right\} .$$

Et comme

$$\int \frac{\sin\varphi \, d\varphi}{\sqrt{X}} = - \int \frac{d \, . \cos\varphi}{\sqrt{(a^2 + f^2 - 2\, a f \cos\varphi)}}$$

$$= \frac{1}{2\, af} \int \frac{d\, X}{X^{\frac{1}{2}}} = \frac{\sqrt{(a^2 + f^2 - 2\, a f \cos\varphi)}}{a f} ,$$

il en résulte

$$\int \frac{a \cos\varphi \; . \; d \cos\varphi}{p^3} = \frac{1}{f} \left\{ \frac{\cos\varphi}{\sqrt{X}} + \frac{\sqrt{X}}{a f} \right\}$$

$$= \frac{1}{a f^2} \left\{ \frac{a f \cos\varphi + X}{\sqrt{X}} \right\},$$

et par suite

$$Q_0 = \frac{m a f}{2} \left\{ \frac{1}{a\sqrt{X}} - \frac{1}{a f^2} \cdot \frac{a f \cos\varphi + X}{\sqrt{X}} \right\}$$

$$= \frac{m}{2 f \sqrt{X}} \left\{ f^2 - a f \cos\varphi - f^2 - a^2 + 2 a f \cos\varphi \right\}$$

$$= \frac{m}{2 f \sqrt{X}} \left\{ a f \cos\varphi - a^2 \right\} = \frac{m a}{2 f} \left(\frac{f \cos\varphi - a}{\sqrt{(a^2 + f^2 - 2 a f \cos\varphi)}} \right)_0^{\varphi'} \ldots (10)$$

$$Q_0 = \frac{m a}{2 f} \left\{ \frac{\frac{f^2}{a} - a}{\sqrt{(a^2 + f^2 - 2 f^2)}} - \frac{f - a}{\sqrt{(a^2 + f - 2 a f)}} \right\}$$

$$= \frac{m}{2 f} \left\{ \frac{f^2 - a^2}{\sqrt{(a^2 - f^2)}} + a \right\}$$

$$Q = \frac{m}{2} \left(\frac{a - \sqrt{(a^2 - f^2)}}{f} \right) \ldots\ldots\ldots \; 11)$$

de sorte que sur le segment $B A B'$ est étendue la quantité de matière

$$Q'_0 = -\frac{m}{2} \left(\frac{a - \sqrt{(a^2 - f^2)}}{f} \right).$$

Lorsque le point C se rapproche de O, et par conséquent f de zéro, la quantité Q_0, qui en vertu de l'éq. (11) peut se mettre sous la forme

$$Q_0 = \frac{m f}{2} \left\{ \frac{1}{2a} - \frac{1}{8} \frac{f^2}{a^3} + \frac{1}{16} \frac{f^4}{a^5} + \text{etc.} \right\},$$

diminue également La charge nulle disparaît, comme on pouvait s'y attendre, lorsque C est arrivé en O.

En résumé, on voit donc que la charge capable de remplacer une masse m concentrée en un point excentrique C est égale à la distribution *centrale* de cette masse, augmentée de la charge nulle qui a pour densité

$$\varrho_0 = \frac{m}{4 \pi p^2} \cdot \frac{f}{a} \cdot \frac{a \cos\varphi - f}{p},$$

et qui représente par conséquent dans la partie $B\,A\,B'$ une charge positive et en $B\,A'\,B'$ une charge négative égale.

Mais nous pouvons aussi écarter la notion étrange de *masse négative*, en remarquant que, d'après les développements qui précèdent, la distribution correspond à un *transport de matière*, à savoir, de la quantité

$$\frac{m}{4\pi}\left(\frac{p'-p}{p'+p}\right)d\sigma,$$

pour chaque cône double élémentaire ayant $d\sigma$ pour ouverture.

La distribution centrobarique, pour la sphère, revient alors simplement à ceci: après que la masse m, à partir du point C comme centre, a été étendue uniformément dans toutes les directions, de sorte que dans chaque cône élémentaire $d\sigma$ autour de ce point il s'en trouve une quantité

$$\frac{m}{4\pi}d\sigma,$$

une masse

$$\frac{m}{4\pi}\left(\frac{p'-p}{p'+p}\right)d\sigma$$

est transportée de la partie la plus longue de chaque cône double vers la partie opposée ou la plus courte (on pourrait se figurer qu'une partie de la matière, émise sous forme de rayons dans le cône le plus long, est réfléchie et ainsi transportée vers le cône le plus court). La masse totale contenue dans chaque cône double reste invariable et égale à

$$\frac{m}{2\pi}d\sigma,$$

de sorte qu'il en existe:

dans la partie la plus courte (p), la quantité $\frac{m}{2\pi}\cdot\frac{p'}{p'+p}d\sigma$,

(12)

et dans la partie la plus longue (p'), la quantité $\frac{m}{2\pi}\cdot\frac{p}{p'+p}d\sigma$,

quantités qui, respectivement étendues sur la base ds du premier cône partiel et sur la base ds' du second, forment les éléments de la charge équivalente centrobarique.

Si le cas que nous venons d'étudier ne suffit pas pour expliquer en général la signification d'une charge double, le caractère propre de la charge nulle simple, qui est équivalente à cette charge double, se dévoile déjà plus ou moins distinctement.

Nous trouvons ce caractère dans la distribution *très spéciale* (et en apparence très simple) de la masse positive et négative sur les deux segments sphériques, et non moins dans la singulière disparition de la charge nulle, à mesure que le point matériel se rapproche du centre de la sphère.

Cette dernière propriété est évidemment liée à la circonstance que la charge double, primitivement à moment variable, se transforme alors en une charge à moment constant, laquelle, comme nous l'avons vu, est sans action au dehors.

Utrecht, novembre 1879.

L'INFLUENCE DES SOLUTIONS SALINES

SUR LA

DURÉE DE LA VIE DU PROTOPLASME,

PAR

J. C. COSTERUS.

Les recherches sur la turgescence, publiées il y a une couple d'années par M. le professeur H. de Vries [1]), m'ont conduit à étudier de plus près l'influence que les solutions salines exercent sur la vie du protoplasme végétal. Il résulte nettement des communications de M. de Vries, que les parties végétales dont il s'est servi supportent impunément une immersion de quelques heures dans des solutions de sel marin, etc.; mais, suivant le même auteur, c'est aussi un fait qu'un séjour prolongé dans ces liquides entraîne inévitablement la mort. J'ai pensé qu'il ne serait pas sans intérêt d'entreprendre quelques expériences pour tâcher de préciser la manière dont le protoplasme se comporte dans les solutions salines, de découvrir en quoi consiste leur action nuisible et de reconnaître si des circonstances extérieures spéciales peuvent modifier l'effet de ces solutions. Les recherches en question ont été exécutées dans le laboratoire de physiologie végétale de l'université d'Amsterdam.

Les solutions salines avec lesquelles j'ai expérimenté sont celles

---

[1]) *Untersuchungen über die mechanischen Ursachen der Zellstreckung u. s w.*, Leipzig, Wilhelm Engelmann, 1877.

de chlorure de sodium et de nitrate de potasse; la plante la plus fréquemment employée a été la betterave rouge. Il n'est pas inutile de faire remarquer, à cet égard, que l'étude a porté sur la racine adulte; en effet, les cellules de celle-ci se trouvent plus ou moins dans un état de repos et, par suite, sont certainement beaucoup moins sensibles que les cellules des organes jeunes et tendres sur lesquels a opéré M. de Vries. Néanmoins, on verra plus loin que dans ces racines, en apparence inactives, la vie se manifeste encore avec assez de force pour être nettement influencée par différentes circonstances.

Voici comment j'ai procédé.

Dans des capsules en verre, hautes d'environ 3 centim., quelques petites tranches de betterave rouge étaient placées sous une couche d'eau; ces tranches n'étaient pas beaucoup plus épaisses que celles dont on se sert pour les recherches microscopiques. D'autres tranches semblables étaient immergées, sous des conditions du reste identiques, dans une solution de sel marin à 10 °/₀ [1]). Dans les deux cas, le liquide ne s'élevait qu'à une faible hauteur au-dessus des tranches, afin d'empêcher aussi peu que possible l'accès de l'air nécessaire pour la respiration. Le résultat de ces expériences, plusieurs fois répétées, fut que la couleur des lamelles traitées par le sel avait entièrement disparu au bout de peu de jours, d'où l'on peut conclure, avec M. Nägeli, que les cellules étaient mortes. Les lamelles plongées dans l'eau, au contraire, conservaient leur couleur, même après être restées pendant deux semaines dans le liquide. En opérant avec KNO_3, le résultat était le même.

Les deux sels susdits ont donc une influence nuisible pour la vie. La question se présente maintenant de savoir si la solution exerce cette action nocive d'une manière directe ou indirecte. Est-ce que, par exemple, la quantité d'oxygène dissous par l'eau est plus grande que celle absorbée par les solutions salines? Dans ce cas, l'effet observé n'aurait rien de bien surprenant.

---

[1]) C'est-à-dire, contenant 9 parties en poids d'eau et 1 partie de sel.

Obtiendrait-on le même résultat si l'air pouvait pénétrer moins librement dans les cellules?

Pour trouver la réponse à cette question, j'expérimentai, non plus sur des lamelles minces, mais sur des morceaux ayant une épaisseur de 1,2 et 5 mm. et mesurant 5 mm. en long et en large. L'accès de l'air à l'intérieur du tissu était alors notablement entravé, et l'expérience devait donc montrer si la mort plus rapide des cellules exposées à l'action du sel marin était en connexion avec la difficulté plus grande de la respiration. Après un laps de temps de 14 jours, on trouva, comme dans les premières expériences, que les parties de racine plongées dans l'eau étaient restées plus fraîches que les autres; toutefois, la différence entre ces morceaux épais de 5 mm. était beaucoup moins frappante que celle offerte par les lamelles minces, comparées entre elles. Parmi ces dernières, au bout des 14 jours en question, beaucoup de celles qui avaient séjourné dans l'eau étaient décolorées, tandis que dans la solution de sel elles s'étaient seulement entourées d'un bord blanc. Les fragments épais de 5 mm. présentaient à peu près la même teinte dans les deux liquides, sauf que les bords décolorés des fragments traités par le sel étaient plus distincts et plus tranchés. On voit donc que, lorsqu'il pénètre moins d'air dans les parties végétales employées, la différence entre celles qui sont immergées dans l'eau et dans la solution de sel devient moins prononcée. Ce résultat conduisit à une observation encore plus significative. Avant de soumettre les petits morceaux de betterave à l'expérience, on les laissa pendant quelques minutes sous le récipient de la machine pneumatique, dans l'air raréfié. Bien qu'il ne fût pas question ici d'un vide parfait, les morcaux de betterave n'en laissèrent pas moins échapper d'énormes quantités d'air, de sorte que beaucoup de méats intercellulaires durent se trouver à peu près vides. Il n'était guère probable que ces méats se rempliraient de nouveau d'air dans la suite de l'expérience, attendu que les morceaux furent placés dans des vases de verre assez hauts, quoique ouverts, sous une couche épaisse

de liquide. Les résultats de cette expérience furent remarquables. Durant la première semaine on n'observa presque aucune différence; mais dans la seconde et la troisième semaine l'avantage devint manifeste en faveur des parties plongées dans des solutions salines. Au bout de 15 jours, en effet, la plupart des morceaux traités par l'eau étaient entièrement décolorés et en partie pourris, et les autres ne montraient plus que quelques stries rougeâtres. Les morceaux immergés dans la solution de sel avaient des bords blancs, mais étaient frais et de couleur rouge dans le reste de leur étendue; même ceux dont l'épaisseur était réduite à 1 mm. offraient encore, çà et là, des lignes d'un rouge vif.

Comme, dans l'expérience décrite en dernier lieu, il se formait beaucoup de bactéries, qui pourraient être regardées comme la cause de la mort, l'expérience fut répétée à différentes reprises avec la précaution de renouveler de temps en temps les liquides, pour prévenir la production des bactéries. Mais le résultat resta le même: l'accès de l'air étant empêché, la vie persistait beaucoup plus longtemps dans la solution saline que dans l'eau. Cette conclusion fut encore vérifiée d'une autre manière. On prit deux petits tubes de verre à parois épaisses, longs de 12 centim. et n'ayant que 2 centim. de diamètre. L'un fut rempli d'eau et de petits morceaux de betterave fraîche, l'autre d'une solution de chlorure de sodium à 10 % et de morceaux de betterave qui préalablement avaient déjà séjourné pendant 22 heures dans une solution de la même force. Les deux tubes furent ensuite fermés hermétiquement, au moyen d'un bouchon de liége recouvert de vaseline. Ici, la quantité d'air disponible était donc très petite, et ne pouvait être renouvelée par l'air du dehors. Les deux tubes fermés furent placés dans une serre, où la température variait très peu et était en moyenne de 25° C. Ce degré élevé de chaleur devait surexciter notablement l'activité vitale du protoplasme et par suite accélérer la marche de l'expérience. Déjà au bout de cinq jours, la différence était manifeste. Dans le tube rempli d'eau, les morceaux supérieurs avaient entièrement perdu leur couleur, tandis que les autres, également plongés dans l'eau,

cédaient une grande partie de leur matière colorante sous l'influence de lavages trois fois répétés. Il en était tout autrement des morceaux placés dans la solution de sel; ceux-ci avaient bien communiqué une teinte rougeâtre au liquide ambiant, mais ils montraient néanmoins encore leur couleur primitive après avoir été agités deux fois avec une solution fraîche de sel marin. Comme cette expérience fut aussi répétée plusieurs fois, et toujours avec le même succès, on peut affirmer que *les cellules de la betterave rouge*, *quand l'air y a librement accès*, *éprouvent une action nuisible de la part des solutions salines*, *notamment des solutions de chlorure de sodium et de salpêtre*, *tandis qu'en l'absence de l'air*, *ou plus exactement en présence d'une très petite quantité d'air*, *ces mêmes liquides maintiennent les cellules plus longtemps en vie.*

Le premier de ces deux faits est le seul dont on puisse essayer, pour le moment, de donner une explication. Les expériences de divers savants, par exemple de M. Mackenzie (Wiedemann's *Annalen der Phys. u. Chem.*, 1877, nouv. sér. t. I, fasc. 3), de M. Fernet (*Comptes rendus*, 1858, t. XLVI, p. 620) etc. ont mis hors de doute que les solutions salines absorbent moins de gaz que l'eau pure, et que le coefficient d'absorption décroît à mesure que les solutions deviennent plus concentrées. Plus il y a de sel en dissolution dans l'eau, plus est petite la quantité d'air dissous. Or, si des cellules placées dans des tubes fermés, au sein d'un liquide renfermant moins d'air que l'eau, vivent néanmoins, comme nous l'avons vu ci-dessus, plus longtemps que d'autres disposant d'une quantité d'air plus grande, la seule explication possible est que le sel possède la propriété de retarder l'activité vitale du protoplasme.

Cette conclusion trouve aussi un appui dans une observation faite par M. Godlewski [1]), à savoir, que des plantes ayant germé dans l'eau pure avaient perdu par la respiration une beaucoup plus grande proportion de leurs éléments organiques que d'autres plantes, qui durant la germination avaient été en contact avec

---

[1]) *Bot. Zeitung.* 1879, p. 101.

des solutions de sels minéraux. Ce fait important, dont M. Godlewski ne donne aucune explication, n'a plus rien d'extraordinaire lorsqu'on sait que les sels sont capables de ralentir les processus vitaux.

Il n'y a donc rien d'impossible à ce que, dans des solutions salines de faible concentration, le protoplasme éprouve un ralentissement trop faible de ses manifestations vitales pour pouvoir continuer à vivre avec peu d'air, ce qui est le cas, au contraire, dans des solutions plus fortes. De même, il est probable que, dans des solutions saturées ou presque saturées, les cellules meurent parce qu'il reste trop peu d'air dissous dans le liquide. Bien que quelques expériences aient aussi été exécutées à ce sujet, elles étaient en trop petit nombre pour légitimer la présomption que je viens d'émettre.

On peut donc regarder comme un fait bien établi que la vie est ralentie sous l'influence du sel. Quant à savoir pourquoi le sel exerce au contraire une action nuisible en présence de beaucoup d'air, ainsi que l'a montré la première expérience, c'est une question qui reste provisoirement indécise.

Pour prévenir la supposition que les résultats précédents ne s'appliqueraient qu'aux cellules de la betterave rouge, je rapporterai encore quelques expériences concernant trois autres plantes. Ces expériences eurent lieu par la méthode décrite en dernier lieu, c'est-à-dire, dans des tubes à parois épaisses, hermétiquement fermés.

Le tableau suivant donne un aperçu comparatif de l'action d'une solution de sel marin (10 $^0/_0$) et de l'eau, les deux liquides étant soustraits au libre accès de l'oxygène. Les petits morceaux de parenchyme empilés dans les tubes étroits appartenaient à la Carotte, à la Pomme et à la Betterave à sucre.

Carotte.

	Solution de sel marin.	Eau.
Au bout de 6 jours	vivante	morte.
„ „ „ 8 „	mourante	morte.

Pomme.

	Solution de sel marin.	Eau.
Au bout de 6 jours	vivante	morte.
„ „ „ 8 „	morte	morte.

Dans cette expérience sur la Pomme, la différence entre les morceaux plongés dans l'eau et dans la solution de sel était des plus tranchées, car, au bout de six jours, les premiers étaient entièrement pourris et décolorés, tandis que les autres avaient conservé leur fraîcheur et leur consistance.

Betterave à sucre.

	Solution de sel marin.	Eau.
Au bout de 6 jours	vivante	vivante.
„ „ „ 7 „	vivante	mourante.
„ „ „ 11 „	vivante	morte.

Les résultats sont exactement inverses lorsque l'oxygène trouve un *libre accès*. C'est ce que montrent les expériences suivantes, qui toutefois ne sont pas rigoureusement comparables à celles qui précèdent, les conditions accessoires ayant été un peu différentes pour les deux séries.

Betterave à sucre.

	Solution de sel marin.	Eau.
Au bout de 6 jours	mourante	vivante.
„ „ „ 7 „	presque morte	vivante.
„ „ „ 11 „	morte	mourante.

Après ce qui vient d'être dit, on ne saurait plus guère douter que les solutions salines ne puissent exercer deux sortes d'action sur la vie du protoplasme. Il semble non moins certain que c'est la présence ou l'absence de l'air qui détermine en majeure partie la nature de l'action. D'autres circonstances ont peut-être aussi quelque influence. On peut regarder comme probable, par exemple, que la vitalité plus ou moins grande du protoplasme lui-même n'est pas indifférente. Mais ce point et plusieurs autres n'ayant pas encore été étudiés avec le soin nécessaire, je me contente provisoirement d'avoir appelé l'attention sur les rôles différents que les solutions salines peuvent jouer par rapport à la vie.

AMSTERDAM, Laboratoire de physiologie
végétale. Juill. 1879.

RECHERCHES

SUR LA

CONQUINAMINE,

PAR

A. C. OUDEMANS Jr.

Il y a un peu plus d'un an, la composition et les propriétés de la quinamine ont été de ma part l'objet de quelques recherches, dont on peut voir les résultats dans les *Versl. en Meded. d. Kon. Akad. v. Wetensch.*, 2e sér., t. XII, p. 257 et suiv., ainsi que dans les *Arch. néerl.*, t. XIII, p. 356 et suiv.

Au cours de mon travail, la faible quantité du précieux alcaloïde que j'avais eue à ma disposition s'était tellement réduite,— en partie par les sacrifices inévitables qu'entraînent les analyses élémentaires, et en partie par la décomposition et l'altération progressive de la matière sous l'influence des acides, — qu'il me fallut négliger beaucoup de points que j'aurais volontiers abordés. On comprendra donc la satisfaction que j'éprouvai lorsque l'occasion me fut offerte de traiter une quantité plus considérable de quinétum de Darjeeling et d'y puiser les matériaux de nouvelles études.

Grâce à la bienveillante intervention de M. le docteur J. E. de Vry, le Gouvernement anglais voulut bien mettre libéralement à ma disposition 20 livres de quinétum préparé à Darjeeling,

et me fournir ainsi le moyen de continuer mes recherches sur la quinamine.

Je repris donc, pour extraire la quinamine du mélange des alcaloïdes, la voie que j'avais suivie antérieurement. Mais, en traitant les dernières eaux mères, d'où avaient été éloignés les alcaloïdes mieux connus du quinquina (quinine, quinidine, cinchonine et cinchonidine), je me trouvai en présence de l'alcaloïde récemment découvert par M. Hesse, la conquinamine, et je pus successivement en recueillir une assez grande quantité pour me sentir tenté d'étudier ce corps de plus près, spécialement en ce qui concernait son pouvoir rotatoire spécifique à l'état libre et à l'état de combinaison. Ce qui m'a surtout déterminé à entreprendre ce travail, c'est la considération que, pour d'autres chimistes engagés dans l'étude des éléments du quinquina, il serait probablement difficile de se procurer ce très rare alcaloïde en quantité aussi notable, et que par conséquent je ne devais pas laisser échapper cette occasion imprévue d'en tracer l'histoire chimique avec quelques détails.

Méthode suivie pour extraire la conquinamine et la quinamine du quinétum de Darjeeling.

Dans mes „Recherches sur la quinamine", j'ai communiqué les résultats que j'avais obtenus au sujet de la composition du quinétum de Darjeeling, et j'ai décrit la manière dont la quinamine avait été retirée de ce mélange d'alcaloïdes.

Le traitement d'environ 9 kilogrammes de matière brute a été effectué par une méthode essentiellement la même que celle dont j'avais fait usage dans mon premier travail, sauf une petite modification, qui m'a permis d'isoler à peu près ½ pour cent d'un alcaloïde que j'avais vainement cherché antérieurement, à savoir la quinidine (conquinine de M. Hesse).

Après que la solution chlorhydrique neutre du mélange d'alcaloïdes eut été privée, au moyen du tartrate de potassium et

de sodium, de la quinine et de la cinchonidine, j'ajoutai au liquide filtré un excès de soude, puis le précipité produit fut recueilli sur le filtre et, comme précédemment, bouilli à plusieurs reprises avec de l'alcool à 50 pour cent. La partie non dissoute (consistant principalement en cinchonine) ayant été séparée par la filtration, les liquides laissèrent déposer en se refroidissant un mélange d'alcaloïdes, que j'appellerai (*A*) et que plus tard je reconnus être composé de cinchonine, de quinamine et d'un peu de conquinamine.

Lorsque l'eau mère (*B*), séparée de ces alcaloïdes et abandonnée à elle-même pendant une couple de jours, ne fournit plus de dépôt cristallin, elle fut neutralisée exactement par l'acide chlorhydrique, évaporée quelque temps à basse température pour chasser une partie de l'alcool, puis additionnée successivement de petites quantités d'une solution de rhodanure de potassium. Au premier moment il en résultait un trouble, mais qui disparaissait par l'agitation du liquide. Au bout de quelques heures, des cristaux de rhodanhydrate de quinidine se déposaient peu à peu sur le fond et les parois du vase; au fond du vase s'amassait en outre un liquide sirupeux brun, d'où se séparaient lentement de nouveaux cristaux du rhodanhydrate en question, et dont le reste était formé en majeure partie de combinaisons rhodanhydriques de un ou plusieurs alcaloïdes amorphes. En même temps, le liquide surnageant s'éclaircissait et se décolorait de plus en plus. L'addition de rhodanure de potassium fut continuée jusqu'à ce qu'il ne se séparât plus qu'une masse sirupeuse, sans aucune trace de cristaux.

Les cristaux ainsi obtenus étaient faciles à purifier par un lavage avec de l'alcool étendu, suivi d'une nouvelle cristallisation. Quant à leur nature, je m'en suis assuré en isolant l'alcaloïde de sa combinaison rhodanhydrique: il offrait tous les caractères de la quinidine. Le quinétum ne renferme qu'une faible proportion de cet alcaloïde. Par la méthode indiquée, je n'ai pu en recueillir que ½ pour cent.

Au sujet de la préparation des alcaloïdes plus rares, la qui-

namine et le conquinamine, j'ai, en ce qui concerne la premier, peu de chose à ajouter à mes communications antérieures. Le produit brut ci-dessus désigné par (A), et qui est formé essentiellement de cinchonine, de quinamine et de conquinamine, se traite le mieux en l'épuisant par l'éther, séparant ainsi les deux derniers de ces alcaloïdes de la plus grande partie de la cinchonine, soumettant la solution éthérée à la distillation, et redissolvant le résidu dans l'alcool concentré et chaud. Durant le refroidissement, de la quinamine se dépose en longues aiguilles blanches, qui peuvent être purifiées par une nouvelle cristallisation. Dans les eaux mères alcooliques s'accumulent peu à peu les petites quantités de cinchonine et de conquinamine qui altèrent la pureté de la quinamine, de sorte que l'évaporation du liquide finit par donner de nouveau un mélange des trois bases susdites. En s'aidant d'une loupe, on peut facilement les distinguer l'une de l'autre: la quinamine, en effet, se présente toujours en masse composée de fines aiguilles soyeuses; la conquinamine, déposée au sein de liqueurs alcooliques faibles, forme des cristaux assez volumineux, qu'un examen superficiel pourrait faire regarder comme tétragonaux et où l'on croirait reconnaître les combinaisons $\infty P \infty . P$, mais qui en réalité appartiennent au système triclinique; la cinchonine, enfin, affecte la forme de cristaux beaucoup plus petits et plus minces, mais nettement limités et assez composés. Par le traitement à l'éther, ce mélange se laisse de nouveau séparer en cinchonine, d'une part, et en un mélange de quinamine et de conquinamine, d'autre part.

Etant donné un mélange de ces deux bases, dans lequel prédomine la conquinamine, le seul moyen que je connusse d'abord pour isoler cette dernière à l'état de pureté consistait à dissoudre la masse entière dans de l'alcool à 60 pour cent (en poids), à laisser le liquide s'évaporer lentement, à sécher le mélange cristallin recueilli après un long repos, et à séparer les aiguilles déliées de la quinamine, à l'aide d'un tamis métallique, des cristaux plus gros et plus longs de la conquinamine,

lesquels pouvaient alors être aisément débarrassés, par une nouvelle cristallisation dans de l'alcool à 70 pour cent, d'un peu de quinamine adhérente. Peut-être ce moyen mérite-t-il *encore* d'être recommandé, quand il s'agit de séparer *beaucoup* de conquinamine de relativement *peu* de quinamine. Plus tard, j'ai trouvé qu'on peut assez facilement purifier la conquinamine, lorsqu'elle n'est mêlée que d'une proportion relativement faible de quinamine, en dissolvant le produit brut jusqu'à saturation dans l'acide nitrique étendu ($\frac{1}{10}$) chaud, et laissant refroidir la dissolution. Le nitrate de conquinamine [1]), qui est beaucoup moins soluble que le nitrate de quinamine, se sépare le premier, sous la forme de cristaux durs appartenant au système rhombique et faciles à distinguer des agrégats cristallins plus lâches du nitrate de quinamine. Une autre méthode, qui vaut encore mieux, consiste à transformer les deux alcaloïdes en oxalates, et à séparer ceux-ci par la cristallisation dans l'eau. L'oxalate de conquinamine cristallise très bien de solutions saturées à chaud, et ne se dissout à la température ordinaire que dans 83 p. d'eau, tandis que l'oxalate de quinamine est au contraire très soluble et, d'après mes observations au moins, ne cristallise pas.

Les bromhydrates des deux bases se laissent également séparer l'un de l'autre par la cristallisation.

Par la première des trois méthodes en question, j'ai réussi à retirer la conquinamine de son mélange avec une quantité beaucoup plus considérable d'alcaloïde amorphe, même lorsque cela était impraticable par une autre voie. Le mélange des nitrates laissait déposer peu à peu un liquide sirupeux épais, et en même temps de petits cristaux grenus, qu'on débarrassait aisément des nitrates des alcaloïdes amorphes à l'aide d'un lavage avec de l'alcool à 50 pour cent.

Une seconde source, beaucoup plus riche, pour l'obtention de la conquinamine se trouve dans les eaux mères d'où la quinidine a été retirée, de la manière ci-dessus décrite, à l'état de rho-

[1]) A 15° C., 1 partie de nitrate de conquinamine se dissout dans 76 p. d'eau, et 1 p. de nitrate de quinamine dans 16,6 p. d'eau.

danure. Ces eaux étant réunies au dépôt, dissous dans l'alcool étendu, des rhodanures des alcaloïdes amorphes, puis additionnées d'un léger excès de soude, il se forme un précipité, qui se pelotonne rapidement quand on l'agite avec une baguette de verre, et qui consiste essentiellement en alcaloïdes amorphes, avec une faible proportion de conquinamine et une trace de quinamine. Lorsque cette matière amorphe poisseuse est vigoureusement malaxée sous l'eau, pour lui enlever autant que possible la soude libre, puis laissée longtemps en contact avec de l'alcool à 40—45 pour cent, les alcaloïdes amorphes se dissolvent lentement, et on obtient peu à peu un dépôt cristallin, parfois même un squelette cristallin montrant encore distinctement la forme de la masse amorphe originelle, lequel dépôt consiste en conquinamine avec peu ou point de quinamine. Le liquide, séparé de la masse cristalline et exposé à l'évaporation spontanée dans un verre cylindrique à ouverture étroite, dépose peu à peu sur les parois du vase de jolis cristaux de conquinamine, parfois assez volumineux. Après une longue attente, on les voit naître aussi dans les couches oléagineuses, — formées par les alcaloïdes amorphes et contenant probablement encore de l'alcool et de l'eau, — qui finissent par se séparer de la solution de plus en plus privée d'alcool.

C'est surtout aux mélanges ainsi obtenus, et relativement riches en conquinamine, que s'applique avec plein succès le mode de séparation ci-dessus décrit, fondé sur la cristallisation des oxalates ou des nitrates. Il ne convient pas d'avoir recours, dans la préparation des nitrates, à la décoloration par le charbon animal, car, au lieu d'être utile, cet agent exerce une action très nuisible. Après avoir été chauffées avec du charbon animal, les solutions du nitrate sont colorées en jaune beaucoup plus foncé qu'avant cette opération: probablement, sous l'influence de l'oxygène condensé dans le charbon, il se produit une altération chimique, ayant pour résultat la formation d'un alcaloïde amorphe jaunâtre.

C'est ici le lieu de rectifier une erreur dans laquelle je suis

tombé lors de mes premières recherches et observations au sujet de la quinamine. Dans mes „Recherches" (*Versl. en Meded. d. K. A. v. W.*, 2e sér., t. XII, p. 265) j'ai décrit les cristaux de la quinamine comme tétragonaux. A ce moment, je ne connaissais pas encore l'existence de la *conquinamine* et je croyais que la *quinamine*, quoique ne se présentant habituellement qu'en petits cristaux capillaires, pourrait bien donner, en se déposant lentement, des individus plus grands et à forme cristalline distincte. Plus tard, lorsque je lus la communication de M. Hesse dans les *Berichte der Chem. Gesellsch.* (année X, p. 2157 et suiv.), je commençai à soupçonner que les cristaux (en apparence) tétragonaux que j'avais observés pouvaient appartenir aussi à la conquinamine, et je fis part de cette conjecture dans la note au bas de la page 265 de mon Mémoire. Ce qui me restait alors de l'alcaloïde était toutefois insuffisant pour trancher la question, de sorte que provisoirement je continuai à regarder mes grands cristaux comme de la quinamine, d'autant plus qu'en faisant cristalliser la matière dans l'alcool étendu, j'obtenais des petits cristaux fibreux, qui ressemblaient beaucoup à cet alcaloïde.

Aujourd'hui que j'ai appris à connaître le mode de cristallisation propre à chacune des deux bases, je ne doute plus que les cristaux attribués précédemment à la quinamine n'aient appartenu à la conquinamine. Je n'ai jamais vu cristalliser la quinamine pure autrement que sous la forme de longues aiguilles, où l'on ne pouvait pas distinguer un type déterminé.

Pour ce qui concerne la préparation de la conquinamine pure à l'aide du nitrate, elle est extrêmement simple. Il faut dissoudre le sel dans de l'eau tiède, précipiter la solution par la soude, abandonner le précipité à lui-même jusqu'à ce qu'il soit devenu cristallin, recueillir alors l'alcaloïde sur le filtre de Bunsen, le laver avec soin, et enfin, après l'avoir séché, le faire cristalliser dans l'alcool à 80 pour cent. De cette manière on l'obtient facilement de couleur blanche, tandis que si l'on emploie de l'alcool plus faible, une manière colorante jaune reste obstinément attachée à la base.

Le produit en conquinamine et en quinamine, retiré de la masse de quinétum mise en traitement, fut relativement faible. En tout, j'obtins des 9 kilogrammes de matière brute 110 grammes de quinamine, c'est-à-dire 1,2 pour cent, et 22 grammes de conquinamine, c'est-à-dire 0,24 pour cent. Antérieurement, j'avais extrait de 600 grammes de quinétum de Darjeeling environ 20 grammes de quinamine (3,3 pour cent). Il semble résulter de là que la proportion de quinamine dans le quinétum peut varier assez notablement.

Propriétés et composition de la conquinamine.

Ainsi qu'il a déjà été dit plus haut, la conquinamine, dissoute dans de l'alcool plus ou moins concentré, cristallise dans le système triclinique, mais parfois elle affecte des formes qui, au premier abord, semblent appartenir au système tétragonal. Le degré de concentration de l'alcool a une grande influence sur la forme des cristaux qui s'en séparent, soit lors du refroidissement, soit à la suite de l'évaporation spontanée. Mon collègue M. Behrens, qui a bien voulu examiner quelques cristaux diversement conformés, les a déterminés comme suit:

A. *Cristaux incolores, déposés par refroidissement d'une solution dans l'alcool à* 95 *pour cent* (*en poids*).
   - *a.* en apparence, rhomboédriques: $\infty P . o P$.
   - *b.* longues aiguilles: $\infty \breve{P} \infty . \infty P . o P$.

B. *Cristaux jaunes, déposés par refroidissement d'une solution dans l'alcool à* 70 *pour cent.* En apparence, pyramides tétragonales: $\infty P . o P . \infty \breve{P} \infty$.

C. *Cristaux jaunes déposés par refroidissement ou par évaporation lente d'une solution dans l'alcool à* 50—55 *pour cent.* En apparence, combinaisons de la pyramide tétragonale avec le deutéroprisme tétragonal: $\infty P . o P . \infty \breve{P} \infty . {}'P{}'\infty . {}'P \infty$.

La conquinamine se dissout facilement dans l'alcool concentré, l'éther, le benzol et le chloroforme, moins bien dans le sulfure de carbone. Des trois premiers de ces agents dissolvants, ainsi que du sulfure de carbone, elle se sépare, lors du refroidissement d'une solution concentrée chaude, ou lors de l'évaporation spontanée d'une solution saturée à la température ordinaire, sous la forme de cristaux nets; l'évaporation des solutions obtenues avec le chloroforme ne donne que des cristaux confus, en agrégats mamelonnés.

Dans l'alcool faible, l'alcaloïde est beaucoup moins soluble que dans l'alcool concentré; quand de l'esprit de vin à 50 pour cent est saturé à chaud, il abandonne la plus grande partie de la base en se refroidissant, et de même la conquinamine se dépose très vite, sous la forme de longues aiguilles cristallines, lorsqu'à une solution dans l'alcool concentré, saturée à froid, on ajoute environ un égal volume d'eau.

A l'appui de ces assertions, je citerai les chiffres suivants concernant la solubilité de la conquinamine dans l'alcool concentré et l'alcool étendu:

100 p. d'alcool à 91 pour cent dissolvent à 19° C.: 13,5 p. de conquinamine.

100 p. d'alcool à 41 pour cent dissolvent à 18° C.: 0,38 p. de conquinamine.

Dans l'éther, la conquinamine est beaucoup plus soluble que la quinamine. Tandis que 100 parties d'éther ne dissolvent à 15° C. que 2,06 p. de quinamine, il s'y dissout 13,5 p. de conquinamine. La dissolution est surtout facile avec le benzol, dont 100 p. dissolvent 24,4 p. de conquinamine ($t = 18°$). Dans le sulfure de carbone la proportion dissoute est relativement faible, à savoir, de 6,05 p. seulement pour 100 p. de CS_2 à 18° C.

La conquinamine se dissout très peu dans l'eau. Une solution d'un sel de conquinamine, lors même qu'elle ne contient que $\frac{1}{4000}$ de la base, se trouble encore par l'addition de la soude et laisse déposer à la longue des cristaux excessivements fins.

A l'égard du point de fusion de la conquinamine, mes obser-

vations concordent parfaitement avec celles de M. Hesse. Ainsi que lui, j'ai trouvé ce point à 123° C. La masse fondue se prend par le refroidissement en un verre transparent, sans la moindre trace de cristallisation.

Le pouvoir rotatoire spécifique de la conquinamine a été déterminé par moi pour des solutions dans l'alcool, l'éther, le benzol et le chloroforme. Le tableau suivant contient les résultats de ces recherches. Elle se rapportent à la température de 15° C.

Nature du dissolvant.	Nombre de grammes pour 100 C.C. de liquide.	l.	α_D [1]) observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
Alcool absolu	0,8025	mm. 303,8	4°59′	↗ 205°,1
» »	»	»	5 1	
» »	»	»	5 0	
» »	0,8195	»	5 5	↗ 204°,2
» »	»	»	5 5	
» »	»	»	5 5	
» »	»	»	5 5	
» »	1,5310	»	9 29	↗ 203°,5
» »	»	»	9 27	
» »	»	»	9 28	
» »	2,7115	»	16 41	↗ 202°,6
» »	»	»	16 42	
» »	3,1540	»	19 25	↗ 203°,0
» »	»	»	19 29	
» »	»	»	19 26	
» »	»	»	19 28	
» »	4,0180	»	24 55	↗ 204°,1
» »	»	»	24 55	
» »	4,9860	»	30 50	↗ 203°,5
» »	»	»	30 50	
Alcool à 91 pour cent (en poids)	1,7595	»	10 55	↗ 204°,3
»	»	»	10 55	
»	»	»	10 57	
»	»	»	10 55	

[1]) Chacun des chiffres consignés dans la colonne IV, sous la rubrique α_D, est la moyenne d'une série de 4 observations, faites au polaristrobomètre, dans les 4 quarts du cercle.

Nature du dissolvant.	Nombre de grammes pour 100 C.C. de liquide.	l.	α_D observé.	(α_D) calculé.
		mm.		
Alcool à 80 pour cent.	1,8130	303,8	11°19′	↗ 205°,5
"	"	"	11 19	
Ether absolu	0,7655	"	4 29	↗ 192°,7
" "	"	"	4 30	
" "	"	"	4 28	
" "	"	"	4 28	
" "	1,1515	"	6 39	↗ 190°,6
" "	"	"	6 41	
" "	"	"	6 41	
" "	"	"	6 40	
" "	1,5220	"	8 44	↗ 188°,1
" "	"	"	8 41	
" "	"	"	8 42	
" "	1,6155	"	9 16	↗ 189°,0
" "	"	"	9 17	
" "	3,0520	"	17 34	↗ 190°,7
" "	"	"	17 35	
" "	3,0585	"	17 42	↗ 190°,5
" "	"	"	17 43	
" "	4,6465	"	26 51	↗ 190°,3
" "	"	"	26 53	
Chloroforme pur [1])	0,7945	"	4 14	↗ 176°,1
" "	"	"	4 16	
" "	1,5310	"	8 5	↗ 173°,8
" "	"	"	8 5	
" "	3,0500	"	15 50	↗ 171°,2
" "	"	"	15 51	
" "	"	"	15 52	
" "	"	"	15 52	
Benzol pur	0,8955	"	4 57	↗ 180°,1
" "	"	"	4 53	
" "	"	"	4 53	
" "	"	"	4 54	
" "	"	"	4 54	
" "	1,5400	"	8 24	↗ 179°,1
" "	"	"	8 25	
" "	"	"	8 22	
" "	"	"	8 22	

[1]) Chloroforme préparé au moyen du chloral.

Nature du dissolvant.	Nombre de grammes pour 100 C.C. de liquide.	l.	α_D observé.	(α_D) calculé.
Benzol pur	2,1285	mm. 303,8	11°33′	
" "	"	"	11 33	↗ 178°,6
" "	"	"	11 33	
" "	3,0280	"	16 23	
" "	"	"	16 25	↗ 178°,2
" "	"	"	16 24	
" "	"	"	16 23	
" "	3,4770	"	18 50	↗ 178°,2
" "	"	"	18 49	

Il paraît résulter de ces chiffres que le P. R. S. de la conquinamine, en solutions alcoolique et éthérée, décroît d'abord quand la concentration augmente, mais pour se relever ensuite. Avec le chloroforme et le benzol, ce phénomène ne s'observe pas. On voit aussi que le P. R. S. de l'alcaloïde est différent dans chacun des quatre agents de dissolution.

A l'aide d'un tracé graphique, les valeurs les plus probables de $(\alpha)_D$, pour les solutions dans les liquides employés, se déterminent comme il suit :

Alcool absolu.

$\frac{p}{100\,V} = 0,5$ $(\alpha)_D = \nearrow 205°,5$

" $= 1,0$ " $= 204,4$

" $= 1,5$ " $= 203,6$

" $= 2,0$ " $= 203,1$

" $= 2,5$ " $= 202,8$

" $= 3,0$ " $= 202,8$

" $= 3,5$ " $= 203,0$

" $= 4,0$ " $= 203,3$

" $= 4,5$ " $= 203,7$

" $= 5,0$ " $= 204,0$

Ether absolu.

$\frac{p}{100\,V} = 1,0$		$(\alpha)_D = \nearrow$	190°,7
"	= 1,5	" =	188 ,8
"	= 2,0	" =	188 ,7
"	= 2,5	" =	189 ,6
"	= 3,0	" =	190 ,5
"	= 3,5	" =	190 ,7
"	= 4,0	" =	190 ,7
"	= 4,5	" =	190 ,6
"	= 5,0	" =	190 ,5

Chloroforme.

$\frac{p}{100\,V} = 0,5$		$(\alpha_D) = \nearrow$	177°,4
"	= 1,0	" =	175 ,4
"	= 1,5	" =	173 ,9
"	= 2,0	" =	172 ,8
"	= 2,5	" =	171 ,9
"	= 3,0	" =	171 ,3
"	= 3,5	" =	170 ,7

Benzol.

$\frac{p}{100\,V} = 0,5$		$(\alpha_D) = \nearrow$	180°,9
"	= 1,0	" =	179 ,8
"	= 1,5	" =	179 ,2
"	= 2,0	" =	178 ,7
"	= 2,5	" =	178 ,4
"	= 3,0	" =	178 ,2
"	= 3,5	" =	178 ,1

Si les observations faites sur les solutions de la conquinamine dans l'alcool plus ou moins aqueux sont combinées avec celles

relatives aux solutions dans l'alcool absolu, le degré de concentration étant le même, on obtient le résultat suivant:

$$\frac{p}{100\,V} = 1{,}8$$

alcool à 100 pour cent (en poids) $(\alpha)_D$	=	↗ 203°,4
„ „ 90 „ „ „ „ „	=	204 ,3
„ „ 80 „ „ „ „ „	=	205 ,5,

résultat qui montre que l'eau de l'alcool exerce une influence faible, mais néanmoins sensible, sur le P. R. S.

Pour ce qui regarde la composition de la conquinamine, les résultats de mes recherches confirment entièrement la formule donnée par M. Hesse $C_{19}H_{24}N_2O_2$ (*Ber. d. deutschen chem. Gesellschaft*, t. X, p. 2158).

Après qu'une expérience préalable eut appris que l'alcaloïde cristallisé de sa solution alcoolique ne renfermait pas d'eau de cristallisation, je procédai à l'analyse de la combinaison séchée à 100° C. A la partie antérieure du tube fut placé un rouleau de gaze de cuivre, qui, après réduction de l'enduit d'oxyde par l'hydrogène, avait été rougi dans un courant d'azote pur.

1) 0,2424 gr. conquinamine donnèrent 0,6468 gr. CO_2 et 0,1751 gr. H_2O.
2) 0,2422 „ „ „ 0,6490 „ „ „ 0,1755 „ „
3) 0,2527 „ „ „ 0,6766 „ „ „ 0,1804 „ „
4) 0,3012 „ „ „ 25,3 CC. azote (mesuré à l'état humide) à 11° C. et 758,1^{mm} de pression.

On déduit de là:

	1)	2)	3)	4)	$C_{19}H_{24}N_2O_2$
C	72,8	73,1	73,0	—	73,1
H	8,0	8,0	7,9	—	7,7
N	—	—	—	9,3	9,0

Les analyses du bromhydrate et de l'iodhydrate, sels dont les cristaux sont anhydres, fournirent les nombres suivants:

0,5640 gr. de bromhydrate donnèrent 0,2650 gr. Ag Br.

	trouvé.	calculé d'après $C_{19}H_{24}N_2O_2$, BrH.
Br.	20,3	20,4

1) 0,5130 gr. iodhydrate donnèrent 0,2751 gr. Ag I.
2) 0,5640 „ „ „ 0,2998 „ Ag I.

	trouvé. 1)	trouvé. 2)	calculé d'après $C_{19}H_{24}N_2O_2$, IH.
I	28,9	28,7	28,8

Réactions de la conquinamine.

Suivant M. Hesse, les solutions des sels de conquinamine sont affectées par le chlorure aurique tout comme les solutions des sels de quinamine. On obtient d'abord un précipité jaunâtre, au-dessus duquel le liquide prend bientôt une couleur pourpre. L'acide platini-chlorhydrique, au dire de M. Hesse, déterminerait seulement dans les solutions *concentrées* un précipité de chloroplatinate de conquinamine. D'après mes expériences, la conquinamine se comporte à l'égard du réactif en question de la même manière que la quinamine. Dans une solution neutre de chlorhydrate de conquinamine on obtient, par une solution de $PtCl_6H_2$ privée autant que possible d'acide libre, un précipité amorphe jaune, qui, une fois lavé à l'eau, n'est que peu soluble dans ce liquide. L'erreur de M. Hesse provient sans doute de ce qu'il a mêlé $PtCl_6H_2$ à une solution *acide* du sel de conquinamine.

L'isomérie de la conquinamine et de la quinamine, ainsi que la grande analogie de ces deux bases sous le rapport du caractère chimique, m'avaient fait présumer qu'avec un mélange d'acide sulfurique et d'acide nitrique, de même qu'avec le peroxyde de chlore en présence d'un excès d'acide sulfurique, la conquinamine donnerait lieu aux mêmes phénomènes que la quinamine. Je n'ai pas été trompé dans cette attente, car les réactions caractéristiques indiquées précédemment pour la seconde de ces deux bases

(*Arch. néerl.*, t. XIII) sont aussi applicables à l'alcaloïde isomère avec elle. Il m'a semblé seulement que la conquinamine était un peu plus stable, et que, dissoute dans une grande quantité d'acide sulfurique, elle résistait plus longtemps à l'action du peroxyde de chlore, qui la colorait plus lentement en bleu.

Sels de conquinamine.

Le seul sel cristallisable de conquinamine que mentionne M. Hesse est l'iodhydrate. Autant que me le permettait la quantité de matière dont je disposais, j'ai tâché de préparer quelques autres sels de la nouvelle base du quinquina et d'en déterminer les propriétés physiques. En général, les sels de la conquinamine paraissent cristalliser plus facilement et être aussi plus stables que ceux de la quinamine.

Le *sulfate* $2(C_{19}H_{24}N_2O_2), SO_4H_2 + x\,aq$ est très soluble dans l'eau. Je n'ai pas réussi à l'obtenir en cristaux bien distincts. La solution aqueuse, lentement évaporée, se desséchait en une masse amorphe gommeuse, dans laquelle on distinguait çà et là des parties cristallines. Quand on ajoutait un peu d'alcool absolu à la solution aqueuse très concentrée du sel, le mélange se prenait en une masse cristalline radiée, composée d'un tissu de petites aiguilles très déliées. Le dosage de l'eau de cristallisation n'a pas été effectué.

Le *chlorhydrate* $C_{19}H_{24}N_2O_2, HCl + x\,aq$ se dissout aussi très facilement dans l'eau, et se dessèche en une masse gommeuse, où l'on ne découvre aucune trace de cristallisation. Il est aussi très soluble dans l'alcool.

Le *bromhydrate* $C_{19}H_{24}N_2O_2, HBr$ cristallise au contraire très bien, par le refroidissement d'une solution saturée a chaud; ses cristaux sont anhydres, de forme monoclinique, et présentent la combinaison $\infty P . - P . \infty$ ℞ ∞ [1]).

[1]) Je dois à l'obligeance de mon collègue, M. Behrens, les indications que je donne ici sur la forme cristalline des sels de conquinamine.

Les déterminations du pouvoir rotatoire spécifique m'ont donné, pour la température de 16° C et pour des solutions dans l'alcool absolu, les résultats suivants [1]):

Nombre de grammes pour 100 C.C. de la solution.	l.	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
1,1620	mm. 303,8	6°,25′	
	"	6 ,28	↗ 182°,7
	"	6 ,29	
1,9935	"	10 ,58	
	"	10 ,58	↗ 181°,0

A l'aide de ces données, on trouve par le calcul, pour le P. R. S. de l'alcaloïde libre: $(\alpha)_D =$ ↗ 228°,1—230°,0.

L'*iodhydrate* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, HI a été obtenu de sa solution aqueuse sous la forme de lamelles anhydres, ne laissant reconnaître aucune forme cristalline distincte. Il se dissout à 16° C. dans 106 parties d'eau. Dans l'alcool et dans l'eau bouillante il est beaucoup plus soluble.

Pour le pouvoir rotatoire spécifique du sel dissous dans l'alcool absolu, j'ai obtenu, à 16° C., les nombres suivants:

Nombre de grammes pour 100 C.C. de la solution.	l.	α^D observé.	$(\alpha)^D$ calculé.
1,0110	mm. 303,8	4°,53′	
"	"	4 ,55	↗ 162°,8
2,2130	"	10 ,56	
"	"	10 ,58	↗ 162°,9
"	"	15 ,57	

Il en résulte pour le P. R. S. de l'alcaloïde pris sous la forme d'iodhydrate, entre les limites de concentration indiquées, $(\alpha)_D =$ ↗ 229°,5—229°,6.

[1]) Le P. R. S. du sel en solution aqueuse peut se laisser calculer, pour un seul degré de concentration, à l'aide des déterminations ci-dessous communiquées du P. R. S. de l'alcaloïde, tel qu'on le trouve en cas de dissolution dans les acides,

Le *nitrate* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, HNO_3 m'a donné, par cristallisation lente au sein de l'alcool, des cristaux très bien conformés, appartenant au système rhombique et présentant la combinaison oP.P. Tant de l'eau que de l'alcool il se sépare à l'état de cristaux anhydres.

A 15° C. le sel se dissout dans 76,1 parties d'eau. L'alcool et l'eau chaude le dissolvent beaucoup plus facilement. M. H. Köhler a bien voulu effectuer, avec l'appareil qu'il a récemment décrit [1]), une détermination de la solubilité dans l'eau à 100° C. Le résultat a été que 1 partie du sel se dissolvait dans 8,1 parties d'eau.

Le pouvoir rotatoire spécifique du sel en solution alcoolique n'a été déterminé que pour un seul degré de concentration. Voici le résultat:

Nombre de grammes pour 100 C.C. de la solution.	l.	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
1,2685	mm. 303,8	7°,18′	↗ 190°,0
„	„	7 ,18	
„	„	7 ,19	

On en déduit pour le P. R. S. de l'alcaloïde à l'état de nitrate la valeur: $(\alpha)_D$ — ↗ 228°,6.

Le *chlorate* $C_{19}H_{24}N_2O_2$, $HClO_3$ cristallise dans l'eau et dans l'alcool sous la forme d'aiguilles monoclines, qui sont anhydres. Quelques individus cristallins laissaient distinguer la combinaison ∞ P . P ∞ . Le sel se dissout dans 104 parties d'eau à 16° C., plus facilement dans l'eau bouillante. Dans l'alcool absolu froid il n'est pas non plus très soluble; du moins il a été impossible de déterminer le P. R. S. d'une solution qui ne renfermait que 0gr,4 de sel sur 20 C.C. d'alcool absolu, parce qu'une grande partie du sel s'en séparait à l'état cristallin lors du refroidissement.

La mesure du pouvoir rotatoire spécifique, opérée sur une solution peu concentrée dans l'alcool absolu, a fourni le résultat suivant ($t = 16°$ C):

[1]) Fresenius, *Zeitschrift für analytische Chemie*, t. XVIII, p. 239.

Nombre de grammes pour 100 C.C. de la solution.	l.	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
0,9150	mm. 303,8	5°,6′	
»	»	5 ,8	↗ 184°,0
	»		

d'où l'on déduit, pour le P. R. S. de l'alcaloïde lui-même, la valeur $(\alpha)_D$ = ↗ 234°,0.

Le *perchlorate* $C_{19}H_{24}N_2O_2, HClO_4$ cristallise d'une solution aqueuse chaude sous la forme de longues aiguilles anhydres. Par l'évaporation lente d'une solution alcoolique j'ai obtenu des cristaux plus réguliers, courts et épais, qui étaient également anhydres, appartenaient au système monoclinique, et dont la forme se rapportait soit à la combinaison ∞ P . ∞ ℞ ∞ .P . oP, soit à ∞ P . ∞ ℞ ∞ . ± P ∞ . oP.

Le sel se dissout dans 396 parties d'eau à 16° C. Il est peu soluble dans l'eau bouillante et dans l'alcool bouillant.

La détermination du P. R. S., tel que le montre une solution dans l'alcool absolu, a conduit aux chiffres suivants (t = 16° C.):

Nombre de grammes pour 100 C.C. de la solution.	l.	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
0,7100	mm. 303,8	3°,46′	
»	»	3 ,48	↗ 175°,4
»	»	3 ,48 [5]	
»	»	3 ,45 [5]	
1,4755	»	7 ,48	
»	»	7 ,50	↗ 175°,0
»	»	7 ,49	

Le calcul donne ensuite, pour l'alcaloïde libre, sous la forme de perchlorate, $(\alpha)_D$ = ↗ 231°,4—231°,8.

Le *chloroplatinate* $2(C_{19}H_{24}N_2O_2, HCl), PtCl_4 + 3H_2O$, obtenu par l'addition d'une solution d'acide platini-chlorhydrique à une solution de chlorhydrate neutre de conquinamine, se

présente sous la forme d'un précipité amorphe jaune orangé, qui, après avoir été lavé à l'eau, est peu soluble dans ce liquide, quoiqu'il le soit pourtant, à ce qu'il me semble, un peu plus que le sel quinaminique correspondant.

La combinaison séchée à l'air est passablement stable et peut impunément être chauffée à 115° C. Au contact de l'eau, par contre, elle se décompose peu à peu, en prenant, tout comme le chloroplatinate de quinamine, une couleur rose. Un papier imbibé d'une solution faible du sel devient bleu en séchant.

La formule ci-dessus donnée s'appuie sur les résultats des analyses suivantes:

1° 0gr,3875 de sel séché à l'air ont perdu à 115° C. 0gr,0174 d'eau.

trouvé.	calculé (3 H_2O).
4,5	5,0

2° 0gr,1647 de sel séché à 115° C. ont donné 0gr,0315 Pt [1]).
3° 0gr,1848 „ „ „ „ „ „ „ „ 0gr,1500 Ag Cl.
4° 0gr,4447 „ „ „ „ „ „ „ „ 0gr,7164 CO_2
et 0gr,2175 H_2O.

	trouvé.			calculé.
	2)	3)	4)	2 ($C_{19}H_{24}N_2O_2$, H Cl) Cl_4 [2])
C	—	—	44,0	44,0
H	—	—	5,4	4,8
Cl	—	20,1	—	20,5
Pt	19,1	—	—	19,1

[1]) Dans la préparation des chloroplatines de quinamine et de conquinamine, il faut avoir bien soin que la solution platinique ne renferme pas de chlorure platineux ($PtCl_2$), parce qu'autrement le sel obtenu est impur et fournit une proportion trop forte de platine. Un produit que j'avais préparé avec un pareil acide platini-chlorhydrique impur était de couleur brunâtre et donnait à l'analyse, après dessiccation à 105° C., 22,3 °/₀ de platine au lieu de 19,1, de sorte que j'avais d'abord cru que sa composition pouvait être analogue à celle d'un chloroplatinate de cinchonicine, 3 ($C_{20}H_{24}N_2O$, H Cl) 2 Pt Cl_4, dont il est fait mention par M. Hesse. Mais, en employant de l'acide platini-chlorhydrique bien purifié, j'ai plus tard obtenu les résultats ci-dessus communiqués. Depuis lors, l'idée m'est venue que le sel de cinchonicine en question n'était peut-être pas une combinaison pure, et que la matière mentionnée par M. Hesse avait fourni un chiffre trop élevé pour le platine, à cause de l'emploi d'un réactif contenant Pt Cl_2.

[2]) Je m'aperçois seulement aujourd'hui que dans mes „Recherches sur la qui-

Le *formiate* $C_{19} H_{24} N_2 O_2, CH_2 O_2$ se dépose de ses dissolutions aqueuses ou alcooliques sous la forme de cristaux monoclines anhydres, montrant la combinaison $\infty P, \infty \breve{\mathfrak{P}} . P$.

Pour déterminer la composition du sel, j'en ai précipité un certain poids par la soude caustique, puis l'alcaloïde mis en liberté a été lavé, séché et pesé. J'ai trouvé ainsi 87,0 °/₀ d'alcaloïde; la formule du sel anhydre exige une teneur de 87,1 °/₀.

A 100° C. le sel éprouve une légère perte de poids, due au dégagement d'un peu d'acide formique. Il est plus stable à cette température que l'acétate.

Le formiate de conquinamine se dissout à 15° C. dans 10,77 parties d'eau. Dans l'eau chaude et dans l'alcool il s'en dissout une proportion beaucoup plus forte.

Examiné quant à son pouvoir rotatoire spécifique, le sel a donné, en solution dans l'alcool absolu et à une température de 16° C., les résultats suivants:

Nombre de grammes pour 100 C.C. de la solution.	l.	α_D observé.	(α_D) calculé.
0,8840	mm. 303,8	5°,15′5	↗ 195°,8
"	"	5 ,15 5	
1,7850	"	10 ,28	↗ 193°,0
"	"	10 ,28	

d'où se déduit, pour le P. R. S. de l'alcaloïde libre, $(\alpha)_D =$ ↗ 222°,6—224°,7.

L'*acétate* $C_{19} H_{24} N_2 O_2, C_2 H_4 O_2$ cristallise, par l'évaporation lente de sa solution aqueuse, en beaux et gros cristaux anhydres, qui appartiennent au système tétragonal et présentent la combinaison $\infty P . P$. Il demande pour se dissoudre 10,11 parties d'eau à 13°,5 C., mais il est beaucoup plus soluble dans l'alcool et dans l'eau bouillante.

L'état anhydre du sel est mis en évidence par la proportion

namine" j'ai donné à tort le chiffre 43,0 °/₀ pour la proportion du carbone. Le chiffre exact est 44,0.

d'alcaloïde qu'il renferme. Celle-ci s'élevait, d'après un dosage effectué comme il a été dit à propos du formiate, à 82,8 pour cent, tandis que la formule du sel anhydre exige 83,0 pour cent.

A 100° C. le sel perd successivement de son poids par le dégagement d'acide acétique.

La détermination du pouvoir rotatoire spécifique du sel, en solution dans l'alcool absolu et à 16° C., a donné:

Nombre de grammes pour 100 C.C. de la solution.	*l.*	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
0,9210	mm. 303,8	5°,4′	
»	»	5 ,5	↗ 181°,0
»	»	5 ,4	
1,8395	»	9 ,59′	
»	»	10 , 1	↗ 179°,0
»	»	10 , 1	

De ces nombres on déduit $(\alpha)_D$ = ↗ 213°,5—215°,8 pour le P. R. S. de l'alcaloïde libre, entre les limites de concentration indiquées.

L'*oxalate* $(C_{19}H_{24}N_2O_2)_2$, $C_2H_2O_4 + 3H_2O$ se sépare, lors du refroidissement d'une solution saturée à chaud, à l'état de cristaux rhombiques, offrant les combinaisons P.oP; $\infty \bar{P} \infty$, $\infty \breve{P} \infty$, 0P et P.$\breve{P} \infty$.$\bar{P} \infty$. 0P.

Il se dissout dans 82,33 parties d'eau à 17° C., mais beaucoup plus facilement dans l'eau chaude et dans l'alcool.

La composition du sel a été établie par le dosage de la base. J'ai obtenu pour la teneur en conquinamine 81,0 pour cent. La formule correspond à 81,2 pour cent.

Le sel n'éprouve aucun changement quand on le chauffe à 100° C., mais à environ 115° C. il fond, perd 9,7 pour cent de son poids et prend une couleur un peu foncée. En dissolvant alors le sel dans un acide étendu et précipitant la base par la soude caustique, on trouve que cette base n'est plus de la conquinamine, mais un corps qui en est dérivé sous l'influence de

l'acide oxalique, et qui, autant que j'ai pu m'en assurer, est identique avec l'*apoquinamine* découverte par M. Hesse. Cette base, en effet, ne cristallise pas quand on évapore sa solution alcoolique, mais se sépare du dissolvant à l'état amorphe. Le chlorhydrate se dissout facilement dans l'eau et est amorphe; lorsqu'à la solution aqueuse du sel on ajoute de l'acide chlorhydrique concentré et de l'acide nitrique, il se forme des précipités amorphes, oléagineux.

Si l'identité de cette base avec l'apoquinamine se confirme, la transformation qui lui donne naissance a certainement de quoi nous étonner, car, de même que par l'action de l'acide sulfurique sur la quinamine, dans des conditions analogues, on se serait plutôt attendu à voir se former de la quinamicine.

La perte de poids que l'oxalate subit à environ 115° C correspond au dégagement de 3 molécules d'eau de cristallisation et d'une molécule H_2O qui est éliminée dans la transformation de la conquinamine on apoquinamine (le calcul donne 9,2 pour cent). Quand on continue à chauffer, la masse devient de plus en plus foncée et la perte de poids augmente graduellement.

Le pouvoir rotatoire spécifique, déterminé sur l'oxalate cristallisé, dissous dans l'alcool absolu, a été trouvé, à 16° C., comme il suit:

Nombre de grammes pour 100 C.C. de la solution.	*l.*	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
	mm.		
1,0315	303,8	5°,6'5	
"	"	5 ,6 5	↗ 163°,0
"	"	5 ,7	
1,5250	"	7 ,31'5	
"	"	7 ,33	↗ 162°,6
"	"	7 ,32	

Le calcul, appliqué à ces chiffres, donne pour le P. R. S. de l'alcaloïde, sous la forme d'oxalate, $(\alpha)_D =$ ↗ 200°,6.

Le *tartrate* $(C_{19}H_{24}N_2O_2)_2$, $C_4H_6O_6 + x H_2O$ est très

soluble dans l'eau froide et se dessèche, sous l'exsiccateur, en une masse amorphe et transparente.

Pouvoir rotatoire spécifique de la conquinamine dissoute dans un excès d'acide.

De même que dans mes recherches antérieures sur les autres alcaloïdes du quinquina, j'ai dissous, pour l'étude de l'influence que les acides en excès exercent sur le P. R. S. de la conquinamine, environ 1 molécule de l'alcaloïde (exprimée en milligrammes) dans la quantité voulue d'acide titré, puis j'ai amené le liquide au volume de 20 C.C. Avec les acides nitrique, chlorique et perchlorique ces expériences n'ont pas pu être faites, attendu que le nitrate, le chlorate et le perchlorate de conquinamine sont trop peu solubles dans l'eau. Bien que l'oxalate aussi se dissolve difficilement dans l'eau à la température ordinaire, il a pourtant été possible, après l'application d'une douce chaleur, de maintenir 1 molécule de conquinamine temporairement dissoute dans une quantité d'eau, aiguisée d'acide, qui strictement et à la longue serait insuffisante pour cet objet.

Les résultats de cette étude, qui a toujours eu lieu à 16° C., sont consignés dans les tableaux suivants:

Acide chlorhydrique.

Poids de conquinamine sur 20 c.c. de solution.	Nombre de molécules Cl H sur 1 mol. d'alcaloïde.	l.	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
0,3091 gr.	1	mm. 303,8	10°,38′	↗ 226°,2
» »	»	»	10 ,38	
0,3096 »	2	»	10 ,40	
» »	»	»	10 ,39	↗ 226°,8
» »	»	»	10 ,41	
0,3092 »	4	»	10 ,43	
» »	»	»	10 ,42	↗ 227°,8
» »	»	»	10 ,42	
0,3075 »	8	»	10 ,36	↗ 226°,9
» »	»	»	10 ,36	
0,3113 »	20	»	10 ,41	↗ 225°,8
» »	»	»	10 ,41	

Acide bromhydrique.

Poids de conquinamine sur 20 c.c. de solution.	Nombre de molécules BrH sur 1 mol. d'alcaloïde.	l.	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
0,3099 gr.	1	mm. 303,8	10°,45′	
" "	"	"	10 ,45	↗ 228°,3
0,3068 "	2	"	10 ,39	
" "	"	"	10 ,39	↗ 228°,4
" "	"	"	10 ,37	
0,3073 "	4	"	10 ,37	
" "	"	"	10 ,37	↗ 227°,8
" "	"	"	10 ,37	

Acide formique.

Poids de conquinamine sur 20 c.c. de solution.	Nombre de molécules CH_2O_2 sur 1 mol. d'alcaloïde.	l.	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
0,3055 gr.	1	mm. 303,8	10°,30′	
" "	"	"	10 ,31	↗ 226°,3
" "	"	"	10 ,29	
0,3120 "	2	"	10 ,48	
" "	"	"	10 ,48	↗ 227°,8
" "	"	"	10 ,49	
" "	"	"	10 ,48	
0,3113 "	4	"	10 ,45	
" "	"	"	10 ,44	↗ 227°,2
" "	"	"	10 ,46	
0,3116 "	10	"	10 ,46	
" "	"	"	10 ,44	↗ 227°,1
" "	"	"	10 ,45	
0,3091 "	20	"	10 ,39	
" "	"	"	10 ,40	↗ 226°,8
" "	"	"	10 ,38	

Acide acétique.

Poids de conquinamine sur 20 c.c. de solution.	Nombre de molécules $C_2H_4O_2$ sur 1 mol. d'alcaloïde.	*l.*	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
		mm.		
0,3029 gr.	1	303,8	10°,29′	
» »	»	»	10 ,30	↗ 228°,2
» »	»	»	10 ,30	
» »	»	»	10 ,31	
0,3127 »	2	»	10 ,51	
» »	»	»	10 ,51	↗ 228°,4
» »	»	»	10 ,50	
0,3090 »	4	»	10 ,45	↗ 229°,0
» »	»	»	10 ,45	
0,3121 »	10	»	10 ,52	
» »	»	»	10 ,50	↗ 228°,8
» »	»	»	10 ,51	
0,3074 »	20	»	10 ,41	
» »	»	»	10 ,40	↗ 228°,4
» »	»	»	10 ,40	

Acide sulfurique.

Poids de conquinamine sur 20 c.c. de solution.	Nombre de molécules SO_4H_2 sur 1 mol. d'alcaloïde.	*l.*	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
		mm.		
0,3066 gr.	½	303,8	10°,37′	
» »	»	»	10 ,39	↗ 228°,5
» »	»	»	10 ,39	
0,3074 »	1	»	10 ,42	
» »	»	»	10 ,42	↗ 229°,1
» »	»	»	10 ,42	
0,3082 »	2	»	10 ,44	↗ 229°,2
» »	»	»	10 ,44	
0,3087 »	4	»	10 ,42	
» »	»	»	10 ,40	↗ 227°,9
» »	»	»	10 ,42	
0,3093 »	10	»	10 ,40	
» »	»	»	10 ,41	↗ 227°,2
» »	»	»	10 ,41	

Acide oxalique.

Poids de conquinamine sur 20 c.c. de solution.	Nombre de molécules $C_2H_2O_4$ sur 1 mol. d'alcaloïde.	l.	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
0,3085 gr.	½	mm. 303,8	10°,39′	
" "	"	"	10 ,41	↗ 227°,5
" "	"	"	10 ,38	
0,3079 "	1	"	10 ,40	
" "	"	"	10 ,40	↗ 228°,0
" "	"	"	10 ,40	
0,3089 "	2	"	10 ,41	
" "	"	"	10 ,43	↗ 228°,0
" "	"	"	10 ,41	
0,3113 "	4	"	10 ,46	↗ 227°,5
" "	"	"	10 ,45	
0,3086 "	9	"	10 ,39	
" "	"	"	10 ,39	↗ 227°,2
" "	"	"	10 ,39	

Acide phosphorique.

Poids de conquinamine sur 20 c.c. de solution.	Nombre de molécules PO_4H_3 sur 1 mol. d'alcaloïde.	l.	α_D observé.	$(\alpha)_D$ calculé.
0,3098 gr.	1 [1])	mm. 303,8	10°,41′	↗ 227°,0
" "	"	"	10 ,41	
0,3057 "	3	"	10 ,38	↗ 228°,9
" "	"	"	10 ,38	
0,3091 "	5	"	10 ,41	
" "	"	"	10 ,43	↗ 227°,9
" "	"	"	10 ,42	
0,3124 "	8	"	10 ,49	
" "	"	"	10 ,52	↗ 227°,9
	"	"	10 ,45	

Avec ⅓ et ⅔ de molécule d'acide phosphorique on ne put obtenir la dissolution de l'alcaloïde, même en chauffant légèrement.

Considérations sur la relation entre le caractère chimique et le pouvoir rotatoire spécifique.

Dans mes „Recherches sur la quinamine" j'ai attiré l'attention sur le fait que le P. R. S. de cet alcaloïde était, à conditions du reste égales, à peu près le même pour des dissolutions dans des acides étendus très différents, et que, en ajoutant la quantité d'acide strictement nécessaire pour dissoudre l'alcaloïde (1 moléc. d'un acide monobasique ou ½ moléc. d'un acide bibasique sur 1 moléc. de quinamine) on obtenait d'emblée pour le P. R. S. un chiffre qui s'écartait peu de la valeur à laquelle conduisait un grand excès du même acide.

Cette remarquable différence quant à l'influence des acides sur le P. R. S., entre la quinamine et les quatre alcaloïdes mieux connus du quinquina, j'avais essayé de l'expliquer par la circonstance que la quinamine, d'après les résultats de l'analyse du chloroplatinate, était une base mono-acide. En voyant l'alcaloïde saturé par des acides divers prendre le même P. R. S., quel que fût l'acide employé pour la formation du sel neutre, en constatant qu'une nouvelle addition d'acide ne déterminait pas d'accroissement notable du P. R. S., et que la quinine, la quinidine, la cinchonidine et la cinchonine, bases bi-acides, se comportaient tout autrement, surtout à l'égard des acides organiques, j'avais cru pouvoir admettre que la cause de la variabilité beaucoup moindre du P. R. S. de la quinamine devait résider dans le caractère mono-acide de cette base.

Les recherches dont j'ai rendu compte ci-dessus, relatives à l'influence des acides sur le P. R. S. de la conquinamine, ont été entreprises spécialement avec l'intention de contrôler l'hypothèse en question. J'avais des raisons pour présumer que la conquinamine, isomère avec la quinamine et se rapprochant d'elle par beaucoup de ses caractères, serait également mono-acide; et les résultats de l'analyse du chloroplatinate montrent que cette présomption était fondée.

Or les phénomènes qu'avait offerts la quinamine, par rapport à la modification du P. R. S. sous l'influence des acides, se retrouvent chez la base isomère, ainsi qu'il résulte clairement de tableau suivant:

P. R. S. de la conquinamine sous l'influence des acides.

Nom de l'acide.	$(\alpha)_D$ en cas de formation d'un seul neutre.	$(\alpha)_D$ comme maximum en cas d'addition d'un excès d'acide.
Acide chlorhydrique	↗ 226°,2	↗ 227°,8
„ bromhydrique	228 ,8	228 ,8
„ formique	226 ,3	227 ,8
„ acétique	228 ,2	229 ,0
„ sulfurique	228 ,5	229 ,2
„ oxalique	227 ,5	228 ,0
„ phosphorique	—	228 ,9

On voit que la conquinamine aussi conserve à peu près le même P. R. S. sous l'influence d'acides très différents et atteint presque le maximum quand elle se trouve unie à la quantité d'acide requise pour former un sel neutre.

Par là, l'hypothèse antérieurement émise gagne beaucoup en probabilité. Néanmoins, elle demande encore à être confirmée par l'étude du P. R. S. de quelques autres bases mono-acides, telles que la strychnine, la brucine, la morphine etc.

Il est à remarquer que les solutions des sels neutres de conquinamine dans l'alcool absolu ont donné pour le P. R. S. des résultats qui, rapportés à l'alcaloïde anhydre, offrent entre eux des discordances assez fortes. J'ai trouvé en effet pour le P. R. S. de la conquinamine, à degré égal de concentration:

par le bromhydrate . . . . $(\alpha)_D$ =	↗ 230°,1
„ l'iodhydrate	229 ,6
„ le nitrate	228 ,6
„ „ chlorate	234 ,0
„ „ perchlorate	231 ,8
„ „ formiate	224 ,7
„ l'acétate	215 ,8
„ l'oxalate	200 ,6

On voit que les valeurs du P. R. S. de la conquinamine, calculées à l'aide du P. R. S. des cinq premiers sels, s'accordent passablement entre elles, mais sont notablement plus élevées que les valeurs déduites du P. R. S. des trois derniers sels.

Je hasarderai aussi une explication de ce fait, sans prétendre le moins du monde qu'elle soit la bonne, et simplement pour avoir un fil conducteur dans de nouvelles recherches.

On sait que beaucoup d'acides organiques ne sont retenus qu'assez faiblement par les alcaloïdes; nombre de formiates et d'acétates éprouvent une décomposition partielle, avec perte d'acide, quand on les chauffe en dissolution ou à l'état sec. Nous avons vu, ci-dessus, que le formiate et l'acétate de conquinamine possèdent aussi cette propriété.

Or, il ne me semble pas improbable que de pareils sels subissent la même décomposition partielle quand ils sont dissous dans l'alcool, et dans ce cas le P. R. S. du sel doit paraître plus faible qu'il ne l'est en réalité, attendu que le P. R. S. de l'alcaloïde libre, dans l'alcool absolu, ne s'élève qu'a environ 204°.

Si ce raisonnement était valable, l'oxalate devrait se décomposer complètement; en partant du P. R. S. de l'oxalate, le calcul donne pour celui de l'alcaloïde une valeur un peu plus faible que 204°, mais cela s'explique peut-être par l'influence de l'acide oxalique devenu libre par la décomposition.

Dans mes recherches sur la quinamine, la détermination du P. R. S. des sels en solution alcoolique n'avait été exécutée que pour trois de ces combinaisons, le nitrate, l'iodhydrate et le perchlorate, et les valeurs qui s'en déduisaient pour le P. R. S. de la quinamine avaient été trouvées à peu près égales Là nous avions de nouveau affaire aux sels de trois acides inorganiques, qui sont connus comme des acides *forts* et paraissent fixer les alcaloïdes beaucoup plus solidement que ne le font des acides tels que l'acide acétique et l'acide formique.

LE PHÉNOMÈNE DE L'ÉCLAIR

DANS LES ESSAIS D'OR, ET L'INFLUENCE EXERCÉE SUR CE PHÉNOMÈNE PAR LES MÉTAUX DU GROUPE DU PLATINE,

PAR

A. D. VAN RIEMSDIJK,

Inspecteur Essayeur-Général à la Monnaie Royale des Pays-Bas.

Quand on soumet à la coupellation 500 milligrammes d'or pur avec 1 à 2 grammes de plomb, ou 500 milligrammes d'or pur + 50 milligrammes de cuivre avec 4½ à 5 grammes de plomb, à une température excédant le point de fusion de l'or, et qu'après l'opération on retire du moufle le métal encore liquide, il s'écoule un temps relativement considérable, 30 à 40 secondes, avant que le bouton ne soit figé. L'or coupellé, incandescent au moment de quitter le moufle, se refroidit presqu'au-dessous de la chaleur rouge sans changer d'état. Tout à coup, le bouton lance une vive lumière d'un vert clair éclatant (éclair), qui diminue sensiblement pendant que le métal se refroidit de nouveau, pour cesser entièrement après qu'il s'est solidifié.

L'éclair se produit également, sans exception et d'une manière très-distincte, quand on passe à la coupellation 250 Au + 25 Cu (le cuivre est essentiel) + 625 Ag avec 3 à 3½ grammes de plomb, la composition ordinaire de nos témoins d'essai au ¼ de gramme pour le titre de 0,900, — ou le double quand il s'agit d'essais au ½ gramme.

Pour obtenir de bons résultats il faut opérer dans les conditions suivantes :

1°. Que la coupellation se fasse au moins à la température de fusion de l'argent.

2°. Que l'alliage d'or et d'argent soit à l'état liquide au moment où l'on retire la coupelle du moufle.

3°. Que le métal fondu présente une surface polie et tranquille, et qu'il ne soit agité d'aucun mouvement interne ou superficiel.

4°. Que dans le transport de la coupelle en dehors du moufle on évite avec soin d'imprimer à la masse liquide le moindre choc ou mouvement brusque.

5°. Que le refroidissement se fasse d'une manière régulière et continue.

Quand ces conditions sont remplies, le métal, chauffé au-dessus de son point de fusion et lumineux au moment où on l'a sorti du moufle, se refroidit sensiblement au-dessous de cette température sans abandonner l'état liquide. Il descend au-dessous de la chaleur rouge, devient obscur et fait soudainement l'éclair. Ce développement de chaleur intense échauffe le métal jusqu'à son vrai point de fusion (cerise-clair). C'est alors seulement qu'il commence à se solidifier, en perdant peu à peu sa chaleur latente de fusion.

L'éclair s'explique parfaitement, je crois, par la *surfusion* à laquelle l'or et son alliage avec le cuivre ou avec l'argent cuivreux sont exposés, quand ils ont subi la coupellation à haute température avec du plomb en excès.

Il existe une température limite que le métal encore fluide, en se refroidissant, ne peut dépasser sans dégager soudainement toute sa chaleur latente de fusion, qui réchauffe le bouton refroidi jusqu'à sa vraie température de fusion, située, pour l'or et son alliage avec l'argent, au-dessus de 1000° C. Or, c'est un fait avéré que les corps solides ou fluides, portés à ce haut degré de chaleur, émettent une lumière propre et intense, signalée, dans les expériences qui nous occupent, par l'éclair qui précède p. e. la solidification de l'or coupellé.

On le sait, le phénomène de la surfusion a été observé pour la première fois par Fahrenheit (1724) chez l'eau, qu'il a pu refroidir jusqu'à 9°,4 C. sans qu'elle se congelât. Blagden, Gay-Lussac,

Despretz, Dufour, Berger, Mohr, Gernez et d'autres savants ont confirmé ce fait remarquable [1]), qui a été constaté également pour d'autres corps, tels que le soufre, le phosphore, la naphtaline, les acides acétique, sulfurique et phénique, etc. Jusqu'ici les métaux ne paraissent pas avoir été l'objet d'une étude spéciale au point de vue de la surfusion.

Chez Faraday, dans son mémoire „*On regelation*", sept. 1858 [2]), je trouve les mots suivants: „Acetic acid, sulphur, phosphorus, *many metals*, many solutions may be cooled *below* the congealing temperature prior to the solidification of the first portions", tandis que dans les traités de Physique de Daguin [3]) et de Jamin [4]) l'étain seul est mentionné comme pouvant persister à l'état liquide jusqu'à 225½° C., quoique son vrai point de fusion se trouve à 228°.

Les recherches classiques de M. D. Gernez [5]) sont du plus grand intérêt pour la question qui nous occupe. Je cite le passage suivant de M. Gernez: „Nous trouvons que certaines solutions sursaturées et tous les *liquides surfondus* peuvent être amenés à cristalliser par un frottement plus ou moins énergique de deux corps solides au sein du liquide; mais à part cette action mécanique, qui n'a aucun effet sur la plupart des solutions sursaturées, la seule cause qui provoque la solidification dans des limites déterminées de température, c'est le contact d'un corps, non pas quelconque, mais rigoureusement isomorphe ou identique avec la matière fondue ou dissoute."

En effet, si au moment où le bouton d'or coupellé, sorti du moufle et toujours à l'état liquide, s'est refroidi au-dessous de son point normal de solidification, mais n'a pas encore atteint la température limite que le métal surfondu ne peut

---

[1]) Voyez aussi l'article très-intéressant de M. J. Jamin, dans la *Revue des deux Mondes* du 15 Février 1879, intitulé: „Le verglas du 23 Janvier".

[2]) *Experimental researches in chemistry and Physics*, p. 379.

[3]) I, p. 892 (1855).

[4]) I, p. 105 (1859).

[5]) *Comptes rendus* LXIII, p. 217 (1866); *Revue des cours scientifiques*, IV, p. 224 (1866/7).

dépasser sans changer d'état, on touche la masse liquide légèrement avec l'extrémité d'un fil mince d'or pur, l'éclair se produit instantanément, et le métal se fige ensuite selon les lois ordinaires de la solidification.

Cette explication du phénomène de l'éclair me paraît plus conforme aux faits observés que l'interprétation de M. Levol dans son mémoire de 1845 [1]), qui contient cependant beaucoup de faits intéressant hautement l'art de l'Essayeur.

J'ai étudié également l'influence d'un certain nombre de métaux sur la surfusion de l'or coupellé avec du plomb en excès. Il n'est pas inutile de faire observer que l'or pur mis en fusion dans la coupelle *sans addition de plomb* n'est pas sujet à la surfusion; il se solidifie peu à peu sans produire l'éclair, dès qu'il a atteint par le refroidissement son vrai point de congélation.

Les métaux que j'ai ajoutés à l'or pur sont les suivants:

magnésium	étain	iridium
aluminium	antimoine	rhodium
zinc	arsenic	ruthénium
cadmium	cuivre	osmium
fer	argent	osmium-iridium [2]).
nickel	palladium	
bismuth	platine	

De ces divers métaux, jusqu'au platine inclusivement, l'addition de quelques millièmes ne nuit aucunement à la production de l'éclair sur l'or coupellé ou sur un essai ordinaire, composé d'or, d'argent et de cuivre, au titre de 0,900. Mais quand l'or et son alliage avec le cuivre ou avec l'argent cuivreux contiennent une proportion plus ou moins forte de Ir, Rh, Ru, Os ou osmium-iridium, — les membres non malléables et réfractaires aux acides comme à la chaleur, du groupe du platine, — ce mélange abolit entièrement la tendance du métal, passé à la coupelle, à garder l'état liquide au-dessous de son point de fusion et à faire l'éclair avant de se solidifier définitivement.

Voici le résultat succinct d'un grand nombre d'expériences.

---

[1]) *Ann. chim. et phys.* (3) XV, p. 55.

[2]) Les célèbres fabricants de Londres MM. Johnson, Matthey et Cie m'ont procuré des échantillons d'une grande pureté des métaux du groupe du platine.

De la coupellation, avec un excès de plomb, de Au + Mg (onze mill.) résulte un bouton liquide qui est encroûté d'un mélange d'oxydes de Pb et de Mg. Nonobstant cette couche anormale, le métal subit un retard de solidification et fait l'éclair d'une manière très distincte.

Avec Al, Zn, Cd, Fe, Ni, Sn, Sb et As, ajoutés à de l'or pur en quantités n'excédant pas 12½ mill., l'éclair apparaît sans exception; les boutons d'or coupellé dans ces conditions présentent l'aspect ordinaire, surface jaune et brillante.

Selon les expériences de Dufay, exécutées en 1727 et confirmées plus tard par Chaudet [1]), le *bismuth* peut remplacer le plomb dans la coupellation. De l'or pur passé à la coupelle avec un excès de bismuth produit l'éclair avec une grande intensité.

Le *cuivre* favorise la surfusion de l'or. Quand on soumet à la coupellation avec 5 à 6 grammes de plomb 500 mgr. Au + 50 mgr. Cu, le bouton reste liquide pendant 40 à 50 secondes avant de faire l'éclair, tandis que l'or passé à la coupelle sans addition de cuivre se fige déjà 30 à 35 secondes après le moment où les coupelles sont sorties du moufle.

L'*argent* nuit au phénomène de l'éclair dès que son alliage avec l'or contient 375 millièmes ou au-delà d'argent. Je m'explique ce fait par la propriété connue de l'argent pur d'absorber à l'état liquide du gaz oxygène qu'il abandonne avant de se solidifier (rochage [2]), ce qui détruit le repos intérieur exigé dans une masse fondue pour qu'elle se maintienne à l'état de surfusion. Cet obstacle que l'argent met au phénomène de l'éclair peut être levé par l'addition, à son alliage avec l'or, d'une certaine quantité de cuivre. Quand on soumet à la coupellation avec 3 grammes de plomb 250^{mgr} Au + 25 Cu + 625 Ag [3]), et que la coupelle est enlevée du moufle au moment où le bouton bien découvert apparaît avec un vif éclat, l'alliage coupellé présente une persistance anormale de l'état liquide, lequel se maintient

[1]) *Ann. chim. et phys.* VIII, p. 113 (1818).

[2]) Voyez M. Dumas: Sur la présence de l'oxygène dans l'argent métallique, *Compt. rend.*, LXXXVI, p. 65 (1878); *Ann. chim. et phys.* (5) XIV, p. 289.

[3]) L'essai au ¼ de gramme de 0,900, composé de métaux purs, ou le double, c.-à-d. l'essai au ½ gramme.

jusqu'à une température limite beaucoup inférieure au point de fusion normal du dit alliage. Un éclair soudain met fin à cet état de surfusion et le bouton se fige en présentant une surface unie d'un blanc mat, avec une légère dépression au sommet. En provoquant, avant que cette température limite ne soit atteinte, un contact quelconque pendant un seul instant avec une parcelle d'argent solide, l'état de surfusion cesse tout-à-coup; l'éclair se fait et, aussitôt après, le bouton se solidifie.

Le *palladium* et le *platine*, les seuls membres du groupe du platine qui soient malléables, ductiles et solubles dans l'eau régale, n'empêchent aucunement la surfusion et l'éclair chez l'or passé à la coupelle.

J'ai pu ajouter jusqu'à 12½ mill. de Pd, et même jusqu'à 22 mill. de Pt, à de l'or pur ou cuivreux et à son alliage avec l'argent cuivreux, sans que le phénomène de l'éclair cessât de se montrer avec une grande intensité.

Mais le cas est bien différent quand il s'agit d'une immixtion des autres métaux du même groupe. Il suffit d'une addition minime d'un ou de plusieurs de ces métaux, pour que la coupellation avec du plomb en excès produise un métal qui, sorti du moufle à l'état liquide, se solidifie presqu'aussitôt de la manière ordinaire, sans faire l'éclair; toute surfusion a été empêchée.

Avec de l'or cuivreux ou avec un essai ordinaire à 0,900, additionnés de quelques traces d'iridium, de rhodium, de ruthénium, d'osmium ou d'osmium-iridium [1]), on obtient les mêmes résultats: solidification accélérée et normale, absence de l'éclair et production (dans l'essai ordinaire) d'un bouton solide à surface brillante, mais inégale et rugueuse. Les quantités que j'ai mises en expérience ont varié dans les limites suivantes:

Ir.	de	0,33	à	25½	millièmes.
Rh.	„	0,16	„	12	„
Ru.	„	0,27	„	12¾	„
Os.	„	0,42	„	12	„
Os.-Ir.	„	0,5	„	4½	„

[1]) Un alliage naturel complexe, qui contient toujours de petites quantités de rhodium et de ruthénium (Deville et Wolcott Gibbs) et qui accompagne souvent les minerais d'or et d'argent, en Russie comme en Amérique et en Australie.

L'explication de l'absence de l'éclair dans toutes ces expériences doit être cherchée, je crois, dans le fait suivant. L'or et l'argent s'allient parfaitement avec le platine et le palladium; à l'état fondu ce sont des alliages homogènes et complètement liquides; le phénomène de la surfusion ne présente pour eux rien d'extraordinaire. Mais les autres métaux du groupe du platine ne se combinent pas ou très-difficilement avec l'or ou avec l'or allié à l'argent, fait qui déjà a été observé, il y a bien des années, par Berzelius pour l'osmium-iridium. Eh bien! il n'y a qu'à admettre qu'au sein du métal coupellé liquide les parcelles d'Ir, de Ru etc. existent à l'état solide, non combinées mais isolées, pour se rendre compte, dans le sens de M. Gernez, de l'absence totale de l'éclair, lequel est lié étroitement au retard de solidification que l'or pur ou seulement cuivreux présente après sa coupellation avec du plomb en excès.

Il y a encore une autre raison pour laquelle, dans un grand nombre de cas, ni surfusion, ni éclair ne se produisent. Quand on ajoute à un essai ordinaire à 0,900, composé de métaux purs, un peu d'Ir, de Ru, d'Os etc. et que la coupellation se fait à haute température, on observe dans le bouton liquide, après l'avoir sorti du moufle, un pétillement très-manifeste, causé par un développement de bulles gazeuses microscopiques, qui sont probablement de l'acide osmique, là où il y avait de l'osmium, ou de l'oxygène dans le cas de la présence d'iridium et de ruthénium. Cette agitation de la masse fondue détruit le repos nécessaire aux molécules pour persister dans l'état de surfusion au-dessous du point normal de solidification.

J'aborde maintenant l'application utile des résultats qui découlent de ces recherches. Ils indiquent un moyen bien simple, mais très-efficace, pour constater dans l'or du commerce: lingots, pièces monnayées, ouvrages d'or, etc., la présence d'un ou plusieurs métaux du groupe du platine, excepté le platine lui-même et le palladium. On n'a qu'à passer ½ gramme de l'alliage à la coupelle avec le plomb nécessaire, à la température de fusion de l'or. Si l'essai, retiré du moufle à l'état fluide, se solidifie

presque immédiatement sans éclair, on a le droit de conclure à une immixtion d'Ir, Rh, Ru, Os ou Os-Ir. De même quand on fait l'essai ordinaire de l'or mis en expérience, pourvu que cet essai contienne les quantités voulues d'argent et de cuivre. Après la coupellation, l'alliage se maintiendra à l'état de surfusion et fera l'éclair avant de se figer définitivement, dans le cas exceptionnel où il est tout-à-fait exempt des métaux sus-nommés.

En réalité, l'or du commerce, la majorité des lingots qui proviennent des ateliers d'affinage à l'acide sulfurique, la plupart des pièces monnayées, contiennent des quantités notables de métaux platiniques, probablement sous la forme d'osmium-iridium. L'absence de l'éclair dans les essais, l'aspect brillant et rugueux des boutons, le pétillement du métal liquide avant la solidification, en sont la preuve irrécusable; tandis que les témoins composés d'or, argent et cuivre purs, qui dans notre mode d'essai subissent l'opération du moufle en même temps et dans les mêmes conditions que le métal mis en expérience, donnent des boutons à surface unie et dépolie, ayant présenté les phénomènes de surfusion et d'éclair.

D'un alliage d'or qui ne fait pas l'éclair après la coupellation, on peut facilement séparer par l'eau régale les métaux du groupe du platine qui sont insolubles dans cet acide. On les retrouve à l'état d'une poudre noirâtre, mêlée à du chlorure d'argent, dans le filtre dont on s'est servi pour clarifier la solution de l'or étendue d'eau pure en excès. Par l'ammoniaque bouillante on dissout le chlorure d'argent qui se trouve sur le filtre, et par l'acide sulfureux on précipite l'or de sa solution dans l'eau régale.

Maintenant, il y a deux expériences à faire, qui confirment entièrement l'explication que nous avons donnée:

1°. Enveloppez ½ gramme d'or pur dans le filtre séché, qui contient les traces d'Ir etc., et passez-le à la coupelle avec 1 ou 1½ gramme de plomb. L'absence de surfusion et d'éclair sera la preuve d'une addition d'un métal platinique, insoluble dans l'eau régale.

2°. Lavez et séchez l'or divisé provenant de la réduction du chloride et coupellez ½ gramme de cet or avec 1 gramme de

plomb. L'éclair se produira avec une grande intensité. Par le départ dans l'eau régale, l'or du commerce a été délivré de sa teneur en Ir, etc.

Le mode d'essai de l'or, si exact quand il s'agit d'alliages qui ne sont composés, outre l'or, que d'argent et de cuivre, ne mérite plus de confiance dans le cas d'une immixtion un peu notable de membres du groupe du platine insolubles dans l'eau régale.

Ces métaux, mélangés à de l'or ou à de l'argent, ne sont pas absorbés dans la coupelle, mais s'oxydent en partie dans le moufle au contact de l'oxygène et du plomb. MM. Deville et Debray [1]) l'ont prouvé pour l'iridium et le rhodium, nous-mêmes nous l'avons constaté pour le ruthénium et l'osmium. Ce dernier métal disparaît tout-à-fait à l'état d'acide osmique gazeux quand on le passe seul à la coupelle avec le plomb nécessaire. Mais se trouve-t-il mélangé à de l'or ou à de l'argent, il est impossible de l'en séparer intégralement par cette opération; il en reste toujours des traces dans le bouton d'essai.

Par le départ usité dans l'acide nitrique (les deux acides), on obtient des cornets qui montrent généralement une surcharge très-manifeste, à cause de leur teneur en Ir, Rh, etc., métaux insolubles comme l'or dans les acides nitrique ou sulfurique. Ces mêmes cornets, coupellés avec du plomb à un fort degré de chaleur, ne font jamais l'éclair, tandis que les cornets provenant d'un alliage non souillé d'Ir etc. se maintiennent à l'état de surfusion et ne se figent qu'après un éclair intense. Voilà donc un moyen de contrôle précieux, qu'on peut appliquer à chaque essai d'un or du commerce. Car l'absence de l'éclair chez les cornets sera la preuve: 1° que l'alliage primitif contient des traces notables d'osmium-iridium, 2° que le titre dérivé du poids des cornets sera au-dessus de la vérité, à cause de l'Ir etc. que le départ dans l'acide nitrique n'a pu enlever.

Par ce moyen d'investigation je me suis assuré, dans un grand nombre d'expériences:

1°. Que des quantités minimes (½ mill. et au-delà) de *ruthénium* et d'*osmium-iridium* (qui contient généralement du Ru),

[1]) *Ann. chim. et Phys.* (3 LXI, p. 81 (1861).

existant dans l'alliage primitif, accompagnent l'or jusque dans les cornets.

2°. Que la présence d'environ *un* mill. d'*iridium* dans l'or à essayer ne nuit généralement pas à l'exactitude de l'essai selon le mode ordinaire. Par le départ dans l'acide nitrique cette teneur en Ir peut être entraînée avec l'argent. Au-delà d'un mill., les cornets se distinguent par l'absence totale de l'éclair et ont une surcharge notable.

3°. Que le *rhodium* peut être ajouté à l'or jusqu'à 2 mill. sans qu'il exerce une influence marquée sur le phénomène de l'éclair chez les cornets. Au-delà de 2 mill., la surfusion et l'éclair ont disparu. Le *rhodium* est le seul métal du groupe du platine dont la présence (au-delà de 2½ mill.) soit décelée par une modification marquante dans les phénomènes de la coupellation. L'essai se découvre difficilement à la fin de l'opération, se fige au moment même où on le retire du moufle, et adhère fortement à la coupelle. Le bouton ne possède plus le blanc mat de l'argent, mais acquiert une teinte rose, qui devient rouge brun, même noirâtre, quand on augmente la teneur en *rhodium.*

4°. Que l'*osmium*, ajouté à l'or au-delà de 2 mill., se retrouve en partie dans les cornets provenant de l'alliage. Au-dessous de 2 mill., les cornets produisent l'éclair avec beaucoup de netteté. Si la teneur en osmium dépasse 2 mill., l'essai éprouve une perte mécanique considérable pendant la coupellation, à cause du dégagement d'acide osmique gazeux, qui entraîne visiblement des gouttelettes de métal fondu en dehors de la coupelle. Il est impossible dans ce cas de déterminer, même approximativement, le titre de l'or mis en expérience.

5°. Que l'examen des cornets provenant d'essais sur l'or du commerce, — lingots ou pièces monnayées d'origine variée, — par le moyen que je viens d'indiquer, nous apprend la vérité désolante que beaucoup, sinon la plupart, de ces cornets se distinguent par l'absence totale de l'éclair, quand on les passe à la coupelle avec du plomb. Il est évident, d'après ce que nous avons vu plus haut, qu'aucun de ces cornets ne donne jamais le titre exact de l'or qu'on a soumis à l'essai, par suite de la surcharge causée

par une teneur en osmium-iridium, composé naturel qu'on trouve généralement dans les mêmes couches géologiques qui sont riches en minerais d'or et d'argent.

Il arrive parfois que, soumettant à la coupellation différentes parties d'une pièce ou d'un lingot d'or, on trouve que l'éclair se fait dans l'un des essais et non pas dans les autres, ce qui s'explique par une souillure locale de l'or par l'iridium ou les autres métaux du groupe du platine, qui ne s'allient pas avec l'or ou l'argent. Comme des grains de sable fin au milieu de la stéarine fondue, les particules d'osmium-iridium sont disséminées irrégulièrement au sein de l'or du commerce; elles ne s'y trouvent pas à l'état de combinaison ou d'alliage, ce qui serait de rigueur pour produire un mélange homogène.

Les procédés en usage, tant en Russie qu'en Amérique [1]), pour séparer l'osmium-iridium de l'or ou de son alliage avec l'argent sont fondés sur la différence de poids spécifique entre l'iridium ou l'osmium-iridium et l'or ou son alliage avec l'argent [2]), et sur l'incapacité de ces métaux à se combiner entre eux.

On laisse reposer pendant quelque temps la masse fondue, pour que les grains d'osmium-iridium se rassemblent au fond des creusets. En décantant avec soin les couches supérieures, il reste dans le creuset un alliage riche en osmium-iridium. Cette méthode me paraît insuffisante pour se procurer de l'or complètement délivré d'iridium, ce dernier métal se rencontrant souvent à l'état de noir, c.-à-d. de particules microscopiques, qui restent volontiers en suspension au sein d'un milieu possédant lui-même une grande densité.

Il n'y a que la méthode chimique pour obtenir une séparation parfaite, non pas le procédé ordinaire à l'acide sulfurique, qui

---

[1]) Dubois, *Bull. de la Soc. d'encourag.*, Janv 1[illegible], p. 31.
Wysocki, *Polyt. Journ.* de Dingler, CXLVI, p. 47.
Wolcott Gibbs, *American Journal of Science and arts*, January 1861.

[2]) Densité de l'iridium = 22,38
" " l'osmium-iridium = 18,9—21,1.
" " l'or = 19,3.
" " l'argent = 10,5.

n'attaque ni l'or, ni les métaux du groupe du platine, mais l'affinage à l'eau régale, qui est employé depuis quelques années avec succès dans les ateliers de MM. Rössler, à Francfort sur/M. C'est là que l'or, extrait par l'acide sulfurique bouillant des anciennes pièces de monnaie d'argent allemandes, qu'on a retirées de la circulation, est redissous dans l'eau régale. De la solution du chlorure aurique, clarifiée par le repos et étendue d'un volume considérable d'eau, l'or est précipité à l'état de grande pureté au moyen du chlorure ferreux. Livré au commerce sous le nom de „*Frankfurter Scheidegold*", son titre a été trouvé à la monnaie d'Utrecht égal à 999,4 mill.; passé à la coupelle avec le plomb nécessaire, il se maintient volontiers à l'état de surfusion et fait l'éclair avec un éclat inusité.

Il me reste à mentionner l'influence remarquable de la surfusion sur l'état physique ou plutôt sur l'arrangement moléculaire d'un or coupellé. Le changement d'état brusque et soudain, signalé par l'éclair, qui met fin à la condition anormale de la masse métallique surfondue, produit sans exception un or solidifié possédant au plus haut degré la mollesse, la ductilité et la malléabilité qui caractérisent le métal chimiquement pur. Un bouton d'or coupellé qui a fait l'éclair, aplati au marteau sur une enclume d'acier, constitue un disque au contour parfaitement uni, sans la moindre gerçure.

En passant ce disque plusieurs fois au laminoir, on obtient une mince bandelette, qui a conservé son entière malléabilité; la circonférence de la lame est parfaitement régulière.

Mais le cas est bien différent quand on a empêché la surfusion, soit par le contact avec une parcelle d'or solide avant que le bouton liquide n'ait atteint, par le refroidissement, la température normale de solidification, soit par le mélange antérieur avec des traces d'iridium, d'osmium-iridium, etc. L'or coupellé qui s'est solidifié sans éclair, c'est-à-dire de la manière ordinaire, en perdant peu à peu sa chaleur latente de fusion, présente au marteau comme au laminoir un métal plus ou moins aigre ou cassant. Le disque et la lame offrent des contours irréguliers, déchirés en plusieurs endroits.

La cause de cette non-malléabilité doit être attribuée à une faible teneur en *plomb* (environ 0,7 mill.), que la coupellation, même à forte chaleur, n'a pu séparer de l'or qui avait été passé au fourneau d'essai.

Avec le *bismuth* on obtient les mêmes résultats. De l'or pur, coupellé avec du Bi en excès, retient toujours des traces de ce métal, qui diminuent considérablement la malléabilité du bouton, dès qu'on en a empêché la surfusion. Par contre, l'or coupellé bismuthifère qui a fait l'éclair est parfaitement mou et malléable.

Les travaux classiques de Charles Hatchett [1]), exécutés à Londres au commencement de ce siècle, nous ont fait connaître l'influence pernicieuse de plusieurs métaux, ajoutés, même en quantités fort restreintes, à l'or pur ou allié. Il résulte de ces recherches qu'une teneur de $\frac{1}{1920} = 0{,}521$ mill. en Pb et en Bi suffit pour détruire la malléabilité et la ductilité de l'or. D'après nos propres recherches, cela est parfaitement vrai dans le cas où l'or, mélangé à l'état fluide avec un peu de Pb ou de Bi, s'est figé d'après les lois ordinaires de la solidification. Mais si le métal a passé par la surfusion en faisant l'éclair avant de devenir solide, ce changement d'état anormal annule complètement la mauvaise influence du Pb et du Bi qui sont restés dans l'or coupellé.

Il convient de faire observer ici que chez l'or pur ou allié (au cuivre comme à l'argent cuivreux), qui n'a pas été soumis à la coupellation avec du Pb ou du Bi, le mode de solidification n'influe aucunement sur la condition physique du métal à l'état solide, dont la grande malléabilité est conservée en toute circonstance.

Ce qui est vrai pour l'or pur et l'or cuivreux coupellés avec du plomb, peut être également constaté pour son alliage avec l'argent cuivreux, par exemple, pour un essai ordinaire au titre de 0,900, composé de 250 Au, 25 Cu et 625 Ag. Si l'alliage

---

[1]) *Phil. Transactions of the Royal Society of London, for the year* 1803, Part. I, p. 43.

coupellé, sorti du fourneau à l'état liquide, a fait l'éclair avant de se figer, le bouton d'essai plombifère se conduit parfaitement sous le marteau et au laminoir, il est malléable de tout point.

Si au contraire la surfusion a été empêchée et que le bouton se soit figé peu à peu sans faire l'éclair, on obtient un métal aigre, qui produit une lame au contour irrégulier et écartelé, dont les aspérités, se détachant facilement du corps de la lame, peuvent occasionne une perte mécanique sur le cornet.

Il est évident que les phénomènes de la surfusion et de l'éclair, observés sur des boutons d'essai, augmentent singulièrement la confiance dans le titre obtenu, puisqu'ils produisent des lames et des cornets intacts et exempts de gerçures; en revanche, toutes les causes qui annulent la surfusion, et par conséquent l'éclair, infirment l'exactitude du mode d'essai généralement usité.

En terminant, je fixe l'attention sur la voie nouvelle qui s'ouvre pour l'étude des causes du défaut de ductilité que l'on rencontre souvent dans l'or monétaire à une phase particulière de la fabrication. On observe maintes fois que l'alliage monétaire passe très-bien par les laminoirs ordinaires, mais que les lames se cassent en divers endroits en traversant la filière (le banc-à-tirer). Je présume que la cause de ce phénomène siège dans une souillure locale de l'or par l'iridium, l'osmium-iridium, etc., souillure qui, sans diminuer sensiblement la malléabilité du métal, détruit sa continuité et amoindrit sa ductilité. *L'absence de l'éclair*, quand on passe un tel or à la coupelle avec du plomb, sera une des preuves de ce que j'avance. J'ai l'intention d'approfondir cette question, lorsque la frappe de pièces d'or sera reprise dans les ateliers de notre monnaie.

J'exprime également le vœu sincère que les grands ateliers d'affinage de l'Europe et de l'Amérique suivent dorénavant l'exemple donné par MM. Rössler de Francfort, afin de procurer aux hôtels monétaires des lingots d'or tout-à-fait exempts d'osmium-iridium. Car ce composé de métaux du groupe du platine compromet fortement la malléabilité et l'homogénéité de l'alliage monétaire, et est le plus grand ennemi du mode d'essai qui, en ce moment, est encore en vigueur dans nos laboratoires.

DEUXIÈME LIVRAISON.

CONDITIONS DE L'ABONNEMENT.

Les **Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles** paraissent à des époques indéterminées, en livraisons de 6 à 12 feuilles d'impression, avec un nombre illimité de planches coloriées et noires.

Trente feuilles forment un volume.

Avec la dernière livraison de chaque volume les souscripteurs reçoivent gratis une table des matières, un titre général et une couverture.

Les abonnements engagent à un volume seulement. Les livraisons ne se vendent pas séparément.

Le prix du volume, avec les planches, est fixé à *fl.* 6.—.

On souscrit chez l'éditeur et chez tous les libraires des Pays-Bas et de l'étranger.

Pour faciliter l'acquisition de la première série du recueil, composée des volumes I à X (années 1866—1875), avec tables alphabétiques générales des matières et des noms d'auteurs, cette série est offerte temporairement au prix réduit de:

fl. de Holl. 40 = francs 84 = marks 67.

Les personnes qui voudraient profiter de cette offre sont priées de s'adresser directement au Secrétaire de la Société hollandaise des sciences, M. E. H. VON BAUMHAUER, à Harlem.

HARLEM. — IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES.

TOME XV. 3me Livraison.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES À HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

E. H. VON BAUMHAUER

Secrétaire de la Société,

AVEC LA COLLABORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster,
C. H. D. Buijs Ballot et C. K. Hoffmann.

HARLEM
LES HÉRITIERS LOOSJES.
1880.

PARIS
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG
G. E. SCHULZE.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

Sciences exactes et naturelles.

LA

GÉNÉRATION SEXUÉE DES MARATTIACÉES,

PAR

H. F. JONKMAN.

Bien que, dans les dernières années, beaucoup de botanistes se soient occupés avec une sorte de prédilection du développement des Cryptogames supérieurs, nos connaissances à ce sujet offrent encore de nombreuses lacunes, et l'étude de la morphologie comparée de ces plantes restera longtemps encore féconde en résultats. Parmi les groupes plus ou moins étendus qui sont jusqu'ici imparfaitement connus sous ce rapport, soit à cause de leur rareté, soit à raison des difficultés inhérentes à leur culture, il faut citer surtout les *Marattiacées*, plantes comprises autrefois dans les *Fougères*, mais que la structure toute différente de leur sporange et la présence de stipules font aujourd'hui séparer de cette classe. Le groupe en question devant être regardé comme offrant beaucoup d'intérêt au point de vue comparatif, il importait de l'étudier spécialement et de tâcher de déterminer sa génération sexuée et le mode de développement de l'embryon. Les essais antérieurs pour faire germer les spores de *Marattiacées* et, par suite, apprendre à connaître la génération sexuée,

n'avaient pas été couronnés de beaucoup de succès; malgré toutes les peines qu'ils s'étaient données, M. Mettenius [1]) et M. Harting [2]) n'y avaient pas réussi, tandis que M. von Mercklin [3]) avait publié, au sujet de la germination des *Marattia*, des détails et des figures qui ne peuvent se rapporter à une plante de ce genre, et qui sont en conséquence dénués de toute valeur. Le premier qui soit parvenu à faire germer des spores de *Marattiacées* est M. Luerssen, qui a consigné les résultats de ses observations dans deux communications préliminaires. La première [4]) contenait quelques détails sur les premières phases de l'évolution du proembryon des *Marattia*. Les proembryons qui avaient servi à cette étude étant morts, M. Luerssen sema de nouveau, le 5 janvier 1874, des spores de *Marattia cicutaefolia* Klf et d'*Angiopteris evecta* Hoffm., dont toutefois les premières seules formèrent un petit nombre de proembryons bien développés, ainsi que l'auteur nous l'apprend dans sa seconde communication [5]). Dans celle-ci, on trouve une courte description du développement du proembryon et des anthéridies du *Marattia cicutaefolia*, ainsi que quelques brèves indications sur les premiers états de l'*Angiopteris evecta.*

Avant d'avoir connaissance de la première publication de M. Luerssen sur les stades initiaux de la germination du *Marattia cicutaefolia*, j'avais commencé à cultiver différentes espèces des genres *Angiopteris* et *Marattia* [6]) et j'avais déjà observé les premiers états de développement. La lecture du travail de M.

---

[1]) Schenk *und* Luerssen, *Mittheil. a. d. Gesammtgebiete d. Bot.*, I, p. 329.

[2]) W. H. de Vriese et P. Harting, *Monographie des Marattiacées*, p. 55.

[3]) C. E. von Mercklin, *Beobachtungen an dem Prothallium der Farrnkräuter*.

[4]) Schenk *und* Luerssen, *Mittheil. a. d. Gesammtgebiete d. Bot.*, I, p. 329.

[5]) *Bot. Zeit.*, 1875, nos 32 et 33.

[6]) Je juge superflu de nommer ici toutes ces espèces, d'autant plus que pour plusieurs d'entre elles il est encore très douteux si elles peuvent réellement passer pour des espèces, ou si elles ne doivent pas plutôt être regardées comme de simples variétés. Aussi, lorsqu'à propos de l'explication des figures je citerai des noms spécifiques déterminés, il ne faudra pas en conclure que je les admets tous à ce titre; mon but est seulement d'indiquer sous quel nom la plante dont les spores proviennent est généralement connue.

Luerssen me fit voir qu'il n'y avait aucune raison pour que je dusse renoncer à mes recherches, puisque les siennes n'avaient porté que sur une seule espèce de *Marattia*; il était d'autant moins nécessaire de cesser mes cultures, que la communication détaillée, promise par M. Luerssen, n'avait pas paru, ce qui, joint aux grandes difficultés qu'on rencontre lors de la germination [1]), autorisait à penser que les produits de ses semis étaient morts. Tel avait effectivement été le cas, comme il résulte de sa seconde publication.

Lorsque celle-ci me fut connue, je crus pouvoir communiquer les résultats provisoires de mes recherches [2]), surtout parce que ces résultats, relatifs en majeure partie au *Marattia Kaulfussii* J. Sm., étaient, sur un point essentiel, en contradiction avec ceux obtenus par M. Luerssen. J'avais trouvé, en effet, que, des spores radiaires et bilatérales des *Marattia*, les dernières seules germaient, tandis que les premières ne montraient absolument aucun symptôme de germination, ce qui pour ces deux formes de spores était justement l'inverse de ce que M. Luerssen avait annoncé dans sa première publication. Il est vrai que la conséquence énoncée dans celle-ci (à savoir, que les spores radiaires sont chez les *Marattia* la forme normale, seule apte à la reproduction de la plante) avait été retirée dans la seconde publication, parce que M. Luerssen avait reconnu entretemps que les spores bilatérales germent aussi; mais sa nouvelle affirmation, que ces spores germaient d'une tout autre manière que les spores radiaires, ne s'accordait pas non plus avec le résultat de mes observations. Dans mes cultures de *Marattia*, c'étaient

---

[1]) Ce n'est qu'à l'aide de semis répétés, de soins minutieux et d'une surveillance constante que j'ai réussi, et je puis dire complètement réussi, non-seulement à faire germer les spores et développer les proembryons, mais aussi à obtenir de jeunes plantes. Je dois toutefois renvoyer, pour ce qui concerne ces détails de culture, à mon Mémoire: *De Geslachtsgeneratie der Marattiaceeën*, mémoire dont je ne donne ici qu'un court extrait.

[2]) M. le professeur Rauwenhoff a eu l'obligeance de faire connaître ces résultats dans la séance du 25 septembre 1875 de l'Académie royale des sciences d'Amsterdam. Voir aussi: *Bot. Zeit.*, 1876, nº 12; *Ibid.* 1878, nº 9 et suiv.

exclusivement les spores bilatérales qui germaient, en donnant lieu, ou bien immédiatement à un proembryon lamelliforme ou épaissi, ou bien d'abord à un proembryon filamenteux. La différence de germination, dont M. Luerssen croyait avoir trouvé la cause dans la dissemblance des spores, ne pouvait donc être attribuée à celle-ci. Pour moi, j'avais expliqué la différence en question par la diversité des conditions sous lesquelles s'opère la germination, suivant que les spores, au moment du semis, sont libres ou encore contenues dans le sporange. Dans le premier cas, il se développe peu ou point de proembryons filamenteux; quand, au contraire, les spores semées sont encore renfermées dans le sporange, on obtient beaucoup de proembryons filamenteux, d'où il est permis de conclure que dans la formation de ceux-ci un grand rôle appartient à l'influence de la lumière. Aussi avais-je énoncé, dans ma communication préliminaire, que souvent la première cellule, dérivée de la spore, n'est pas sphérique, mais en forme de massue; que par la division répétée de cette cellule il se forme d'abord un prothalle filamenteux, et que ces états, — fréquents surtout lorsque les spores germent à l'intérieur du sporange, où elles sont accumulées les unes sur les autres, — doivent être regardés comme des modifications ou des formations anomales, dues au défaut de lumière et d'espace.

Ma communication renfermait en outre une description succincte du prothalle et des anthéridies du *Marattia Kaulfussii*, description qui ne concordait pas en tous points avec celle de M. Luerssen; mais je n'insisterai pas ici sur les différences. J'ajoutais encore que le développement des prothalles d'autres espèces de *Marattia* ressemble en général à celui du *Marattia Kaulfussii*, et que chez l'*Angiopteris* les anthéridies sont déjà visibles quatre mois après le semis des spores.

A cette époque je n'avais rien dit des archégones, ces organes n'ayant pas encore été trouvés. Mais, en continuant mes cultures, je réussis au bout de quelque temps à obtenir des prothalles à l'état de maturité sexuelle, ce qui donna lieu à une

seconde communication, que M. Rauwenhoff voulut bien faire en mon nom, le 27 mai 1876, à l'Académie des sciences d'Amsterdam; j'y décrivais sommairement les archégones des *Angiopteris* et des *Marattia*, et j'y signalais aussi le fait que les prothalles des Marattiacées sont monoïques, avec une tendance à la diœcie [1]).

Structure des spores. Ainsi que l'ont déjà observé M. Mettenius [2]) et M. Luerssen [3]), les spores des *Marattia* présentent deux formes différentes. Dans la grande majorité des cas, elles sont bilatérales (Pl. V, fig. 1 et 2); on trouve en outre des spores radiaires (Pl. V, fig. 3), mais seulement en petit nombre.

La surface des spores est couverte de petits aiguillons verruqueux. Leurs membranes sont transparentes et incolores, et leur contenu renferme un noyau cellulaire et un grand nombre de gouttelettes brillantes. La paroi des spores se compose de trois couches (Pl. V, fig. 4); la couche interne forme l'endospore, tandis que l'exospore consiste en deux couches: une extérieure, mince, et une intérieure, plus épaisse. Ces deux couches se désunissent quelquefois, et alors on reconnaît distinctement que les petits aiguillons verruqueux proviennent, non de la couche extérieure, comme l'indique M. Luerssen, mais de la couche intérieure de l'exospore.

La longueur des spores bilatérales est ordinairement de 0,027—0,029 mm (Pl. V, fig. 1 et 2, *l*), la largeur de 0,018—0,020 mm (ibid. *b*), l'épaisseur de 0,020—0,022 mm (ibid. *d*). Les spores radiaires ont dans la plupart des cas un diamètre de 0,025—0,027 mm (Pl. V, fig. 3).

Dans le genre *Angiopteris* on trouve aussi des spores bilatérales (Pl. VI, fig. 35) et des spores radiaires (Pl. VI, fig. 36); mais ici les dernières sont en beaucoup plus grand nombre que

---

[1]) Voir aussi: *Actes du congrès international des botanistes etc. à Amsterdam*, 1877, p. 163.

[2]) Mettenius, *Fil. Hort. bot. Lips*, p. 118.

[3]) Schenk *u.* Luerssen, *Mittheil. a. d. Gesammtgeb. d. Bot.*, I, p. 328.

les premières. A l'exception des côtes, la surface des spores est chargée de très petits tubercules. Au contenu des spores s'applique ce qui a été dit plus haut de celui des spores de *Marattia*.

La paroi des spores laisse distinguer plusieurs couches (Pl. V, fig. 5 A et B): d'abord une couche interne, assez épaisse, l'endospore; à celle-ci succèdent deux ou trois couches formant l'exospore, puis vient encore une couche externe, l'épispore, appelée périspore par M. Tschistiakoff [1]). Ces membranes sont transparentes et incolores, sauf toutefois la périspore, qui est colorée en brun jaunâtre. Les petits tubercules qui se trouvent à la surface des spores naissent, comme le montre distinctement la figure (Pl. V, fig. 5 A et B), de l'exospore.

Le diamètre des spores radiaires s'élève en moyenne à environ 0,024 mm, tandis que les dimensions des spores bilatérales sont ordinairement les mêmes que celles des spores bilatérales des *Marattia*.

Lorsqu'on soumet les spores à une certaine pression, la périspore est détruite, parce qu'elle est très fragile; aussi arrive-t-il souvent qu'on ne la trouve plus chez les spores mûres.

Pour la description des spores anomales et vieilles, je renvoie à mon Mémoire détaillé: *De Geslachtsgeneratie der Marattiaceeën*, p. 32 et 33.

Germination des spores et développement du proembryon. Tandis que chez les *Marattia* les spores bilatérales sont les seules que j'aie vu germer, chez les *Angiopteris*, au contraire, les spores radiaires n'étaient pas moins aptes à la germination que les spores bilatérales. Les spores des *Angiopteris* germent aussi bien avec leur périspore que sans cette membrane, fait que je mentionne parce que M. Tschistiakoff [2]) affirme

[1]) On peut consulter à ce sujet: *Bot. Zeit.*, 1875, nos 1, 2, 3, et *Ann. des sc. nat.*, 1874, t. XIX, nos 4 et 5. Voir aussi la note 3 de la page 31 de mon Mémoire détaillé, ou la note insérée dans la *Bot. Zeit.*, 1879, no. 9.

[2]) *Ann. des sc. nat.*, 1874, t. XIX, p. 277; voir aussi p. 225 et *Bot. Zeit.*, 1875, p. 6.

que chez les spores mûres on ne trouve plus de périspore.

Quand les conditions sont favorables, la germination des spores commence très peu de temps après le semis. Chez les *Marattia* on peut en observer les premiers stades au bout de 7—8 jours, chez les *Angiopteris* au bout de 5—6 jours. Les spores commencent alors à produire de la chlorophylle, qui d'abord se présente sous l'aspect de masses floconneuses, situées autour du noyau cellulaire et autour des fils protoplasmiques qui relient celui-ci au pourtour de la cellule. Ensuite, la chlorophylle prend la forme de grains. Bientôt après que ce changement s'est effectué, la paroi de la spore cesse de pouvoir résister au gonflement du contenu, de sorte qu'elle se fend peu à peu, suivant la côte unique chez les spores bilatérales, et suivant les trois côtes chez les spores radiaires. Le contenu de la spore, poussé à travers la fente béante, apparaît alors au jour sous la forme d'une papille obtusément conique, chez les *Marattia* entre les deux lobes de l'exospore, chez les *Angiopteris* entre les deux ou trois lobes de l'exospore, ou de l'exospore et de la périspore. Cette papille, c'est-à-dire la première cellule du proembryon, grossit successivement, une partie du contenu de la spore passant à son intérieur; elle prend de plus en plus la forme sphérique, et présente après quelque temps des dimensions qui atteignent et dépassent dix fois celles de la spore (Pl. V, fig. 28; Pl. VI, fig. 34). La chlorophylle, en gros grains, vient peu à peu s'appliquer contre la paroi de la cellule, et elle y est souvent si abondante que les grains deviennent polyédriques par leur pression réciproque. On peut parfaitement observer ici la division des grains de chlorophylle par étranglement (Pl. VI, fig. 34*c* et 37*c*); tous les stades du phénomène se rencontrent souvent dans une seule et même cellule. On voit en outre dans chaque grain de chlorophylle un ou plusieurs points clairs, qu'un examen ultérieur fait reconnaître pour des granules d'amidon.

Après environ quatre semaines chez les *Angiopteris*, et un peu plus tard chez les *Marattia*, se produit la première division cellulaire. La première paroi est perpendiculaire à la direction

suivie jusqu'ici par la croissance du proembryon (Pl. V, fig. 6 et 29). Avant même que cette division ait eu lieu, ou immédiatement après, apparaît déjà souvent le premier rhizoïde; cela peut être le cas aussi bien chez les *Angiopteris* que chez les *Marattia* (Pl. V, fig. 15*h* et 16*h*; Pl. VI, fig. 37*h* et 38*h*). Ce rhizoïde, très promptement séparé de la cellule mère par une cloison transversale, contient à l'origine quelques grains de chlorophylle (Pl. VI, fig. 37*h*), qui disparaissent plus tard. Il peut toutefois arriver aussi que ce premier rhizoïde ne se forme que dans une phase plus avancée, comme le montrent plusieurs des figures de la Pl. V.

Peu de temps après que la cellule mère du proembryon s'est divisée en deux cellules, une nouvelle partition s'opère dans chacune de celles-ci (Pl. V, fig. 7, 8, 17, 18, 30 et 31; Pl. VI, fig. 39 et 40); le jeune proembryon est alors composé de quatre cellules, disposées comme les quadrants d'un cercle. Le plus souvent, une des deux cellules supérieures devient dès maintenant cellule terminale du proembryon (Pl. V, fig. 9); celle-ci, toutefois, peut aussi être formée plus tard, ou même manquer entièrement, de sorte qu'alors le proembryon atteint son complet développement sans qu'il se soit jamais formé une cellule terminale. En revanche, le cas se présente aussi où une cellule terminale naît de chacune des deux cellules-quadrants supérieures (Pl. V, fig. 13*t* et *t'*); parfois même j'ai observé qu'il se développe, en outre, une cellule terminale dans une des cellules-quadrants inférieures [1]). De pareils proembryons ont plus tard une forme très irrégulière, et se fractionnent ordinairement en autant de pièces qu'il existe de cellules terminales, soit parce qu'en certains endroits les parois des cellules se séparent, soit parce que certaines cellules meurent. Chaque partie

[1]) Il arrive parfois que, dans les autres cellules-quadrants, des cellules terminales ne se forment que très tard, et lorsqu'une des cellules-quadrants a déjà donné naissance à un proembryon cordiforme. On peut néanmoins encore constater très nettement que le développement d'un pareil proembryon a eu pour point de départ quatre cellules-quadrants (Pl. V, fig. 14).

continue alors à se développer d'une manière indépendante.

Quoi qu'il en soit sous ce rapport, le rajeunissement de la cellule terminale (Pl. V, fig. 10, 11, 12, 13, 32 et 33) par des cloisons successivement perpendiculaires l'une à l'autre est limité; après que ce phénomène s'est répété un plus ou moins grand nombre de fois, la dernière cellule terminale se partage, par une cloison parallèle à la périphérie du proembryon, en une cellule marginale et une cellule intérieure (Pl. V, fig. 13*t'*). Cela a ordinairement lieu au moment où le proembryon commence à s'échancrer en forme de cœur, échancrure qui résulte de ce que les cellules marginales, détachées à droite et à gauche par la cellule terminale, se divisent encore plus activement que celle-ci par des cloisons tangentielles et radiales. La cellule marginale ainsi formée par la dernière cellule terminale subit, tout comme les cellules marginales voisines, des partitions répétées par des anticlines et des périclines, et le développement longitudinal ultérieur se fait par différentes cellules marginales, situées à côté l'une de l'autre au fond de l'échancrure en cœur.

Alors que les jeunes proembryons ne consistent encore qu'en un petit nombre de cellules, il se forme déjà des cloisons parallèles aux faces supérieure et inférieure; ces partitions, qui commencent à la base et de là s'étendent successivement vers le sommet du proembryon (Pl. V, fig. 10 et 33), se répètent le plus souvent dans l'axe du proembryon, de sorte que la partie moyenne s'épaissit plus que les côtés (Pl. VI. fig. 53). Différentes cellules de la face inférieure donnent maintenant naissance à des rhizoïdes; à l'origine, ceux-ci proviennent en majeure partie de cellules marginales ou de cellules situées au voisinage immédiat de cellules marginales (Pl. VI, fig. 53); plus tard, ils naissent surtout de la partie médiane épaissie (Pl. VI, fig. 54). Quelques rhizoïdes dérivent aussi de cellules marginales de la face supérieure du proembryon, ou de cellules touchant directement à celles-ci. Les rhizoïdes ne deviennent jamais bruns, même chez des prothalles très vieux, et ils sont toujours séparés de la cellule mère par une cloison;

ceci s'applique aussi, comme nous l'avons vu plus haut, au rhizoïde qui se développe déjà plus tôt sur quelques proembryons uni- ou bi-cellulaires, quoique dans certains cas, rares chez les *Marattia*, assez fréquents chez les *Angiopteris*, ce rhizoïde ne forme pas de cloison et reste par suite en communication directe avec la cellule mère (Pl. VI, fig. 51 *h'*). Bien que la plus grande partie des rhizoïdes se trouve sur la partie postérieure de l'épaississement médian de la face inférieure, on les rencontre parfois aussi en grand nombre à la partie postérieure du coussin celluleux qui forme une saillie hémisphérique sur cette même face; sporadiquement, on les observe même encore plus en avant [1]). Lorsque la partie fortement saillante du sommet se divise en deux branches, ainsi qu'il peut arriver chez de très vieux prothalles (Pl. VI, fig. 57 *A*), il se forme à l'endroit de cette bifurcation un grand nombre de nouveaux rhizoïdes, qui toutefois ont été omis sur la figure, pour ne pas nuire à sa clarté.

Dans l'axe des proembryons vigoureusement développés on trouve un cordon central, composé de cellules étroites, allongées suivant la direction de l'axe; ces cellules contiennent beaucoup de chlorophylle et d'amidon. Il est à peu près certain que de ce cordon procède la formation de la partie médiane épaissie du proembryon, où l'on compte parfois quinze assises de cellules, et même plus.

Dès l'origine, les proembryons des Marattiacées se distinguent de ceux d'autres groupes par leur couleur d'un vert foncé et par l'épaisseur considérable des parois externes des cellules de la surface, qui fait que, même chez de très jeunes proembryons, on peut déjà reconnaître une couche cuticularisée.

Une modification que j'ai observée dans les premiers états de développement des proembryons, mais plus fréquemment chez les *Angiopteris* que chez les *Marattia*, consistait en ce que les cellules-quadrants, au lieu de former d'abord un plan cellulaire, donnaient d'emblée naissance à un corps cellulaire. Aux cloisons

---

[1]) Voir Pl. VI, fig. 54, 55 *A* et 56 *A*, ainsi que l'explication de ces figures.

quadrantaires succédaient alors immédiatement les cloisons octantaires (Pl. V, fig. 19 et 20, Pl. VI, fig. 41). La formation du prothalle proprement dit se fait par les quatre cellules-octants supérieures (Pl. V, fig. 21 *A* et *B*), Pl. VI, fig. 42, *A*, *B* et *C*), dans lesquelles s'opèrent, ordinairement dès le début de leur développement ultérieur, des divisions parallèles à la surface; souvent même il arrive, au moins chez les *Angiopteris*, qu'une cloison parallèle à la surface apparaît déjà dans une des deux cellules-quadrants supérieures avant la production de la cloison octantaire (Pl. VI, fig. 43 *a* et 52 *a*). Dans ces prothalles aussi, il se forme ordinairement une cellule terminale (Pl. V, fig. 22 *t*), dont le renouvellement est limité.

Des cellules-octants peut aussi dériver un filament cellulaire, dont les cellules donnent plus tard naissance à un plan cellulaire (Pl. V, fig. 23 *a*, *b* et *c*, et fig. 24 *a*); de pareils proembryons finissent ordinairement par se diviser en autant de prothalles qu'il y a de plans cellulaires, lesquels prothalles continuent alors à se développer d'une manière indépendante. On trouve aussi des proembryons où les quatre cellules-octants supérieures forment un plan cellulaire, tandis qu'une des inférieures se développe en filament cellulaire (Pl. V, fig. 25 *a* et *b*, Pl. VI, fig. 48 *a* et *b*).

Les filaments cellulaires ne se transforment pas toujours en plans cellulaires; chez les *Angiopteris* on voit d'ordinaire, dans la cellule extrême du filament, naître différentes cloisons de division (Pl. VI, fig. 46 *a*), ce qui a pour conséquence la formation d'une anthéridie (Pl. VI, fig. 47 *a n*) à l'intérieur des cellules ainsi produites. Jamais je n'ai observé ce phénomène chez les *Marattia*.

Les cellules-octants peuvent aussi se développer très irrégulièrement, le prothalle n'acquérant alors que beaucoup plus tard un bord, composé d'une seule couche de cellules (Pl. V, fig. 26). De semblables prothalles produisent souvent aussi des anthéridies (Pl. VI, fig. 49 *a n*), avant que le bord d'une seule couche de cellules ne soit constitué; ils émettent alors des pousses

adventives, ou bien ils meurent. Dans ce cas encore, je n'ai vu le développement d'anthéridies que chez les *Angiopteris*, jamais chez les *Marattia*. D'autres états de développement (Pl. VI, fig. 44 et 45), observés seulement chez les *Angiopteris*, n'ont pas besoin d'explication spéciale.

A toutes ces modifications, dont la plupart se rapportent aux proembryons dits épaissis, j'avais accordé précédemment trop d'importance. J'en ai parlé avec plus de détails aux pages 35 et 36 du Mémoire ci-dessus cité, auquel je renvoie.

Ainsi que l'avait déjà indiqué M. Luerssen [1]), la production fréquente de pousses adventives rend beaucoup de prothalles très irréguliers, parfois même lobés-ondulés à la surface.

Disons encore un mot des proembryons filamenteux qui naissent directement des spores (Pl. V, fig. 27, Pl. VI, fig. 50, 51 et 52). Nous avons vu que M. Luerssen attribuait ce développement filamenteux du prothalle aux spores bilatérales, tandis que, d'après lui, les spores radiaires des *Marattia* donneraient immédiatement naissance à un plan cellulaire ou à un corps cellulaire. M. Luerssen cherchait donc la raison de la différence de germination dans la différence des spores. En cela il se trompait, car, chez tous les *Marattia* étudiés par moi, les spores bilatérales seules germèrent, et non seulement de la façon indiquée par M. Luerssen pour les spores bilatérales, mais aussi suivant le mode qu'il réservait aux spores radiaires. Je trouvai, en outre, que chez les *Angiopteris* les deux formes de spores germaient, et que ces spores, les radiaires aussi bien que les bilatérales, ou bien commençaient par se développer sous forme de filament, ou bien produisaient immédiatement un plan cellulaire ou un corps cellulaire. On ne pouvait donc expliquer la différence de germination par la différence des spores. A mon avis, les proembryons filamenteux devaient être regardés comme des formations anomales, résultant du défaut de lumière et d'espace. Aujourd'hui, ce point n'est plus en discussion, M. Luerssen ayant déclaré,

---

[1]) *Bot. Zeit.*, 1875, n°. 33.

dans une communication postérieure [1]), que les deux formes de spores germent de la même manière, et qu'il attribue maintenant avec moi à l'influence de la lumière, etc., les différences observées.

Précédemment déjà, M. Bauke m'avait écrit qu'à la suite d'observations faites sur les *Angiopteris* il était arrivé, sur la question en litige, exactement à la même conclusion que moi; c'est ce qu'il a aussi confirmé plus tard dans le *Bot. Jahresbericht* de Just, V, p. 280, en rendant compte d'une de mes communications antérieures.

Développement des anthéridies. Dans les conditions les plus favorables, les anthéridies se montrent chez les *Marattia* au bout de cinq mois environ, chez les *Angiopteris* au bout de quatre. Chez les derniers, comme nous l'avons déjà dit, elles peuvent même apparaître encore plus tôt (Pl. VI, fig. 47 *an* et 49 *an*); mais elles sont alors d'une structure plus simple que les autres, tout en s'élevant aussi peu qu'elles au-dessus du niveau des cellules voisines. Dans les deux cas où l'on peut observer cette apparition précoce, et qui sont propres aux *Angiopteris*, les anthéridies seules se forment; du reste, on trouve aussi, tant chez les *Marattia* que chez les *Angiopteris*, des prothalles qui, après s'être développés assez vigoureusement, produisent exclusivement des anthéridies, puis finissent par mourir.

Les anthéridies naissent aussi bien à la face supérieure qu'à la face inférieure du proembryon (Pl. VI, fig. 53, 54, 55 *A* et *B*, 56 *B* et 57 *A* et *B*); jamais on n'en voit au bord, et jamais non plus je ne les ai rencontrées, comme l'indique M. Luerssen [2]), sur les ailes ou lobes latéraux. Elles se trouvent toujours sur la partie médiane fortement épaissie du prothalle; toutefois elles manquent à l'extrémité antérieure de cette partie, là où elle se développe, à la face inférieure, en un coussinet celluleux

---

[1]) *Med.-Pharm. Bot.* (*Handb. d. Syst. Bot.*), p. 580.

[2]) *Med.-Pharm. Bot.* (*Handb. d. Syst. Bot.*), p. 581.

hémisphérique. A cet endroit se forment alors les archégones, et très rarement j'ai vu naître encore, au-delà de ces archégones, quelques anthéridies; à la face supérieure aussi, la production des anthéridies ne tarde pas alors à s'arrêter (Pl. VI, fig. 55 *B* et 56 *B*).

Le développement des anthéridies a lieu dans le tissu même; jamais elles ne font saillie à la surface du prothalle. Dans une des cellules superficielles, le protoplasme et la chlorophylle se condensent au centre de la cellule (Pl. VI, fig. 60 *a*, Pl. VII, fig. 75 *a*); ensuite il se forme dans cette cellule une cloison parallèle à la surface du prothalle, d'où résultent une *cellule externe* et une cellule centrale (Pl. VII, fig. 76 *A* et *B*) [1]). Bientôt après, une division s'opère dans la cellule externe perpendiculairement à la paroi inférieure (Pl. VI, fig. 61, Pl. VII, fig. 77 *A*), tandis que la cellule centrale n'éprouve pas encore de changements sensibles (Pl. VII, fig. 77 *B*). Dans la plus petite des deux cellules filles de la cellule externe il se produit alors de nouveau une cloison semblable à la première, ce qui donne naissance à une petite cellule (Pl. VI, fig. 62; Pl. VII, fig. 78), dont le sommet est enfin séparé, par une troisième cloison, sous la forme d'un triangle encore plus petit (Pl. VI, fig. 63; Pl. VII, fig. 66, 67 et 79). Ordinairement, chez les *Marattia*, il n'y a pas de divisions ultérieures dans la cellule externe, et la cellule formée en dernier lieu, la *cellule operculaire*, se détache lors de la maturité de l'anthéridie. (Certaines modifications, qu'on observe quelquefois dans la division de la cellule externe, sont figurées Pl. VI, fig. 58 et 64, et Pl. VII, fig. 65, 68, 69, 70, 71 et 72).

Quoique chez les *Angiopteris*, de même que chez les *Marattia*, le nombre des divisions puisse ne pas dépasser trois (Pl. VII, fig. 79), il arrive pourtant, en général, que la dernière cellule ainsi formée donne encore naissance à une cellule plus petite,

---

1) Voir aussi Pl. VII, fig. 87, bien que cette figure représente déjà un état de développement plus avancé.

laquelle tombe plus tard et peut donc, ici encore, être appelée *cellule operculaire* [1]) (Pl. VII, fig. 80) [2]).

Tant chez les *Marattia* que chez les *Angiopteris*, la chlorophylle disparaît peu à peu au cours de ces divisions successives de la cellule externe; à l'époque de la maturité de l'anthéridie, il n'en reste ordinairement plus rien (Pl. VII, fig. 67), ou presque rien (Pl. VII, fig. 66). Toutefois, le cas se présente aussi où, même alors, on trouve encore d'assez nombreux granules de chlorophylle (Pl. VII, fig. 65, 79 et 80). L'affirmation de M. Luerssen [3]), que les divisions n'ont lieu dans la cellule qu'après que la chlorophylle s'est dissoute, de manière à communiquer tout au plus encore une teinte verdâtre au plasma de la cellule externe, doit être certainement le résultat d'une erreur.

Pendant que se divise la cellule externe, la cellule centrale poursuit aussi son développement; le contenu, primitivement contracté vers le centre (Pl. VII, 76 *B* et 77 *B*), se répartit uniformément dans la cellule, tandis que la chlorophylle disparaît peu à peu. De nouvelles cloisons, qui se croisent alternativement dans les trois directions de l'espace, la partagent ensuite en un grand nombre de cellules, à protoplasma granuleux et à noyau central (Pl. VII, fig. 83, 84, 85, 86, 87); le noyau devient bientôt invisible, tandis que les cellules — les cellules mères des spermatozoïdes — s'arrondissent (Pl. VII, fig. 88). Peu de temps après, le plasma de la cellule mère s'applique contre la paroi, laissant au centre une vacuole, qui contient de très petits granules. Dans le protoplasma tapissant la paroi se développe ensuite, autour de la vacuole, le spermatozoïde. Lors de la maturité de l'anthéridie, la cellule operculaire se détache et les cellules mères

---

[1]) J'appelle donc *cellule operculaire* la cellule qui se détache de l'anthéridie, pour former l'ouverture par laquelle les spermatozoïdes pourront se répandre au dehors.

[2]) Voir aussi Pl. VI, fig. 59 et Pl. VII, fig. 82; dans la fig. 81 de la Pl. VII, la disposition des cloisons est différente, quoique leur nombre soit encore de quatre.

[3]) *Bot. Zeitg.*, 1875, n° 33.

des spermatozoïdes sont expulsées (Pl. VII, fig. 80*d*, 89 et 90); pendant quelque temps elles restent tranquillement devant l'ouverture, ou dans son voisinage immédiat. Enfin, le spermatozoïde (Pl. VII, fig. 91 *A* et *B*) est tout à coup mis en liberté par la cellule mère et s'élance au loin. Tout en progressant, il tourne rapidement autour de son axe; il montre à son extrémité antérieure d'assez long cils, et à l'extrémité postérieure une vésicule remplie de granules très fins, la vacuole. Le mouvement, d'abord très rapide, mais se ralentissant de plus en plus, peut parfois durer une demi-heure. Le nombre des spermatozoïdes contenus dans une anthéridie est quelquefois de 20, le plus souvent de 200, et peut s'élever à 500 et même plus.

Déjà autour de la cellule centrale encore très jeune se forment des cellules étroites, provenant des cellules proembryonnaires environnantes; comme elles entourent la cellule centrale en guise de manteau, je les ai nommées *cellules de manteau* (Pl. VII, fig. 83—90). Elles aident à l'expulsion du contenu des anthéridies, par le gonflement considérable qu'elles éprouvent alors (Pl. VII, fig. 90); quelquefois, une ou deux de ces cellules de manteau atteignent la surface du prothalle (Pl. VI, 62; Pl. VII, fig. 67, 87 et 89); la chlorophylle y disparaît en même temps que de la cellule externe.

Parfois, deux anthéridies se touchent directement, de sorte que leurs cellules centrales sont entourées d'une rangée unique et commune de cellules de manteau (Pl. VII, fig. 73). Il arrive aussi que deux cellules externes recouvrent une seule cellule centrale (Pl. VII, fig. 74*c*); il se forme alors deux ouvertures par lesquelles peuvent s'échapper les spermatozoïdes.

Développement des archégones et fécondation. Les archégones apparaissent sur les prothalles vigoureusement développés, tant des *Angiopteris* que des *Marattia*, environ dix mois après le semis des spores [1]); ils se forment surtout à la

[1]) M. Luerssen dit, dans sa *Med.-Pharm. Bot.* (*Handb. d. Syst. Bot.*), que le *Marattia cicutaefolia* lui a donné des archégones au bout d'environ un an et demi.

surface inférieure (Pl. VI, fig. 54, 55 *A*, 56 *A* et 57 *A*), parfois aussi à la surface supérieure (Pl. VI, fig. 56 *B* et 57 *B*) des prothalles, et seulement sur la partie médiane fortement épaissie ou sur le coussinet celluleux en saillie hémisphérique. Il sont presque toujours situés plus haut que les anthéridies; rarement on voit naître quelques anthéridies au-delà des archégones. Bien que sur certains prothalles le nombre des anthéridies soit très minime (Pl. VI, fig. 56 *A* et *B* et 57 *A* et *B*), on n'en trouve pourtant pas qui ne produisent que des archégones.

Le développement des archégones a lieu de la manière suivante. Une cellule de la surface du proembryon devient cellule mère de l'archégone, et pour cela son contenu commence par se rétracter vers le centre (Pl. VII, fig. 94). Bientôt la cellule se divise, par une cloison parallèle à la surface du proembryon, en une cellule externe, plus petite (Pl. VII, fig. 95 *ar*), qui est la cellule mère de la partie collaire de l'archégone, et une cellule centrale, plus grande [1]). De la première naissent deux cellules, pourvues chacune d'un noyau (Pl. VII, fig. 95 *ar'*); une nouvelle division s'opère ensuite dans chacune des deux cellules filles, de sorte qu'alors la cellule primitive du col est composée de quatre cellules égales (Pl. VII, fig. 96, 97 et 99 *h c*). Chacune de ces quatre cellules filles est la cellule mère d'une rangée de cellules du col. (Rarement il se forme, par suite d'une division ultérieure d'une des quatre cellules filles, cinq de ces rangées; la fig. 93, Pl. VII, qui représente deux archégones en juxtaposition immédiate, montre un exemple de ce cas dans l'archégone de droite; de même la fig. 104). A mesure que les cellules du col croissent et éprouvent de nouvelles divisions (Pl. VII, fig. 98), la cellule centrale grossit aussi, en refoulant pour ainsi dire les premières vers le haut. Bientôt après, la cellule centrale est divisée, par une cloison convexe vers le bas, en une cellule inférieure, que je nommerai *cellule ventrale* [2]), et une cellule

[1]) Voir Pl. VII, fig. 99, bien que cette figure représente un état déjà un peu plus avancé.

[2]) Je me suis abstenu de créer de nouvelles dénominations, sauf quand cela

supérieure, la cellule de canal du col; l'une et l'autre contiennent beaucoup d'amidon; lors du développement ultérieur, la cellule du canal s'insinue de plus en plus entre les cellules du col. (Pl. VII, fig. 100.)

Déjà un peu auparavant, il s'est formé autour de la cellule ventrale et d'une partie de la cellule de canal du col une enveloppe plus ou moins complètement fermée de cellules étroites (*ibid.*), que j'appelle *cellules de manteau*; lors de l'ouverture de l'archégone, ces cellules se gonflent fortement.

Pendant que les cellules du col se multiplient, ce qui fait saillir un peu l'archégone au-dessus de la surface extérieure du prothalle (Pl. VII, fig. 92, 100, 101, 102 et 103), la cellule ventrale et la cellule de canal du col continuent aussi à s'accroître, et il vient un moment où l'on voit se former dans la cellule ventrale une nouvelle cloison, convexe vers le bas, qui donne naissance à deux cellules, une inférieure, l'oosphère, et une supérieure, la cellule ventrale du canal (Pl. VII, fig. 101). Très souvent une semblable cloison apparaît aussi dans la cellule de canal du col, ce qui produit la division de celle-ci en une cellule supérieure et une cellule inférieure de canal du col (Pl. VII, fig. 102 et 103).

La division cellulaire dans l'archégone est alors arrivée à son terme. Le nombre des cellules du col, dans les archégones mûrs, est ordinairement de quatre dans deux des séries et de trois

---

était nécessaire pour désigner des choses nouvelles. Ici je me suis pourtant écarté de cette règle, pour rendre le langage plus clair. Ce que j'appelle *cellule ventrale* est quelquefois appelé aussi, dans la description du développement des archégones, cellule centrale, bien que la cellule dont est provenue la cellule ventrale (avec la cellule de canal du col) ait également déjà reçu ce nom de cellule centrale; enfin, ce même nom est encore appliqué parfois à l'oosphère, qui (avec la cellule ventrale du canal) procède de la cellule ventrale. On a donc désigné sous la même dénomination trois cellules différentes. Je pense que, pour la commodité et la clarté du langage, il convient de donner un nom particulier à chacune de ces trois cellules; c'est pourquoi on les trouve appelées ici: cellule centrale, cellule ventrale et oosphère; le premier et le dernier de ces noms sont déjà en usage; j'ai choisi le second comme le plus approprié.

dans les deux autres; et ce sont tout au plus les deux cellules supérieures de chaque série qui dépassent la surface du prothalle (Pl. VII, fig. 103). Il est rare que le nombre en question s'élève à quatre et cinq (Pl. VII, fig. 102); parfois il descend à deux et trois; le nombre des cellules peut aussi être le même dans les quatre séries.

Peu de temps après que l'archégone a atteint son accroissement complet, les deux ou trois cellules du canal se montrent remplies d'une substance mucilagineuse et les parois de ces cellules disparaissent. Quant au mode de production de cette masse mucilagineuse, mon opinion n'est pas encore entièrement fixée; c'est un point sur lequel j'espère revenir quand je décrirai la génération sexuée des *Kaulfussia* [1]).

Lorsque les archégones mûrs viennent en contact avec l'eau, le contenu du canal éprouve un gonflement considérable, d'où résulte une tension sur les cellules supérieures du col. Celles-ci se désunissent alors subitement, l'archégone se trouve ouvert et le mucilage est expulsé avec force. Après la sortie du mucilage, l'oosphère, qui possède un noyau et beaucoup d'amidon, s'arrondit, en attendant la fécondation (Pl. VII, fig. 105).

Les spermatozoïdes, qui s'agitent vivement autour de l'archégone fermé, se comportent tout autrement lorsque celui-ci est ouvert. Dès qu'ils ont pénétré dans le mucilage répandu devant l'orifice de l'archégone, ils se déplacent avec plus de lenteur; évidemment, ils sont ici entravés dans leurs mouvements par la résistance du milieu. Peu à peu le spermatozoïde atteint le canal de l'archégone. Souvent on observe que, parvenu à l'entrée du canal, il se dégage brusquement, par une espèce de secousse, et s'élance au loin. Mais tous les spermatozoïdes ne réussissent pas à recouvrer ainsi leur liberté; un ou plusieurs d'entre eux disparaissent dans le canal de l'archégone. Ce que ceux-là deviennent ultérieurement, je ne saurais le dire. A raison de la situation profonde

---

[1]) J'ai publié sur la germination des *Kaulfussia* une note préliminaire dans le *Nederlandsch Kruidkundig Archief*, t. III, p. 262.

de l'oosphère dans un tissu riche en chlorophylle, il m'a été impossible de soulever davantage le voile qui cache la scène où se déroule l'action la plus mystérieuse de la vie. Je puis seulement renvoyer à la fig. 104, Pl. VII, où l'on voit, dans l'archégone ouvert, deux spermatozoïdes reposant sur l'oosphère, — devant la terre promise, mais n'en ayant pas franchi le seuil. Que souvent, toutefois, un spermatozoïde pénètre aussi dans l'oosphère et la féconde, c'est ce que m'ont appris mes recherches sur les premiers états de développement de la génération asexuée des Marattiacées. Mais je n'entre à ce sujet dans aucun détail, parce qu'ici je m'occupe uniquement de la génération sexuée [1]).

Résultats. On trouve chez les Marattiacées deux formes de spores, des spores bilatérales et des spores radiaires, qui dans la germination ne montrent aucune différence. De la spore naît une première cellule proembryonnaire, qui devient bientôt sphérique et dans laquelle la chlorophylle est située près de la paroi. Lorsqu'il se produit des proembryons filamenteux, ceux-ci doivent être regardés comme des formations anomales, dues au défaut de lumière, etc.

Les toutes premières divisions conduisent déjà au développement d'un prothalle lamelliforme, ce qui, comme on le sait, peut aussi être dit des Osmondacées. Au bout de peu de temps, il se forme dans la plupart des cas une cellule terminale, dont la croissance est limitée; l'accroissement longitudinal ultérieur du prothalle se fait alors par des cellules marginales voisines du sommet.

Déjà de bonne heure, le prothalle des Marattiacées se distingue de ceux d'autres Fougères par sa couleur d'un vert foncé et par une cuticule en partie assez épaisse.

A une période encore très peu avancée, il se forme dans l'axe longitudinal du proembryon une partie médiane fortement épaissie, analogue à celle qu'on trouve chez les *Osmunda*, et où naissent

[1]) Un grand nombre de figures sont déjà prêtes pour le Mémoire où je compte décrire la génération asexuée, ou sporifère, des *Angiopteris* et des *Marattia*.

les anthéridies; plus tard l'extrémité de cette partie, près du sommet du prothalle, se développe en une saillie hémisphérique, un coussinet celluleux, dans lequel se forment les archégones.

Les rhizoïdes, qui naissent de préférence à la partie inférieure de cet épaississement médian, ne deviennent jamais bruns.

La structure des anthéridies diffère entièrement de celle qu'on trouve chez les Fougères, et même chez les Osmondacées, famille avec laquelle les Marattiacées ont du reste encore les rapports les plus nombreux. Ces anthéridies ressemblent, par contre, à celles des Ophioglossées, qui se forment aussi à l'intérieur du tissu cellulaire du prothalle, et qui ne s'élèvent que peu au-dessus de la surface de celui-ci.

Les archégones également ont le plus d'analogie avec ceux des Ophioglossées et des *Salvinia*; ils font tout au plus saillie en dehors du prothalle par les deux cellules supérieures du col, tandis que chez les Fougères, comme on le sait, les archégones ne sont pas plongés aussi profondément dans le tissu cellulaire. L'abondance de l'amidon dans l'oosphère et dans les cellules du canal rappelle le contenu de ces cellules chez les Osmondacées.

Certains prothalles portant des anthéridies à la face supérieure et des archégones à la face inférieure, tandis que d'autres n'atteignent généralement qu'une grandeur médiocre et ne produisent que des anthéridies, on doit regarder les prothalles des Marattiacées comme monoïques, avec tendance à la diœcie.

En considérant surtout la structure des organes sexuels, les anthéridies et les archégones, on peut conclure, dès à présent, que l'intervalle établi dans les derniers temps entre les Fougères et les Marattiacées n'a pas été diminué, mais au contraire élargi, par la connaissance de la génération sexuée de ces dernières.

Toutefois, le moment n'est pas encore venu de trancher définitivement la question des affinités; il faut attendre, pour prendre une décision à cet égard, que nous connaissions la formation de l'embryon et les premiers stades du développement de la génération asexuée ou sporifère. Alors seulement on pourra donner aux Marattiacées une place fixe dans le système.

EXPLICATION DES FIGURES.

Le grossissement est partout indiqué vers le bas des figures, à droite.

Pl. V.

Dans les figures de cette planche, *h* signifie rhizoïde, *t* cellule terminale, et *ex* exospore ou exospore + périspore.

Les fig. 6—27 sont toutes dessinées d'après des prothalles issus de spores bilatérales, les fig. 28—33 d'après des prothalles nés de spores radiaires.

Fig. 1, 2, 3 et 4. *M. fraxinea* Sm. Fig. 1 et 2. Spore bilatérale, *l* longueur, *b* largeur, *d* épaisseur. Fig. 3. Spore radiaire. Fig. 4. Coupe de la spore; *end.* endospore, *ex. i* et *ex. e* couches intérieure et extérieure de l'exospore.

Fig. 5. *A* et *B*. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Coupes de la spore; *end.* endospore, *ex. i* et *ex. e* couches intérieure et extérieure de l'exospore, *per.* périspore.

Fig. 6, 7 et 8. *M. fraxinea* Sm. Prothalle composé de 2, 3 et 4 cellules.

Fig. 9 et 10. *M. Kaulfussii* J. Sm. Fig. 9. Prothalle à 5 cellules. Fig. 10. Prothalle plus avancé, mais encore très jeune.

Fig. 11, 12 et 13. *M. fraxinea* Sm. Dans la fig. 11 la cellule terminale *t* s'est déjà rajeunie cinq fois, dans la fig. 12 neuf fois, dans la fig. 13 huit fois; dans le quadrant *pqs* de la fig. 13, le rajeunissement de la cellule terminale a déjà cessé; après trois renouvellements de cette cellule, il s'est formé une cloison tangentielle *t'*.

Fig. 14. *M. Kaulfussii* J. Sm. Un des quatre groupes de cellules a déjà pris la forme en cœur (on s'est contenté d'en dessiner le contour); on voit encore très distinctement que les groupes de cellules sont dérivés de 4 cellules-quadrants; dans deux de ces groupes il y a des cellules terminales *t* et *t'*.

Fig. 15, 16, 17, 18, 19 et 20. *M. fraxinea* Sm. Prothalles composés de 1, 2, 3, 4, 6 et 8 cellules; dans la fig. 20, les cellules-octants supérieures sont marquées des lettres *a*, *b*, *c* et *d*.

Fig 21. *A* et *B*. *M. Kaulfussii* J. Sm. La même cellule porte la même lettre dans les deux figures; les cellules *b'*, *c'*, *c''* et *d''* sont nées des cellules-octants supérieures *b*, *c* et *d* (voir la fig. précédente); la cellule-octant *a* est restée indivise.

Fig. 22 et 23. *M. fraxinea* Sm. Dans la fig. 22, la cellule terminale *t* de l'octant *pqs* s'est rajeunie six fois. Dans la fig. 23, *a*, *b* et *c* sont trois plans celluleux (voir le texte).

Fig. 24, 25 et 26. *M. Kaulfussii* J. Sm. Fig. 24 et 25. *a* plan celluleux, *b* filament celluleux (voir le texte). Fig. 26. Prothalle irrégulier (voir également le texte).

Fig. 27. *M. fraxinea* Sm. Prothalle filamenteux.

Fig. 28, 29 et 30. *A. pruinosa* Kze. Prothalles composés de 1, 2 et 3 cellules.

Fig. 31, 32 et 33. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Fig. 31, prothalle à quatre cellules. Fig. 32 et 33, prothalle plus avancé avec cellule terminale *t*, vu par la face supérieure et par la face inférieure.

Pl. VI.

Dans les figures de cette planche, *h* signifie rhizoïde, *an* anthéridie, *ar* archégone, et *ex* exospore ou exospore + périspore. Les fig. 34, 41 et 43 sont dessinées d'après des prothalles provenus de spores bilatérales, les fig. 37—40, 42, 44—52 d'après des prothalles nés de spores radiaires. Les figures 58—64 sont vues d'en haut. Les chiffres 1, 2, etc. qu'on voit dans les figures 58 et 59 indiquent l'ordre de production des cloisons dans les cellules externes des anthéridies.

Fig. 34. *M. fraxinea* Sm. Prothalle unicellulaire, à chlorophylle pariétale *c* contenant des granules d'amidon.

Fig. 35 et 36. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Fig. 35 spore bilatérale, Fig. 36 spore radiaire.

Fig. 37. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Prothalle unicellulaire, à chlorophylle pariétale *c* mêlée de granules amylacés; le rhizoïde *h* contient des grains de chlorophylle, qui disparaissent plus tard.

Fig. 38, 39, 40 et 41. *A. pruinosa* Kze. Prothalles à 2, 3, 4 et 8 cellules; dans la fig. 41 les cellules-octants supérieures sont marquées des lettres *a*, *b*, *c* et *d*.

Fig. 42 *A—C*. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. La même cellule porte la même lettre dans les trois figures; les cellules *c'*, *d'*, *d''* et *d'''* sont provenues des cellules-octants supérieures *c* et *d* (voir la fig. précédente); les cellules-octants *a* et *b* sont restées indivises.

Fig. 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51 et 52. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Voir l'explication de toutes ces figures dans le texte. Fig. 50, 51 et 52 sont des prothalles filamenteux; dans la fig. 50, le développement en plan celluleux a commencé après la formation de la 3e cloison transversale; dans les fig. 51, 52, les 4 cellules supérieures du filament ont déjà donné naissance à un corps celluleux.

Fig. 53. *M. fraxinea* Sm. Prothalle vu par la face inférieure; au sommet 5 anthéridies *an*; la face supérieure ne porte pas d'anthéridies.

Fig. 54. *M. Weinmanniaefolia* Liebm. Prothalle plus avancé, vu par la face

inférieure; au sommet 3 archégones *ar*; à part cela, on ne trouve que des anthéridies *an*, aussi entre les rhizoïdes *h*; à la partie inférieure de la face supérieure il y a aussi quelques anthéridies.

Fig. 55 *A* et *B*. *A*. *pruinosa β hypoleuca* Miq. Prothalle adulte, *A* vu par la face inférieure, *B* vu par la face supérieure. Le coussinet celluleux, qui forme à la face inférieure *A* une saillie hémisphérique, est entièrement couvert d'archégones *ar*; on trouve aussi encore des archégones *ar* un peu plus bas, entre les rhizoïdes *h*, qui justement ici sont très abondants, bien que la figure, pour ne pas nuire à la clarté, n'en indique qu'un petit nombre; plus bas, on trouve entre les rhizoïdes *h* des anthéridies *an*. A la face supérieure *B* il n'existe que des anthéridies *an*, pas d'archégones.

Fig. 56 *A* et *B*. *A*. *pruinosa β hypoleuca* Miq. Prothalle plus âgé, *A* face inférieure, *B* face supérieure. La partie fortement saillante de la face inférieure *A* est entièrement chargée d'archégones *ar*, aussi entre les rhizoïdes *h*, dont un petit nombre seulement sont représentés. A la face supérieure *B*, on voit vers le bas des anthéridies *an*, vers le haut deux éminences verruqueuses portant des archégones *ar*.

Fig. 57 *A* et *B*. *M*. *Weinmanniaefolia* Liebm. Prothalle très vieux, *A* face inférieure, *B* face supérieure. La partie fortement saillante de la face inférieure *A* est couverte presque tout entière d'archégones *ar*; un très petit nombre d'anthéridies *an* se voient à la partie tout à fait inférieure, là où les rhizoïdes, que la figure n'indique pas tous, sont aussi le plus abondants. Près du sommet, là où la partie fortement saillante s'est bifurquée, il s'est développé de nombreux rhizoïdes nouveaux, qui toutefois ont été omis dans la figure, pour ne pas la charger. Sur la face supérieure *B*, on trouve en bas une couple d'anthéridies *an*, en haut une éminence verruqueuse portant des archégones *ar*.

Fig. 58. *M*. *Verschaffeltiana* De Vriese. Fragment marginal du sommet d'un prothalle, montrant tous les états de développement de la cellule externe des anthéridies; dessiné après traitement par l'alcool et la potasse.

Fig. 59. *A*. *pruinosa* Kze. Fragment d'un prothalle, montrant deux cellules externes d'anthéridies; dessiné après traitement par l'alcool et la potasse.

Fig. 60. *M*. *fraxinea* Sm. Deux cellules de la surface d'un prothalle; *p* cellule proembryonnaire ordinaire, avec chlorophylle et amidon; *a* cellule mère d'une anthéridie, dont le contenu se contracte.

Fig. 61, 62, 63 et 64. *M*. *fraxinea* Sm. Cellules externes (d'anthéridies), qui se sont divisées une, deux, trois et quatre fois. Dans la fig. 62, *m* sont des cellules de manteau (voir le texte).

Pl. VII.

Les figures 65—82 sont toutes vues d'en haut. Les chiffres 1, 2, etc., inscrits sur beaucoup de ces figures, marquent l'ordre de formation des cloisons dans les cellules externes des anthéridies.

Fig. 65, 66, 67, 68 et 69. *M. fraxinea* Sm. Cellules externes (d'anthéridies), qui se sont divisées quatre fois et trois fois; dans les fig. 65, 66 et 67 la cellule operculaire a disparu.

Fig. 70. *M. Weinmanniaefolia* Liebm. Cellule externe (d'une anthéridie) divisée cinq fois.

Fig. 71, 72, 73 et 74. *M. Kaulfussii* J. Sm. Fig. 71 et 72, cellules externes (d'anthéridies), qui se sont divisées cinq fois. Fig. 73 et 74, dessinées après traitement par l'alcool et la potasse (voir le texte).

Fig. 75, 76, 77, 78, 79 et 80. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Dans la fig. 75, *p* est une cellule proembryonnaire ordinaire, *a* la cellule mère d'une anthéridie, dont le contenu s'est contracté. Fig. 76 *A* et 77 *A* cellule externe, Fig. 76 *B* et 77 *B* cellule centrale d'une jeune anthéridie. Fig. 78, 79 et 80 cellules externes, qui se sont divisées deux, trois et quatre fois; dans les fig. 79 et 80, la cellule operculaire s'est détachée, et dans la fig. 80 elle repose encore sur une des autres cellules (*d*).

Fig. 81 et 82. *A. pruinosa* Kze. Cellules externes (d'anthéridies) qui se sont divisées quatre fois.

Fig. 83. *M. Kaulfussii* J. Sm., Fig. 84 *M. fraxinea* Sm., Fig. 85 *A. pruinosa* Kze et Fig. 86. *M. Kaulfussii* J. Sm. Cellules centrales d'anthéridies, vues d'en haut, entourées de cellules de manteau *m*; dessinées après traitement par la potasse.

Fig. 87. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Coupe d'un prothalle contenant une jeune anthéridie; *b* cellule externe; au-dessous de celle-ci, la cellule centrale, qui s'est déjà divisée un grand nombre de fois et qui est entourée de cellules de manteau *m*.

Fig. 88 et 89. *M. fraxinea* Sm. Coupes de prothalles contenant des anthéridies. Fig. 88 *b* cellule externe; au-dessous de celle-ci, la cellule centrale, avec les cellules mères des spermatozoïdes, qui sont déjà arrondies; la cellule centrale est entourée de cellules de manteau. Fig. 89 anthéridie ouverte, avec cellule externe *b*; la cellule operculaire est tombée, de sorte que les cellules mères des spermatozoïdes ont déjà quitté en majeure partie la cellule centrale; *m* cellules de manteau.

Fig. 90. *A. pruinosa* Kze. Coupe d'une anthéridie vide *an*; *b* cellule externe; la cellule operculaire est tombée; *m* cellules de manteau.

Fig. 91. *A. A. pruinosa β hypoleuca* Miq. et Fig. 91 *B. M. Weinmanniaefolia* Liebm. Spermatozoïdes.

Fig. 92, 93, 94 et 95. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Fig. 92. Archégone, vu de côté; *p* parois externes de cellules proembryonnaires. Fig. 93. Deux archégones accolés, vus d'en haut; celui de droite a 5 rangées de cellules du col. Fig. 94. Fragment de prothalle, dans lequel une cellule mère d'un archégone, à contenu contracté; vu d'en haut. Fig. 95. Fragment de prothalle avec deux jeunes archégones, vu d'en haut; *ar* cellule du col indivise, *ar'* cellule du col divisée.

Fig. 96 et 97. *M. Weinmanniaefolia* Liebm. Fragments de prothalles avec jeunes archégones, vus d'en haut; la cellule du col est déjà divisée en quatre. Dans la fig. 97, les noyaux ont quitté les angles internes des cellules, pour se rapprocher du centre.

Fig. 98, 99, 100 et 101. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Fig. 98. Fragment de prothalle avec archégone plus développé, vu d'en haut. Fig. 99. Coupe d'un prothalle avec archégone très jeune; *hc* cellules du col, chacune avec un noyau; *c* cellule centrale. Fig. 100. Coupe d'un prothalle avec jeune archégone; *m* cellules de manteau; *b* cellule ventrale; *hkc* cellule de canal du col; *hc* cellules du col, 3 à droite, 2 à gauche, chacune avec un noyau. Fig. 101. Coupe d'un prothalle avec archégone plus développé; *m* cellules de manteau, manquant en partie; *e* oosphère; *bkc* cellule ventrale du canal, *hkc* cellule de canal du col; *hc* cellules du col, trois dans chaque rangée, chacune avec un noyau.

Fig. 102. *M. fraxinea* Sm. et Fig. 103. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Coupes d'archégones adultes, mais encore fermés; dessinés après traitement par la potasse. Fig. 102. Les cellules de manteau *m* existent toutes; *e* oosphère; *bkc* cellule ventrale du canal; *o.hkc* et *b.hkc* cellules de canal du col, inférieure et supérieure; *hc* cellules du col, à gauche 5, à droite 4. Fig. 103. Cellules de manteau manquant en partie; de même que dans la fig. précédente, on trouve ici une oosphère, une cellule ventrale du canal et une cellule inférieure et supérieure de canal du col; 3 cellules du col à gauche, 4 à droite.

Fig. 104. *M. fraxinea* Sm. Coupe parallèle à la surface d'un prothalle, vue d'en haut, avec un archégone ouvert, dont les cellules supérieures du col (qui n'existent plus toutes) se sont réfléchies; toutes les cellules du col possèdent un noyau. Sur l'oosphère reposent deux spermatozoïdes.

Fig. 105. *A. pruinosa β hypoleuca* Miq. Coupe d'un prothalle, avec un archégone ouvert attendant la fécondation; les cellules du col (à gauche 3, à droite 4) se sont réfléchies. L'oosphère s'est arrondie et contient un noyau et de l'amidon. Le contenu des autres cellules n'est pas indiqué; *m* cellules de manteau.

SUR LA DIFFÉRENTIATION

DE QUELQUES

INTÉGRALES ELLIPTIQUES

PAR RAPPORT AU MODULE OU à UNE FONCTION DU MODULE,

PAR

D. BIERENS DE HAAN.

Qu'on ait à étudier les propriétés d'une fonction établie au moyen d'une intégrale soit définie, soit indéfinie, ou qu'il s'agisse de l'évaluation même de ces intégrales, toujours, parmi les méthodes propres à ces buts si différents, la méthode de Leibnitz, appelée „*differentiatio de curva in curvam*", joue un rôle éminent. Cette différentiation sous le signe d'intégration, par rapport à quelque constante, mène alors bien souvent à des résultats d'une grande importance et d'une grande utilité. Tel est le cas surtout lorsqu'il devient possible d'appliquer la différentiation réitérée, soit sous forme directe, soit sous forme récurrente: alors les théorèmes de la différentiation réitérée sont d'un usage fécond; là où ils nous manquent, le théorème de Leibnitz nous aidera encore maintes fois.

Pour les intégrales elliptiques, les résultats de la différenti-

ation par rapport à une constante n'avaient pas encore été donnés. Une recherche de tout autre nature m'ayant forcé de m'occuper incidemment de cette question, j'ai obtenu les résultats suivants pour les intégrales où entre, comme facteur ou dénominateur, l'expression $\sqrt{1-p^2 \sin^2 x}$ ou l'expression $\sqrt{1+p^2 \sin^2 x}$.

2. En premier lieu on trouve

$$\frac{d}{d(p^2)} E(p.x) = \frac{d}{d(p^2)} \int_0^x dx \sqrt{1-p^2 \sin^2 x} =$$

$$= \int_0^x \tfrac{1}{2} dx \frac{-\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2 \sin^2 x}} = -\tfrac{1}{2} \int_0^x \frac{\sin^2 x\, dx}{\sqrt{1-p^2 \sin^2 x}},$$

$$\frac{d}{d(p^2)} F(p.x) = \frac{d}{d(p^2)} \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1-p^2 \sin^2 x}} =$$

$$= \int_0^x (-\tfrac{1}{2})\, dx \frac{-\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2 \sin x^2}^3} = \tfrac{1}{2} \int_0^x \frac{\sin^2 x\, dx}{\sqrt{1-p^2 \sin^2 x}^3}.$$

Pour réduire ces résultats et d'autres analogues à des intégrales elliptiques, considérons l'intégrale

$$\int_0^x \frac{\sin^a x\, dx}{\Delta(p.x)^b}$$

suivant l'expression connue $\Delta(p.x) = \sqrt{1-p^2 \sin x}$. D'abord il faut qu'ici b soit impair $= 2b+1$, puisque pour b pair l'on retomberait sur des intégrales rationnelles goniométriques, et non sur des intégrales elliptiques. Encore, il faut que a soit pair, car pour a impair $= 2a+1$, l'intégrale

$$\int_0^x \frac{\sin^{2a} x \,.\, \sin x\, dx}{\sqrt{(1-p^2 \sin^2 x)}^{2b+1}}$$

donnerait lieu à la substitution $\cos x = y$, ce qui nous fournirait

$$-\int_0^{\cos x} \frac{(1-y^2)^a\,dy}{(1-p^2-p^2\,y^2)^{b+\frac{1}{2}}},$$

intégrale algébrique irrationnelle. Or, pour le cas de $a=2a$ et $b=2b+1$, l'on peut agir comme suit.

La méthode d'intégration par parties ne mène pas directement au but, par conséquent il faut différentier quelque fonction appropriée. On peut y faire usage du principe suivant, où y et z sont toutes deux des fonctions de x.

Supposons que nous voulions chercher une formule de réduction pour l'intégrale $\int \frac{y^a\,dx}{z^b}$, et que la méthode d'intégration par parties ne nous conduise à aucun résultat utile. Alors, si l'on prend pour la fonction à différentier $\frac{y^{a+1}\,z'}{z^{b-1}}$, la différentiation logarithmique fournira

$$\frac{d}{dx}\cdot\frac{y^{a+1}z'}{z^{b-1}}=\frac{y^{a+1}z'}{z^{b-1}}\left[(a+1)\frac{y'}{y}+\frac{z''}{z'}-(b-1)\frac{z'}{z}\right]=$$

$$=\frac{y^a}{z^b}\left[(a+1)\,y'\,z'\,z+y\,z''\,z-(b-1)\,y\,z'^2\right]=$$

$$=\frac{y^a}{z^b}\left[(a\,y'\,z-b\,y\,z')\,z'+y'\,z'\,z+y\,z''\,z+y\,z'^2\right]=$$

$$=\frac{y^a}{z^b}\left[(a\,y'\,z-b\,y\,z')\,z'+\frac{d}{dx}(y\,z'\,z)\right]\ldots\ldots\ldots\ldots(\alpha)$$

Et maintenant cette méthode sera applicable, aussitôt que l'on pourra développer le facteur polynôme au second membre suivant des puissances ascendantes, soit de y, soit de z, en y permettant encore y^0 ou z^0. Car le premier membre est une différentielle exacte; donc l'intégration du second membre fournira une série de quelques intégrales de même famille, ce qui conduira aisément à la formule de réduction que l'on cherche.

Ici cette méthode donne

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{\sin^{2a+1}x\,.\,\cos x}{(1-p^2\sin^2 x)^{b-\frac{1}{2}}}\right]=\frac{\sin^{2a+1}x\,.\,\cos x}{(1-p^2\sin^2 x)^{b-\frac{1}{2}}}\left[(2a+1)\frac{\cos x}{\sin x}+\right.$$

$$\left.+\frac{-\sin x}{\cos x}-(b-\tfrac{1}{2})\frac{-p^2\,2\sin x\,.\,\cos x}{1-p^2\sin^2 x}\right]=$$

$$=\frac{\sin^{2a}x}{(1-p^2\sin^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}\Big[\{(2a+1)\cos^2 x-\sin^2 x\}(1-p^2\sin^2 x)+$$

$$+(2b-1)p^2\sin^2 x\,.\,\cos^2 x\Big]=$$

$$=\frac{\sin^{2a}x}{(1-p^2\sin^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}\Big[\{(2a+1)-2(a+1)\sin^2 x\}(1-p^2\sin^2 x)+$$

$$+(2b-1)p^2\sin^2 x(1-\sin^2 x)\Big],$$

et, réduisant le terme polynôme au second membre, entre crochets, suivant les puissances de $(1-p^2\sin^2 x)$,

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{\sin^{2a+1}x\,.\,\cos x}{(1-p^2\sin^2 x)^{b-\frac{1}{2}}}\right]=$$

$$=\frac{1}{p^2}\frac{\sin^{2a}x}{(1-p^2\sin^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}\Big[(2a-2b+3)(1-p^2\sin^2 x)^2+$$

$$+2\{(2-p^2)(b-1)-(1-p^2)a\}(1-p^2\sin^2 x)-(1-p^2)(2b-1)\Big],\ .\ (\beta)$$

ou, lorsqu'on développe le même polynôme suivant les puissances de $\sin^2 x$,

$$\frac{d}{dx}\left[\frac{\sin^{2a+1}x\,.\,\cos x}{(1-p^2\sin^2 x)^{b-\frac{1}{2}}}\right]=$$

$$=\frac{\sin^{2a}x}{(1-p^2\sin^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}\Big[(2a+1)-\{(1+p^2)(a+1)-p^2 b\}2\sin^2 x+$$

$$+(2a-2b+3)p^2\sin^4 x\Big];\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (\gamma)$$

L'on voit aisément, que le but proposé est atteint. Car par la première réduction (β) on trouve par intégration, entre les limites 0 et x, que la fonction au premier membre s'évanouit pour la limite $x=0$; lorsque ensuite on tire du second membre la première intégrale, il vient

$$\int_0^x \frac{\sin^{2a} x\, d x}{(1-p^2 \sin^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}=\frac{1}{(1-p^2)(2b-1)}\left[-\frac{\sin^{2a+1} x \,.\, \cos x}{(1-p^2 \sin^2 x)^{b-\frac{1}{2}}}+\right.$$

$$+2\{(2-p^2)(b-1)-(1-p^2)a\}\int_0^x \frac{\sin^{2a} x\, d x}{(1-p^2 \sin^2 x)^{b-\frac{1}{2}}}+$$

$$\left.+(2a-2b+3)\int_0^x \frac{\sin^{2a} x\, d x}{(1-p^2 \sin^2 x)^{b-\frac{3}{2}}}\right], \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(I)}$$

véritable formule de réduction, puisque le paramètre variable, qui est ici la puissance b au dénominateur, s'abaisse chaque fois de l'unité.

De même, on peut employer la seconde réduction (γ). Mais ici l'intégrale à évaluer contient la puissance $2a+4$ de *sin*; donc il faut auparavant changer a en $a-2$; puis intégrer entre les limites 0 et x de x, ce qui annule le terme au premier membre pour $x=0$; enfin on peut déduire la dernière intégrale au second membre. On trouve ainsi

$$\int_0^x \frac{\sin^{2a} x\, d x}{(1-p^2 \sin^2)^{b+\frac{1}{2}}}=\frac{1}{(2a-2b-1)p^2}\left[\frac{\sin^{2a-3} x \,.\, \cos x}{(1-p^2 \sin^2 x)^{b-\frac{1}{2}}}+\right.$$

$$+\{(1+p^2)(a+1)-p^2 b\}\, 2\int_0^x \frac{\sin^{2a-2} x\, d x}{(1-p^2 \sin^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}-$$

$$\left.-(2a-3)\int_0^x \frac{\sin^{2a-4} x\, d x}{(1-p^2 \sin^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}\right], \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(II)}$$

de nouveau une formule de réduction, mais où le paramètre,

variable se trouve au numérateur, et s'amoindrit de deux unités chaque fois.

La première formule (I) contient pour $b=1$ les intégrales

$$\int_0^x sin^{2a} x\, d\,x \sqrt{1-p^2\, sin^2\, x} \quad \text{et} \quad \int_0^x \frac{sin^{2a}\, x\, d\, x}{\sqrt{1-p^2 sin^2 x}}.$$

Si l'on veut en déterminer la valeur au moyen de l'autre formule (II), on trouve pour $a=1$ et $a=0$,

$$\int_0^x sin^2 x\, d\, x\, (1-p^2\, sin^2\, x)^{\pm\frac{1}{2}} \quad \text{et} \quad \int_0^x d\,x\,(1-p^2\, sin^2\, x)^{\pm\frac{1}{2}};$$

et par conséquent immédiatement

$$\int_0^x d\,x \sqrt{1-p^2\, sin^2\, x} = E\,(p\,.\,x), \quad \dots\dots\dots\dots \quad (1)$$

$$\int_0^x \frac{d\,x}{\sqrt{1-p^2\, sin^2\, x}} = F\,(p\,.\,x), \quad \dots\dots\dots\dots \quad (2)$$

$$\int_0^x \frac{sin^2\, x\, d\, x}{\sqrt{1-p^2\, sin^2\, x}} = \frac{1}{p^2}\int_0^x \frac{1-(1-p^2\, sin^2\, x)}{\sqrt{1-p^2\, sin^2\, x}}\, dx =$$

$$= \frac{1}{p^2}\Big[F\,(p\,.\,x) - E\,(p\,.\,x)\Big] \quad \dots\dots\dots\dots \quad (3)$$

Pour la quatrième intégrale, il faut supposer $a=2$ dans la formule (II); après l'introduction de l'intégrale (3) on obtient

$$\int_0^x \frac{sin^4\, x\, d\, x}{\sqrt{1-p^2 sin^2 x}} = \frac{1}{3p^4}\Big[p^2\, sin\, x\,.\, cos\, x \sqrt{1-p^2\, sin^2\, x} +$$

$$+ (2+p^2)\, F\,(p\,.\,x) - 2\,(1+p^2)\, E\,(p\,.\,x)\Big], \quad \dots\dots \quad (4)$$

et ainsi l'on a

$$\int_0^x \sin^2 x\, dx \sqrt{1-p^2\sin^2 x} = \int_0^x \frac{1-p^2\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}} \sin^2 x\, dx =$$

$$= \frac{1}{3p^2}\Big[-p^2 \sin x \,.\, \cos x \sqrt{1-p^2\sin^2 x} +$$

$$+ (1-p^2)\, F(p\,.\,x) - (1-2p^2)\, E(p\,.\,x)\Big] \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (5)$$

Quant aux premières formules de ce paragraphe, on a encore par la formule (I) pour $a=1$, $b=1$,

$$\int_0^x \frac{\sin^2 x\, dx}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^{\,3}} = \frac{1}{1-p^2}\Big[-\frac{\sin^3 x\,.\cos x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}} - 2(1-p^2)\int_0^x \frac{\sin^2 x\, dx}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}} +$$

$$+ 3\int_0^x \sin^2 x\, dx \sqrt{1-p^2\sin^2 x}\Big],$$

ou, par les intégrales (3) et (5),

$$= \frac{1}{p^2(1-p^2)}\Big[-\frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\, p^2 \sin x.\cos x - (1-p^2) F(p.x) + E(p.x)\Big]. \; (6)$$

3. Or, ces évaluations nous suffiront pour pouvoir calculer les premières formules du paragraphe précédent; car celles-ci deviennent, par l'intermédiaire des intégrales (3) et (6),

$$\frac{d}{d(p^2)} E(p\,.\,x) = \frac{1}{2p^2}\Big[E(p\,.\,x) - F(p\,.\,x)\Big], \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (a)$$

$$\frac{d}{d(p^2)} F(p\,.\,x) = \frac{1}{2p^2(1-p^2)}\Big[E(p\,.\,x) - (1-p^2)\, F(p\,.\,x) -$$

$$- \frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\, p^2 \sin x \,.\, \cos x\Big]; \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (b)$$

ou, lorsqu'on introduit la notation symbolique des opérations, ce qui est ici d'une grande clarté,

$$\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]E(p\,.\,x)=F(p\,.\,x), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (c)$$

$$\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]F(p.x)=\frac{1}{1-p^2}\left[E(p.x)-\frac{1+(1-p^2)sin^2x}{\sqrt{1-p^2\,sin^2 x}}p^2 sinx.cosx\right].(d)$$

4. Quand on veut traiter les intégrales analogues, où sous le signe intégral se trouve l'irrationnelle $\sqrt{1+p^2\,sin^2\,x}$, il faut commencer par l'évaluation des expressions les plus simples

$$\frac{d}{d\,(p^2)}\int_0^x d\,x\sqrt{1+p^2\,sin^2\,x} \quad \text{et} \quad \frac{d}{d\,(p^2)}\int_0^x \frac{d\,x}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}}.$$

A cet effet, changeons p^2 en $-p^2$ dans les formules de réduction (I) et (II), de sorte qu'elles deviennent

$$\int_0^x \frac{sin^{2a}x\,d\,x}{(1+p^2 sin^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}=\frac{1}{(2b-1)(1+p^2)}\left[-\frac{sin^{2a+1}\,x\,.\,cos\,x}{(1+p^2\,sin^2\,x)^{b-\frac{1}{2}}}+\right.$$

$$+\,2\,\{(2+p^2)\,(b-1)-(1+p^2)\,a\}\int_0^x\frac{sin^{2a}\,x\,d\,x}{(1+p^2 sin^2\,x)^{b-\frac{1}{2}}}+$$

$$\left.+\,(2a-2b+3)\int_0^x\frac{sin^{2a}\,x\,d\,x}{(1+p^2\,sin^2 x)^{b-\frac{3}{2}}}\right], \quad \ldots\ldots\ldots \quad (III)$$

$$=\frac{1}{(2a-2b-1)\,p^2}\left[-\frac{sin^{2a-3}\,x\,.\,cos\,x}{(1+p^2\,sin^2\,x)^{b-\frac{1}{2}}}-\right.$$

$$-\,\{(1-p^2)\,(a-1)+p^2\,b\}\int_0^x\frac{sin^{2a-2}\,x\,d\,x}{(1+p^2\,sin^2\,x)^{b+\frac{1}{2}}}+$$

$$\left.+\,(2\,a-3)\int_0^x\frac{sin^{2a-4}\,x\,d\,x}{(1+p^2\,sin^2 x)^{b+\frac{1}{2}}}\right] \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (IV)$$

On se trouve ramené aux intégrales les plus simples de cette

famille, — où dans la réduction l'on a employé selon le besoin $x = \frac{1}{2}\pi - y$, —

$$\int_0^x dx\sqrt{1+p^2 \sin^2 x} = \int_{\frac{1}{2}\pi - x}^{\frac{1}{2}\pi} dy\sqrt{1+p^2\cos^2 y} =$$

$$= \int_{\frac{1}{2}\pi - x}^{\frac{1}{2}\pi} dy\sqrt{(1+p^2)-p^2\sin^2 y} = \sqrt{1+p^2}\int_{\frac{1}{2}\pi - x}^{\frac{1}{2}\pi} dy\sqrt{1-\frac{p^2}{1+p^2}\sin^2 y} =$$

$$= \sqrt{1+p^2}\left[E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right], \quad . \ (7)$$

$$\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} = \int_{\frac{1}{2}\pi - x}^{\frac{1}{2}\pi}\frac{dy}{\sqrt{1+p^2\cos^2 y}} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\int_{\frac{1}{2}\pi - x}^{\frac{1}{2}\pi}\frac{dy}{\sqrt{1-\frac{p^2}{1+p^2}\sin^2 y}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\left[F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right], \quad \ldots \quad \ldots \ (8)$$

$$\int_0^x \frac{\sin^2 x\, dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} = \frac{1}{p^2}\int_0^x \frac{(1+p^2\sin^2 x)-1}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\, dx =$$

$$= \frac{1}{p^2}\left[\int_0^x dx\,.\sqrt{1+p^2\sin^2 x} - \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\right],$$

ou, par l'intermédiaire des intégrales (7) et (8),

$$= \frac{1}{p^2\sqrt{1+p^2}}\left[(1+p^2)\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\} - \right.$$

$$\left.\left\{F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}\right] \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (9)$$

Poursuivons l'évaluation des intégrales suivantes, et supposons $a=2$, $b=0$ dans la formule de réduction (IV); nous trou-

vons, après l'introduction de la valeur des intégrales (8) et (9),

$$\int_0^x \frac{\sin^4 x\,dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} = \frac{1}{3p^2}\left[-\sin x.\cos x\sqrt{1+p^2\sin^2 x} - 2(1-p^2)\int_0^x \frac{\sin^2 x dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \right.$$

$$\left. + \int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\right] = \frac{1}{3p^4\sqrt{1+p^2}}\left[-p^2\sin x.\cos x\sqrt{1+p^2}\sqrt{1+p^2\sin^2 x} + \right.$$

$$+ (2-p^2)\left\{F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\} -$$

$$\left. -2(1-p^4)\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}\right] \ldots\ldots \quad (10)$$

Et maintenant l'on est à même d'évaluer l'intégrale suivante; la substitution des intégrales (9) et (10) introduit le facteur $(1+p^2)$, qui dès lors peut sortir d'entre les crochets et par suite donne le facteur $\sqrt{1+p^2}$,

$$\int_0^x \sin^2 x\,d\,x\sqrt{1+p^2\sin^2 x} = \int_0^x \frac{\sin^2 x + p^2\sin^4 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\,d\,x =$$

$$= \frac{1}{3p^2}\sqrt{1+p^2}\left[-p^2\sin x\,.\cos x\sqrt{\frac{1+p^2\sin^2 x}{1+p^2}} - \right.$$

$$-\left\{F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\} +$$

$$\left. + (1+2p^2)\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}\right]; \ldots \quad (11)$$

Encore la formule de réduction (III) donne pour $a=1$ et $b=1$

$$\int_0^x \frac{\sin^2 x\,d\,x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3} = \frac{1}{1+p^2}\left[-\frac{\sin^3 x\,.\cos x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} - \right.$$

$$\left. -2(1+p^2)\int_0^x \frac{\sin^2 x\,d\,x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + 3\int_0^x \sin^2 x\,d\,x\sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right],$$

qui devient, par la substitution des intégrales (9) et (12) que l'on vient de trouver,

$$\int_0^x \frac{\sin^2 x\, dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3} = \frac{1}{p^2\sqrt{1+p^2}}\Big[-\frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\cdot\frac{p^2\sin x.\cos x}{\sqrt{1+p^2}} +$$

$$+F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right) - E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) +$$

$$+E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\Big] \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

5. Ces résultats suffisent pour trouver les formules de différentiation que l'on cherche à l'égard de ces intégrales qui correspondent aux intégrales elliptiques. Or, par la substitution des intégrales (7) et (8) on obtient, en faisant usage des intégrales (9) et (12), les résultats suivants.

$$\frac{d}{d(p^2)}\left[\sqrt{1+p^2}\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}\right] =$$

$$= \frac{d}{d(p^2)}\int_0^x dx\sqrt{1+p^2\sin^2 x} = \tfrac{1}{2}\int_0^x \frac{\sin^2 x\, dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} =$$

$$= \frac{1}{2p^2\sqrt{1+p^2}}\Big[(1+p^2)\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\} -$$

$$-\left\{F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}\Big], \ldots\ldots \quad (e)$$

$$\frac{d}{d(p^2)}\left[\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\left\{F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}\right] =$$

$$= \frac{d}{d(p^2)}\int_0^x \frac{dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} = -\tfrac{1}{2}\int_0^x \frac{\sin^2 x\, dx}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3} =$$

$$= \frac{1}{2p^2\sqrt{1+p^2}}\left[\frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\frac{p^2 \sin x \,.\, \cos x}{\sqrt{1+p^2}} + \right.$$

$$+E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)-F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)+$$

$$\left.+F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right], \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (f)$$

qui nous mènent aisément à la formule symbolique

$$\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left[\sqrt{1+p^2}\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-\right.\right.$$

$$\left.\left.-E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}\right]=\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\left[F\left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\right)-\right.$$

$$\left.-F\left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right], \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (g)$$

$$\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left[\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\left\{F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}\right]=$$

$$=\frac{1}{1+p^2}\left[\sqrt{1+p^2}\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}+\right.$$

$$\left.+\frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}p^2\sin x\,.\,\cos x\right], \quad\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (h)$$

où l'on ne saurait méconnaître une certaine ressemblance avec les formules symboliques antérieures (c) et (d).

Supposons, pour faciliter l'expression des calculs,

$$F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)=F_1, \;.\;. \quad (\delta)$$

$$E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)=E_1, \;.\;. \quad (\varepsilon)$$

et effectuons la différentiation aux premiers membres de (e) et de (f) en les considérant comme des produits, il viendra

$$\sqrt{1+p^2}\frac{d}{d(p^2)}E_1+E_1\tfrac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}=\frac{1}{2p^2\sqrt{1+p^2}}\{(1+p^2)E_1-F_1\};$$

par conséquent

$$\sqrt{1+p^2}\frac{d}{d(p^2)}E_1=\frac{1}{2p^2\sqrt{1+p^2}}[E_1-F_1],$$

où $\frac{d}{d(p^2)}E_1=\frac{1}{2p^2(1+p^2)}[E_1-F_1]$ . . . . (e_1)

De même

$$=\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\frac{d}{d(p^2)}E_1+F_1\left(-\tfrac{1}{2}\right)\frac{1}{\sqrt{1+p^2}^{\,3}}=$$

$$=\frac{1}{2p^2\sqrt{1+p^2}}\left[\frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\frac{p^2\sin x.\cos x}{\sqrt{1+p^2}}+E_1-F_1\right],$$

par suite

$$\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\frac{d}{d(p^2)}F_1=$$

$$=\frac{1}{2p^2\sqrt{1+p^2}^{\,3}}\left[\frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}p^2\sin x.\cos x\sqrt{1+p^2}+(1+p^2)E_1-F_1\right],$$

ou bien

$$\frac{d}{d(p^2)}F_1=\frac{1}{2p^2(1+p^2)}\left[\frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}p^2\sin x.\cos x\sqrt{1+p^2}+\right.$$

$$\left.+(1+p^2)E_1-F_1\right],$$ . . . . (f_1)

d'où l'on conclut de nouveau aux formules symboliques

$$\left[1 - 2p^2(1+p^2)\frac{d}{d(p^2)}\right] E_1 = F_1 , \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (g_1)$$

$$\left[1 + 2p^2(1+p^2)\frac{d}{d(p^2)}\right] F_1 =$$

$$= \frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} p^2 \sin x.\cos x \sqrt{1+p^2} + (1+p^2)E_1 ; \ldots (h_1)$$

qui, en apparence plus simples que les équations différentielles antérieures (g) et (h), ont aussi quelque ressemblance avec les formules (c) et (d) du § 3.

6. Lorsqu'on applique l'opération $\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]$ à l'intégrale elliptique de la seconde espèce, on se trouve reporté vers une intégrale de la première espèce; au contraire, l'opération $\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]$, appliquée à l'intégrale de la première espèce, nous fournit de nouveau une intégrale de la deuxième espèce, sauf un facteur $\frac{1}{1-p^2}$ et une fonction goniométrique; ainsi qu'il s'ensuit des formules symboliques (c) et (d) du § 3.

En premier lieu il est clair que l'on pourra appliquer aux intégrales elliptiques de chaque espèce des opérations telles qu'il en résultera des intégrales de même espèce. Ainsi l'on trouvera ici, par l'application successive des opérations symboliques (c) et (d) du § 3,

$$[1-p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left[\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right] E(p.x) =\right.$$

$$= E(p.x) - p^2 \sin x.\cos x \left\{\sqrt{1-p^2\sin^2 x} + \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\right\} =$$

$$= E(p.x) - \sin x.\cos x \left\{ -(1-p^2)\sqrt{1-p^2\sin^2 x} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\right\}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (i)$$

lorsqu'on y tient compte de la manière dont le terme goniométrique dans la formule (*d*) se développe, c'est-à-dire à l'intégrale (*b*) du § 2. Or, aussitôt que l'on veut chercher une loi quelconque, il est utile en général de ne pas faire attention aux réductions postérieures, mais de remonter à la forme d'origine; et l'on verra, ici aussi, que cette forme originelle est la plus propre aux réductions suivantes. Cette formule (*i*) nous donnera ensuite

$$\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right][1-p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]E(p.x)=$$

$$=F(p.x)-p^2\sin x.\cos x\left\{-2\sqrt{1-p^2\sin^2 x}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}-\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^3}\right\}=$$

$$=F(p.x)-\sin x.\cos x\left\{-2p^2\sqrt{1-p^2\sin^2 x}+\right.$$

$$\left.+\frac{1+p^2}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}-\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^3}\right\}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (i_1)$$

et encore

$$[1-p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right][1-p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]E(p.x)=$$

$$=E(p.x)-p^2\sin x.\cos x\left\{(7-8p^2)\sqrt{1-p^2\sin^2 x}+\right.$$

$$\left.+\frac{4(1-p^2)+\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}-\frac{2+p^2}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^3}+\frac{3\cos^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^5}\right\}=$$

$$=E(p.x)-\sin x.\cos x\left\{-(1-7p^2+8p^4)\sqrt{1-p^2\sin^2 x}+\right.$$

$$\left.+\frac{1+4p^2-4p^4}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}+\frac{(3+p^2)(1-p^2)}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^3}+3\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^5}\right\}; . (i_2)$$

où les opérations que l'on a fait subir à l'intégrale elliptique

de seconde espèce nous mènent soit à une intégrale elliptique de la même espèce soit à une de la première espèce; outre des fonctions goniométriques, qui ici consistent en un facteur $\sin x \,.\, \cos x$ et en un autre qui est fonction de $\sqrt{1-p^2\sin^2 x}$.

On peut agir de la même manière à l'égard de l'intégrale elliptique de la première espèce; alors on se trouve conduit aux résultats suivants.

$$[1-p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]F(p\,.\,x)=$$

$$=E(p.x)-p^2\sin x.\cos x\left(\sqrt{1-p^2\sin^2 x}+\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\right)=$$

$$=E(p\,.\,x)-\sin x\,.\,\cos x\left\{-(1-p^2)\sqrt{1-p^2\sin^2 x}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\right\}, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (d)$$

$$\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right][1-p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]F(p\,.\,x)=$$

$$=F(p\,.\,x)-\sin x\,.\,\cos x\left\{-2p^2\sqrt{1-p^2\sin^2 x}+\right.$$

$$\left.+\frac{1+p^2}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}-\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^{\,3}}\right\}, \ldots\ldots\ldots\ldots (k)$$

$$[1-p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right][1-p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]F(p\,.\,x)=$$

$$=E(p\,.x)-\sin x\,.\cos x\left\{-(1-7p^2+8p^4)\sqrt{1-p^2\sin^2 x}+\right.$$

$$\left.+\frac{1+4p^2-4p^4}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}+\frac{(3+p^2)(1-p^2)}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^{\,3}}+3\,\frac{1-p^2}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^{\,5}}\right\}.(k_1)$$

Il n'est pas difficile, par les formules obtenues, de parvenir à des résultats plus généraux. A cette fin, désignons les opérations suivantes

$$[1-p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]=P\,..\,(\zeta)\text{, et }\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]=Q\,.\,(\eta);$$

et soit en général $\varphi(x)$ une fonction rationnelle de l'irrationnelle $\sqrt{1-p^2\,sin^2\,x}$; alors il suit directement des formules (i), (i_1) et (i_2), (d), (k) et (k_1),

$$[Q.P.Q\,..\,Q.P.Q]\;E(p.x)=F(p.x)+sin\,x.cos\,x.\varphi(x),\,..\,(i_3)$$

$$[P.Q.P\,..\,Q.P.Q]\;E(p.x)=E(p.x)+sin\,x.cos\,x.\varphi(x),\,..\,(i_4)$$

$$[P.Q.P\,..\,P.Q.P]\;F(p.x)=E(p.x)+sin\,x.cos\,x.\varphi(x),\,..\,(k_2)$$

$$[Q.P.Q\,..\,P.Q.P]\;F(p.x)=F(p.x)+sin\,x.cos\,x.\varphi(x)\,...\,(k_3)$$

Or, par cette voie nous n'arriverons pas à une expression générale pour la $\varphi(x)$; la comparaison de sa valeur dans les formules précédentes i_1, i_2, k, k_1 ne nous aide en rien ici; ni encore quand on tient séparés les termes, qui proviennent de de différentes opérations, et que l'on emploie toujours la formule de réduction simple

$$\frac{p^2\,sin^2\,x}{\sqrt{1-p^2\,sin^2\,x}^{\,2k+1}}=\frac{1-(1-p^2\,sin^2\,x)}{\sqrt{1-p^2\,sin^2\,x}^{\,2k+1}}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1-p^2\,sin^2\,x}^{\,2k+1}}-\frac{1}{\sqrt{1-p^2\,sin^2\,x}^{\,2k-1}},\,.\,.\,.\,.\,.\,(\vartheta)$$

pour réduire la fonction entre crochets, au second membre, à une fonction de $\sqrt{1-p^2sin^2x}$ seule.

Mais aussitôt que plus tard on passe aux intégrales elliptiques complètes, c'est-à-dire prises entre les limites 0 et $\frac{1}{2}\pi$, cette difficulté disparaît tout-à-fait, puisque la fonction φ de $\sqrt{1-p^2cos^2\,x}$ ne peut jamais devenir infinie, et qu'un des facteurs $sinx$ ou $cosx$ disparait toujours pour les limites $x=0$ ou $x=\frac{1}{2}\pi$. Par conséquent ce terme complémentaire s'évanouit tout-à-fait.

7. Passons aux mêmes considérations par rapport aux formules

différentielles, que nous avons trouvées au § 5, et supposons, pour plus de clarté,

$$\sqrt{1+p^2}\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}=E_2\,, \quad (i)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\left\{F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\cdot\frac{\pi}{2}-x\right)\right\}=F_2\,, \quad (k)$$

alors les formules (g) et (h) acquièrent la forme

$$\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]E_2=F_2\,, \quad \ldots\ldots (g)$$

$$[1+p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]F_2=E_2+p_2 sin.x cos x\left[\frac{sin^2 x}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}}+\right.$$

$$\left.+\sqrt{1+p^2 sin^2 x}\right]=E_2+sin\,x.cos\,x\left[(1+p^2)\sqrt{1+p^2 sin^2 x}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}}\right]=E_2+sin\,x\,.\,cos\,x\,\Psi(x)\,, \quad \ldots\ldots (h')$$

où la $\Psi\,(x)$ exprime une fonction rationnelle de l'irrationnelle $\sqrt{1+p^2 sin^2 x}$. Appliquons css opérations-là, encore une fois, mais réciproquement, il vient

$$[1+p^2]\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]E_2=E_2+sin\,x\,.\,cos\,x\,\Psi(x), \quad (l)$$

$$\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right][1+p^2]\left]1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]F_2=F_2+sin x.cos x\,\Psi\,(x), \quad . (m)$$

puisque les opérations à faire introduisent toujours le facteur $sin\,x\,.\,cos\,x$; d'autre part la formule de reduction

$$\frac{p^2 \sin^2 x}{\sqrt{1+p^2 \sin^2 x}^{2k+1}} = \frac{(1+p^2 \sin^2 x) - 1}{\sqrt{1+p^2 \sin^2 x}^{2k+1}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+p^2 \sin^2 x}^{2k-1}} - \frac{1}{\sqrt{1+p^2 \sin^2 x}^{2k+1}} \quad \ldots\ldots (\lambda)$$

rend l'autre facteur une fonction rationnelle de $\sqrt{1+p^2 \sin^2 x}$, c'est-à-dire une fonction $\Psi(x)$.

Maintenant on peut continuer l'application successive des opérations précédentes. A cet effet introduisons de nouveau des symboles; on peut garder le Q de (η) mais au lieu de P de (ζ) il faut prendre ici

$$[1+p^2]\left[1 + 2\,p^2\,\frac{d}{d(p^2)}\right] = P_1 \quad \ldots\ldots\ldots (\mu)$$

De telle manière on trouvera ici

$$[P_1 \,.\, Q \,.\, P_1 \,..\, Q \,.\, P_1 \,.\, Q]\; E_2 = E_2 + \sin x \,.\, \cos x\, \Psi(x), \,.\, (l_1)$$

$$[Q \,.\, P_1 \,.\, Q \ldots Q \,.\, P_1 \,.\, Q]\; E_2 = F_2 + \sin x \,.\, \cos x\, \Psi(x), \,.\, (l_2)$$

$$[Q \,.\, P_1 \,.\, Q \ldots P_1 \,.\, Q \,.\, P_1]\, F_2 = F_2 + \sin x \,.\, \cos x\, \Psi(x), \,.\, (m_1)$$

$$[P_1 \,.\, Q \,.\, P_1 \,..\, P_1 \,.\, Q \,.\, P_1]\, F_2 = E_2 + \sin x \,.\, \cos x\, \Psi(x). \; (m_2)$$

De même les formules (g_1) et (h_1) s'offrent-elles pour une réduction correspondante; mais alors il nous faut d'autres symboles d'opération, par exemple

$$\left[1 - 2\,p^2\,(1+p^2)\frac{d}{d(p^2)}\right] = R, \quad \ldots\ldots (\nu)$$

$$\left[\frac{1}{1+p^2}\right]\left[1 + 2\,p^2\,(1+p^2)\frac{d}{d(p^2)}\right] = S. \; \ldots (\xi)$$

Alors on a en premier lieu

$$[R]\, E_1 = F_1, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (g_1)$$

$$[S]\, F_1 = E_1 + \frac{1+(1+p^2) sin^2 x}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}} \frac{p^2 sin\, x \,.\, cos\, x}{\sqrt{1+p^2}} = E_1 +$$

$$+ \frac{p^2 sin\, x \,.\, cos\, x}{\sqrt{1+p^2}} \left\{ \frac{sin^2 x}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}} + \sqrt{1+p^2 sin^2 x} \right\} =$$

$$= E_1 + \frac{sin\, x . cos\, x}{\sqrt{1+p^2}} \left\{ (1+p^2)\sqrt{1+p^2 sin^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}} \right\} =$$

$$= E_1 + sin\, x \,.\, cos\, x\, \psi(x) ; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (h_1)$$

où $\psi(x)$ comme plus haut, sera une fonction rationnelle de $\sqrt{1+p^2 sin^2 x}$. Appliquons ces opérations encore une fois, mais réciproquement, c'est-à-dire R sur S, et S sur R, nous trouverons

$$[S \,.\, R]\, E_1 = E_1 + sin\, x \,.\, cos\, x\, \psi(x), \quad \ldots \quad (n)$$

$$[R \,.\, S]\, F_1 = F_1 + sin\, x \,.\, cos\, x\, \psi(x), \quad \ldots \quad (o)$$

et puis, en toute généralité

$$[S.R.S \ldots R.S.R]\; E_1 = E_1 + sin\, x \,.\, cos\, x\, \psi(x), \quad \ldots \quad (n_1)$$

$$[R.S.R \ldots R.S.R]\; E_1 = F_1 + sin\, x \,.\, cos\, x\, \psi(x), \quad \ldots \quad (n_2)$$

$$[R.S.R \ldots S.R.S]\; F_1 = F_1 + sin\, x \,.\, cos\, x\, \psi(x), \quad \ldots \quad (o_1)$$

$$[S.R.S \ldots S.R.S]\; F_1 = E_1 + sin\, x \,.\, cos\, x\, \psi(x). \quad \ldots \quad (o_2)$$

Toutes les formules de ce paragraphe souffrent de la même difficulté, que l'on ne sait pas déterminer généralement la fonction ψ, dont la loi est inconnue encore. Mais aussitôt que plus tard, on passe aux intégrales entre les limites 0 et $\frac{1}{2}\pi$, de sorte qu'elles deviennent des intégrales elliptiques complètes au module $\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}$, le terme complémentaire, dont on se plaignait, s'évanouit à cause des deux facteurs $sin\, x$ et $cos\, x$, dont l'un s'annulle à chaque limite 0 ou $\frac{1}{2}\pi$.

8. Encore une tout autre voie peut mener à des résultats non moins intéressants, quand on différentie la formule (a) encore une fois par rapport à p^2, et que l'on se permet l'usage des différentielles premières (a) et (b). Ainsi l'on trouvera

$$\frac{d}{d(p^2)} E(p.x) = \frac{-1}{2p^4}[E(p.x) - F(p.x)] +$$

$$+ \frac{1}{2p^2}\left[\frac{1}{2p^2}\{E(p.x) - F(p.x)\} - \frac{1}{2p^2(1-p^2)} \times\right.$$

$$\left.\times\left\{-\frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}} p^2 \sin x.\cos x - (1-p^2)F(p.x) + E(p.x)\right\}\right] =$$

$$= \frac{-1}{2p^4}[E(p.x) - F(p.x)] + \frac{1}{4p^4}\left[\frac{(1-p^2)-1}{1-p^2} E(p.x) + (1-1)F(p.x) +\right.$$

$$\left.+ \frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}} \frac{p^2 \sin x.\cos x}{1-p^2}\right] = \frac{1}{2p^4} F(p.x) -$$

$$-\frac{2(1-p^2)+p^2}{4p^4(1-p^2} E(p.x) + \frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}} \frac{\sin x.\cos x}{4p^2(1-p^2)}; \quad (p)$$

puis, en éliminant la fonction $F(p.x)$ au second membre à l'aide de la formule (a),

$$\left[\frac{d^2}{d(p^2)^2} + \frac{1}{p^2}\frac{d}{d(p^2)}\right] E(p.x) = \left\{\frac{1}{2p^4} - \frac{2-p^2}{4p^4(1-p^2)}\right\} E(p.x) +$$

$$+ \frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}} \frac{\sin x.\cos x}{4p^2(1-p^2)} = \frac{-p^2}{4p^4(1-p^2)} E(p.x) +$$

$$+ \frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}} \frac{\sin x.\cos x}{4p^2(1-p^2)};$$

d'où enfin

$$\left[4p^2(1-p^2)\frac{d^2}{d(p^2)^2}+4(1-p^2)\frac{d}{d(p^2)}+1\right]E(p.x)=$$

$$=\frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\sin x.\cos x=$$

$$=\left\{\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}+\sqrt{1-p^2\sin^2 x}\right\}\sin x.\cos x; \;.\;.\;(p_1)$$

où l'on n'a fait aucune réduction ultérieure dans le terme goniométrique, comme dans la formule (i), attendu que notre forme est plus propre au but. Car maintenant on peut aisément effectuer la différentiation de $n-2$ fois, au premier membre selon le théorème de Leibnitz, au second membre selon des formules connues (Voir e. o. mon Overzicht der Differ. Rekening, blz. 33, 34).

$$\left[\begin{array}{l}4p^2(1-p^2)\frac{d^n}{d(p^2)^n}+(n-2)4(1-2p^2)\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\frac{1}{2}(n-2)(n-3)4(-2)\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\\ \qquad +\quad 4(1-p^2)\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+(n-2)4(-1)\qquad\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + \qquad\qquad\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\end{array}\right]E(p.x$$

$$=\sin x.\cos x\left[\sin^2 x\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}+\frac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}}\frac{1}{2}\frac{-\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\right]$$

$$=\sin^3 x.\cos x\left[\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}-\frac{1}{2}\frac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}}\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\right];$$

ou bien, après réduction,

$$\left[4p^2(1-p^2)\frac{d_n}{d(p^2)^n}+4\{(n-1)-(2n-3)p^2\}\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\right.$$

$$\left.+\{1-4(n-2)^2\}\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\right]E(p.x)=$$

$$= sin^3\, x\,.\,cos\, x \left\{ \frac{(-1)^{n-2}\, 1^{n-2/2}\, (-\, sin^2\, x)^{n-2}}{2^{n-2}\, (1 - p^2\, sin^2\, x)^{n-\frac{3}{2}}} - \right.$$

$$\left. - \tfrac{1}{2}\, \frac{(-1)^{n-3}\, 1^{n-3/2}\, (-\, sin^2\, x)^{n-3}}{2^{n-3}\, (1 - p^2\, sin^2\, x)^{n-\frac{3}{2}}} \right\} =$$

$$= \frac{-\, sin^{2n-3}\, x\,.\,cos\, x}{(1 - p^2\, sin^2\, x)^{n-\frac{3}{2}}}\, \frac{1^{n-3/2}}{2^{n-2}} \left\{ 1 - (2n - 5 + p^2) sin^2 x \right\} \quad . \; . \; . \; (q)$$

Afin d'opérer de la même manière sur l'équation (b), écrivons-la

$$\frac{d}{d(p^2)} F\,(p\,.\,x) = M - \frac{1}{2p^2}\, F\,(p\,.\,x) + \frac{1}{2p^2(1-p^2)}\, E(p\,.\,x), \quad . \; . \; (b)$$

où l'on a pris

$$M = -\, \frac{1 + (1 - p^2)\, sin^2\, x}{\sqrt{1 - p^2\, sin^2\, x}}\, \frac{sin\, x\,.\,cos\, x}{2\,(1 - p^2)};$$

alors on trouvera, en différentiant encore une fois par rapport à p^2,

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}\, F\,(p\,.\,x) = \frac{d\, M}{d\,(p^2)} + \frac{1}{2p^4}\, F\,(p\,.\,x) - \frac{1 - 2\, p^2}{2p^4(1-p^2)^2}\, E(p.x) -$$

$$- \frac{1}{2p^2} \left\{ M - \frac{1}{2p^2}\, F\,(p\,.\,x) + \frac{1}{2\, p^2\, (1-p^2)}\, E\,(p\,.\,x) \right\} +$$

$$+ \frac{1}{2\, p^2\, (1-p^2)}\, \frac{1}{2p^2} \left\{ E\,(p\,.\,x) - F\,(p\,.\,x) \right\} =$$

$$= \frac{dM}{d\,(p^2)} - \frac{1}{2p^2}\, M + F\,(p\,.\,x) \left\{ \frac{1}{2p^4} + \frac{1}{4p^4} - \frac{1}{4p^4(1-p^2)} \right\} +$$

$$+ E\,(p\,.\,x) \left\{ - \frac{1 - 2\, p^2}{2p^4\,(1-p^2)^2} - \frac{1}{4p^4\,(1-p^2)} + \frac{1}{4p^4\,(1-p^2)} \right\} =$$

$$= \frac{dM}{d(p^2)} - \frac{1}{2p^2} M + \frac{2 - 3p^2}{4p^4(1-p^2)}\, F(p.x) - \frac{1 - 2\, p^2}{2p^4(1-p^2)^2}\, E\,(p.x), \; (r)$$

$$=\frac{-\sin x.\cos x}{4p^4(1-p^2)^2\sqrt{1-p^2\sin^2x}^3}\{(1-p^2)-(3-4p^2-p^4)(1-p^2\sin^2x)+$$

$$+2(1-p^2)^2(1-p^2\sin^2x)^2\}+$$

$$+\frac{2-3p^2}{4p^4(1-p^2)}F(p.x)-\frac{1-2p^2}{2p^4(1-p^2)^2}E(p.x)\;.\;.\;.\;.\;.\;(r_1)$$

Employons de nouveau la formule (b), pour éliminer $E\,(p\,.\,x)$ de (r); on obtient

$$\left[\frac{d^2}{d(p^2)^2}+\frac{1-2p^2}{p^2(1-p^2)}\frac{d}{d(p^2)}\right]F(p.x)=\frac{dM}{d(p^2)}+$$

$$+M\left\{-\frac{1}{2p^2}+\frac{1-2p^2}{p^2(1-p^2)}\right\}+F(p.x)\left\{\frac{2-3p^2}{4p^4(1-p^2)}-\frac{1-2p^2}{2p^4(1-p^2)}\right\}=$$

$$=\frac{dM}{d(p^2)}+\frac{1-3p^2}{2p^2(1-p^2)}M+\frac{p^2}{4p^4(1-p^2)}F(p.x);$$

d'où l'on déduit

$$\left[4p^2(1-p^2)\frac{d^2}{d(p^2)^2}+4(1-2p^2)\frac{d}{d(p^2)}-1\right]F(p.x)=$$

$$=4p^4(1-p^2)\frac{dM}{d(p^2)}+2(1-3p^2)R=$$

$$=\frac{\sin x.\cos x}{p^2\sqrt{1-p^2\sin^2x}^3}[1-(1+p^2)(1-p^2\sin^2x)+$$

$$+2p^2(1-p^2\sin^2x)^2]=$$

$$=\frac{\sin x.\cos x}{\sqrt{1-p^2\sin^2x}^3}[\sin^2x-(1-p^2\sin^2x)+2(1-p^2\sin^2x)^2]\;.\;(r_2)$$

Pour ces réductions, dans les dernières équations (r_1) et (r_2), l'on a fait usage du résultat suivant

$$\frac{d}{d(p^2)}M = -\tfrac{1}{2}\sin x.\cos x\,\frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{(1-p^2)\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\left\{\frac{-\sin^2 x}{1+(1-p^2)\sin^2 x}-\right.$$

$$\left.-\frac{-1}{1-p^2}-\tfrac{1}{2}\frac{-\sin^2 x}{1-p^2\sin^2 x}\right\}=$$

$$=-\tfrac{1}{2}\sin x.\cos x\,\frac{1+(1-p^2)\sin^2 x}{(1-p^2)\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\,\frac{2+(1-3p^2)\sin^2 x+(1-p^2)^2\sin^4 x}{2(1-p^2)(1-p^2\sin^2 x)\{1+(1-p^2)\sin^2 x\}}=$$

$$=\frac{-\sin x.\cos x}{4p^4(1-p^2)^2\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^{\,3}}\{(1-p^2)-(2-3p^2-p^4)(1-p^2\sin^2 x)+$$

$$+(1-p^2)^2(1-p^2\sin^2 x)^2\}.$$

Or, maintenant la formule (r_2) se trouve dans un état convenable pour être différentiée $(n-2)$ fois. Au premier membre il faut faire usage du théorème de Leibnitz, au second membre des formules citées. Ainsi nous trouverons ce qui suit.

$$\left[\begin{array}{l} 4p^2(1-p^2)\dfrac{d^n}{d(p^2)^n}+(n-2)4(1-2p^2)\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\tfrac{1}{2}(n-2)(n-3)4(-2)\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \\ \qquad +\quad 4(1-2p^2)\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+(n-2)4(-2)\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \\ \qquad\qquad -\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \end{array}\right]F(p.x)=$$

$$=\sin x.\cos x\,\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\left\{\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}^{\,3}}-\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}+\right.$$

$$\left.+2\sqrt{1-p^2\sin^2 x}\right\}=\sin x.\cos x\left\{2\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}-\right.$$

$$\left.-\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\frac{1}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}+2\frac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}}\frac{-\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2\sin^2 x}}\right\};$$

d'où l'on déduit, après réduction,

$$\Big[4\,p^2\,(1-p^2)\frac{d^n}{d(p^2)^n}+4\,(n-1)\,(1-2\,p^2)\,\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}-$$

$$-\{4\,(n-1)\,(n-2)+1\}\,\frac{d^{n-2}}{d\,(p^2)^{n-2}}\Big]\,F\,(p\,.\,x)=$$

$$=\sin x\,.\cos x\Big\{2\,\frac{(-1)^{n-1}\,1^{n-1/2}\,(-\sin^2 x)^{n-1}}{2^{n-1}(1-p^2\sin^2 x)^{n-\frac{1}{2}}}-$$

$$-\frac{(-1)^{n-2}1^{n-2/2}(-\sin^2 x)^{n-2}}{2^{n-2}(1-p^2\sin^2 x)^{n-\frac{3}{2}}}-\sin^2 x\frac{(-1)^{n-3}1^{n-3/2}\,(-\sin^2 x)^{n-3}}{2^{n-3}(1-p^2\sin^2 x)^{n-\frac{5}{2}}}\Big\}=$$

$$=\frac{-\sin x\,.\cos x\,(\sin^2 x)^{n-2}1^{n-3/2}}{2^{n-2}\,(1-p^2\,\sin^2 x)^{n-\frac{1}{2}}}\,\{-\sin^2 x\,(2n-3)(2n-5)+$$

$$+(2n-5)\,(1-p^2\,\sin^2 x)+2\,(1-p^2\,\sin^2 x)^2\,\}=$$

$$=\frac{-\sin^{2n-3} x\,.\cos x}{(1-p^2\sin^2 x)^{n-\frac{1}{2}}}\,\frac{1^{n-3/2}}{2^{n-2}}\,[(2n-3)+$$

$$+\{(2n-3)\,(3n-5)-(2n-1)\,p^2\}\,\sin^2 x+2p^4\,\sin^4 x]\;.\;.\;(s)$$

2. Tâchons de déduire des formules différentielles générales analogues pour les intégrales correspondantes du § 5, et en premier lieu pour les résultats (e_1) et (f_1). A cet effet, différentions l'équation (e_1) encore une fois par rapport à p^2.

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}\,E_1=-\frac{1+2p^2}{2\,p^4\,(1+p^2)^2}\,(E_1-F_1)+$$

$$+\frac{1}{2p^2(1+p^2)}\Big\{\frac{d}{d(p^2)}E_1-\frac{d}{d(p^2)}F_1\Big\}=-\frac{1+2p^2}{2p^4(1+p^2)^2}\,(E_1-F_1)+$$

$$+\frac{1}{2\,p^2\,(1+p^2)}\,\frac{1}{2\,p^2\,(1+p^2)}\Big[(E_1-F_1)-$$

$$-\Big\{\frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\,p^2\sin x.\cos x\sqrt{1+p^2}-F_1+(1+p^2)E_1\Big\}\Big]=$$

$$= - \frac{1 + 2p^2}{2\,p^4\,(1+p^2)^2}(E_1 - F_1) +$$

$$+ \frac{1}{4\,p^4\,(1+p^2)^2}\Big[-p^2\,E_1 -$$

$$- \frac{1 + (1+p^2)\,sin^2\,x}{\sqrt{1 + p^2\,sin^2\,x}}\,p^2\,sin\,x\,.\,cos\,x\sqrt{1+p^2}\Big] \quad \ldots\ldots \quad (t)$$

On voit que la fonction F_1 a disparu du second terme au second membre, et qu'il y apparaît seulement dans le premier terme. Or, ce premier terme peut se déduire de l'équation (e_1) elle-même. C'est ainsi qu'on trouve pour sa valeur

$$- \frac{1 + 2p^2}{p^2\,(1+p^2)}\,\frac{d}{d(p^2)}E_1.$$

Transportons-la au premier membre, et nous aurons

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}E_1 + \frac{1+2p^2}{p^2\,(1+p^2)}\,\frac{d}{d(p^2)}E_1 =$$

$$= - \frac{1}{4p^2(1+p^2)^2}\Big[E_1 + \frac{1+(1+p^2)sin^2x}{\sqrt{1+p^2\,sin^2\,x}}p^2\,sinx.cosx\sqrt{1+p^2}\Big]\;;$$

d'où l'on tire facilement la formule symbolique

$$\Big[4p^2\,(1+p^2)^2\,\frac{d^2}{d(p^2)^2} + 4\,(1+p^2)\,(1+2p^2)\,\frac{d}{d(p^2)} + 1\Big]E_1 =$$

$$= -sin\,x.cos\,x\sqrt{1+p^2}\left\{\frac{sin^2x}{\sqrt{1+p^2\,sin^2\,x}} + \sqrt{1+p^2 sin^2 x}\right\}. \quad (t_1)$$

Ce résultat, nous pouvons le différentier $n-2$ fois par rapport à p^2; dès lors, d'une part le théorème de Leibnitz, d'autre part les formules déjà employées précédemment nous fournissent

$$\left[\begin{array}{l} 4p^2(1+p^2)^2 \frac{d^n}{d(p^2)^n} + (n-2)4(1+4p^2+3p^4)\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}} + \\ \qquad + \tfrac{1}{2}(n-2)(n-3)4(4+6p^2)\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} + \\ \qquad\qquad + \frac{1}{6}(n-2)(n-3)(n-4)4.6.\frac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}} \\ \qquad + 4(1+3p^2+2p^4)\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}} + \\ \qquad\qquad + (n-2)\, 4(3+4p^2)\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} + \\ \qquad\qquad\qquad + \tfrac{1}{2}(n-2)(n-3)\quad 4.4.\frac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}} \\ \qquad\qquad\qquad + \qquad \frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \end{array}\right] E_1 =$$

$$= \frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} P; \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (u)$$

où P désigne le second membre de la formule (t_1). Or, pour en trouver le quotient différentiel $n-2^{\text{ième}}$, il faut avoir recours au théorème de Leibnitz; ainsi l'on déduira successivement

$$\frac{d^k}{d(p^2)^k}\left[\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right] =$$

$$= \frac{d^k}{d(p^2)^k} \cdot \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2 \sin^2 x}} + \frac{d^{k-1}}{d(p^2)^{k-1}} \cdot \frac{1}{2}\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} =$$

$$= \sin^2 x. \left[\frac{(-1)^k 1^{k/2}(\sin^2 x)^k}{2^k(1+p^2\sin^2 x)^{k+\frac{1}{2}}} + \frac{1}{2}\frac{(-1)^{k-1}\, 1^{k-1/2}\ (\sin^2 x)^{k-2}}{2^{k-2}\,(1+p^2\sin^2 x)^{k-\frac{1}{2}}}\right] =$$

$$= \frac{(-1)^k \sin^{2k} x}{(1+p^2\sin^2 x)^{k+\frac{1}{2}}}\, \frac{1^{k-1/2}}{2^k}\ \{(2k-1)\sin^2 x - (1+p^2\sin^2 x)\} =$$

$$= \frac{(-1)^{k-1}\sin^{2k} x\, 1^{k-1/2}}{2^k(1+p^2\sin^2 x)^{k+\frac{1}{2}}}\ \{1 + (1-2k+p^2)\sin^2 x\},$$

$$\frac{d^{n-k-2}}{d(p^2)^{n-k-2}} \cdot \sqrt{1+p^2} = \tfrac{1}{2} \frac{d^{n-k-3}}{d(p^2)^{n-k-3}} \frac{1}{\sqrt{1+p^2}} =$$
$$= \tfrac{1}{2} \frac{(-1)^{n-k-3}\, 1^{n-k-3/2}}{2^{n-k-3}(1+p^2)^{n-k-2\frac{1}{2}}};$$

donc on trouve généralement:

$$\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} P = -sinx.cosx \sum_{k=0}^{k=n-2} \binom{n-2}{k} \frac{(-1)^{k-1} sin^{2k}x.1^{k-1/2}}{2^k(1+p^2\, sin^2\, x)^{k+\frac{1}{2}}} \{1 +$$
$$+ (1-2k+p^2)\, sin^2\, x\} \frac{(-1)^{n-k-3}\, 1^{n-k-3/2}}{2^{n-k-2}(1+p^2)^{n-k-2\frac{1}{2}}} =$$
$$= \sum_{k=0}^{k=n-2} (-1)^{n-1} \binom{n-2}{k} \frac{1^{k-1/2} 1^{n-k-3/2} sin^{2k+1}x.cosx}{2^{n-2}(1+p^2)^{n-k-2\frac{1}{2}}} \frac{1+(1-2k+p^2)sin^2 x}{(1+p^2 sin^2 x)^{k+\frac{1}{2}}};$$

de sorte qu'après quelques réductions la formule (u) devient:

$$\Big[4p^2(1+p^2)^2 \frac{d^n}{d(p^2)^n} + 4(1+p^2)\{n(1+3p^2)-(1+4p^2)\} \frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}} +$$
$$+ \{1+4(n-2)[n(2+3p^2)-(3+5p^2)]\} \frac{d^{n-2}}{d)p^2)^{n-2}} +$$
$$+ 4(n-2)^2(n-3) \frac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}}\Big] E_1 = \Big[4p^2(1+p^2)^2 \frac{d^n}{d(p^2)^n} +$$
$$+ 4(1+p^2)\{(2n-3)p^2 + (n-1)(1+p^2)\} \frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}} +$$
$$+ \{1+4(n-2)[(n-2)p^2+(2n-3)(1+p^2)]\} \frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} +$$
$$+ 4(n-2)^2(n-3) \frac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}}\Big] E_1 =$$
$$= \sum_{k=0}^{k=n-2} (-1)^{n-1} \binom{n-2}{k} \frac{1^{k-1/2}\, 1^{n-k-3/2} sin^{2k+1}x.cosx}{2^{n-2}(1+p^2)^{n-k-2\frac{1}{2}}} \frac{1+(1-2k+p^2)sin^2 x}{(1+p^2 sin^2 x)^{k+\frac{1}{2}}}, \ldots (u_1)$$

où la seconde transformation du premier membre doit servir à faire ressortir le lien entre ce résultat-ci et celui qui suivra dans la formule (w_1), relative à la fonction F_1.

Afin de pouvoir traiter l'équation (f_1) de la même sorte, écrivons-la d'abord ainsi:

$$\frac{d}{d(p^2)}F_1 = \frac{\sin x \,.\, \cos x}{2\sqrt{1+p^2}}\left[\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right] +$$

$$+\frac{1}{2p^2}E_1 - \frac{1}{2p^2(1+p^2)}F_1 \,; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (f_1)$$

puis différentions-la encore une fois par rapport à p^2, tout comme nous venons de le faire plus haut,

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}F_1 = \frac{-\sin x \,.\cos x}{2.2\sqrt{1+p^2}^{\,3}}\left\{\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right\} +$$

$$+\frac{\sin x .\, \cos x}{2\sqrt{1+p^2}}\left\{-{}^{\overline{2}}_{1}\frac{\sin^4 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^{\,3}} + \tfrac{1}{2}\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\right\} - \frac{1}{2p^4}E_1 +$$

$$+\frac{1+2p^2}{2p^4(1+p^2)^2}F_1 + \frac{1}{2p^2}\frac{d}{d(p^2)}E_1 - \frac{1}{2p^2(1+p^2)}\frac{d}{d(p^2)}F_1 =$$

$$= \frac{-\sin x \,.\, \cos x}{4\sqrt{1+p^2}^{\,3}}\left\{(1+p^2)\frac{\sin^4 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^{\,3}} - p^2\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} +\right.$$

$$\left. + \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right\} - \frac{1}{2p^4}E_1 + \frac{1+2p^2}{2p^4(1+p^2)^2}F_1 + \frac{1}{4p^4(1+p^2)}(E_1 - F_1) +$$

$$+\frac{-\sin x \,.\, \cos x}{4p^2\sqrt{1+p^2}^{\,3}}\left\{\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \sqrt{1+p^2 \sin x}\right\} +$$

$$+\frac{1}{4p^4(1+p^2)}E_1 + \frac{1}{4p^4(1+p^2)^2}F_1 =$$

$$= \frac{-\sin x.\cos x}{4p^2\sqrt{1+p^2}}\left\{p^2\frac{\sin^4 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^{\,3}} + (1-p^2)\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right\} - \frac{1}{2p^4}E_1 +$$

$$+\frac{(1+2p^2)-(1+p^2)+1}{4p^4(1+p^2)^2}F_1 \ldots\ldots \quad (v)$$

Pour en éliminer la fonction E_1 qui se trouve encore au second membre, ajoutons, d'après la formule (f_1) elle-même,

$$\frac{1}{p^2}\frac{d}{d(p^2)}F_1 = \frac{-\sin x.\cos x}{4p^2\sqrt{1+p^2}}\left\{-2\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} - 2\sqrt{(1+p^2\sin^2 x)}\right\}+$$

$$+\frac{1}{2p^4}E_1 - \frac{2(1+p^2)}{4p^4(1+p^2)^2}F_1,$$

et nous aurons, après quelques réductions,

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}F_1 + \frac{1}{p^2}\frac{d}{d(p^2)}F_1 = \frac{-\sin x.\cos x}{4p^2\sqrt{1+p^2}}\left\{p^2\frac{\sin^4 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3} -\right.$$

$$\left. -(1+p^2)\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} - \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right\} - \frac{1}{4p^4(1+p^2)}F_1;$$

d'où il suit directement

$$\left[4p^4(1+p^2)\frac{d^2}{d(p^2)^2} + 4p^2(1+p^2)\frac{d}{d(p^2)} + 1\right]F_1 =$$

$$= -p^2 \sin x.\cos x\sqrt{1+p^2}\left\{p^2\frac{\sin^4 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3} -\right.$$

$$\left. -(1+p^2)\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} - \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right\}, \quad \ldots\ldots \quad (v_1)$$

où il faut réduire

$$p^2\frac{\sin^4 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3} - (1+p^2)\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} - \sqrt{1+p^2\sin^2 x} =$$

$$= \left(-\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3} + \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\right) - \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} +$$

$$+\left(\frac{1}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} - \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right) - \sqrt{1+p^2\sin^2 x} =$$

$$= -\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3} + \frac{1}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} - 2\sqrt{1+p^2\sin^2 x} \quad \ldots \quad (v_2)$$

Différentions n—2 fois par rapport à (p^2), il viendra

$$\left[\begin{array}{l} 4p^4(1+p^2)\dfrac{d^n}{d(p^2)^n}+(n-2)4p^2(2+3p^2)\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+ \\ \qquad +\frac{1}{2}(n-2)(n-3)4(2+6p^2)\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}+ \\ \qquad +\dfrac{1}{6}(n-2)(n-3)(n-4).4.6.\dfrac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}} \\ \qquad +4p^2(1+p^2)\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+ \\ \qquad +(n-2)\,4(1+2p^2)\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}+ \\ \qquad +\frac{1}{2}(n-2)(n-3).4.2.\dfrac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}} \\ \qquad +\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \end{array}\right]F_1=$$

$$=\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}Q, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (w)$$

où Q désigne le second membre de l'équation (v_1), après l'introduction de la valeur (v_2). On a par suite

$$\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}Q=-sinx.cosx\,\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\Big[(p^2\sqrt{1+p^2})\Big(-\frac{-sin^2 x}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}^3}+$$
$$+\frac{1}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}}-2\sqrt{1+p^2 sin^2 x}\Big)\Big].$$

Pour la calculer par le théorème de Leibnitz, on a d'abord

$$\frac{d^k}{d(p^2)^k}[p^2\sqrt{1+p^2}]=p^2\frac{d^k}{d(p^2)^k}\sqrt{1+p^2}+k.1.\frac{d^{k-1}}{d(p^2)^{k-1}}\sqrt{1+p^2}=$$
$$=p^2\,\tfrac{1}{2}\,\frac{(-1)^{k-1}\,1^{k-1/2}}{2^{k-1}(1+p^2)^{k-\frac{1}{2}}}+k\,.\,\tfrac{1}{2}\,\frac{(-1)^{k-2}\,1^{k-2/2}}{2^k(1+p^2)^{k-\frac{3}{2}}}=$$
$$=\frac{(-1)^{k-2}\,1^{k-2/2}}{2^k(1+p^2)^{k-\frac{1}{2}}}\{-p^2(2k-3)+2(1+p^2)\}=$$
$$=\frac{(-1)^{k-2}\,1^{k-2/2}}{2^k(1+p^2)^{k-\frac{1}{2}}}\{2-(2k-5)p^2\},$$

$$\frac{d^{n-k-2}}{d(p^2)^{n-k-2}}\left(\frac{-\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^{\,3}}+\frac{1}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}-2\sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right)=$$

$$=2\,\frac{d^{n-k-1}}{d(p^2)^{n-k-1}}\,\frac{1}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}+\frac{d^{n-k-2}}{d(p^2)^{n-k-2}}\,\frac{1}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}-$$

$$-2\sin^2 x\frac{d^{n-k-3}}{d(p^2)^{n-k-3}}\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}=$$

$$=2\,\frac{(-1)^{n\text{-}k\text{-}1}1^{n\text{-}k\text{-}1/2}(\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}1}}{2^{n\text{-}k\text{-}1}(1+p^2\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}\frac{1}{2}}}+\frac{(-1)^{n\text{-}k\text{-}2}1^{n\text{-}k\text{-}2/2}(\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}2}}{2^{n\text{-}k\text{-}2}(1+p^2\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}\frac{3}{2}}}-$$

$$-\sin^2 x\,\frac{(-1)^{n\text{-}k\text{-}3}1^{n\text{-}k\text{-}3/2}(\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}3}}{2^{n\text{-}k\text{-}3}(1+p^2\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}\frac{5}{2}}}=$$

$$=\frac{(-1)^{n\text{-}k\text{-}2}\,1^{n\text{-}k\text{-}3/2}\,(\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}2}}{2^{n\text{-}k\text{-}2}(1+p^2\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}\frac{3}{2}}}\,\{-(2n\text{-}2k\text{-}3)(2n\text{-}2k\text{-}5)\sin^2 x+$$

$$+(2n-2k-5)(1+p^2\sin^2 x)+2(1+p^2\sin^2 x)^2\}=$$

$$=\frac{(-1)^{n\text{-}k\text{-}2}1^{n\text{-}k\text{-}3/2}(\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}2}}{2^{n\text{-}k\text{-}2}(1+p^2\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}\frac{1}{2}}}\,[(2n\text{-}2k\text{-}3)-\{(2n\text{-}2k\text{-}3)(2n\text{-}2k\text{-}5)+$$

$$+(2n-2k-1)p^2\}\sin^2 x+2p^4\sin^4 x];$$

puis

$$\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\,Q=-\sin x.\cos\sum_{k=0}^{k=n-2}\binom{n-2}{k}\frac{1^{n\text{-}k\text{-}3/2}1^{k\text{-}2/2}(-1)^n(\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}2}}{2^{n\text{-}2}(1+p^2)^{k\text{-}\frac{1}{2}}(1+p^2\sin^2 x)^{n\text{-}k\text{-}\frac{1}{2}}}\,\{2-(2k-5)p^2\}\times$$

$$\times[(2n-2k-3)-\{(2n-2k-3)(2n-2k-5)+(2n-2k-1)p^2\}\sin^2 x+2p^4\sin^4 x];$$

de cette manière, l'équation différentielle (w) deviendra enfin

$$\left[\begin{array}{l}4p^4(1+p^2)\dfrac{d^n}{d(p^2)^n}+4p^2\{n(2+3p^2)-(3+5p^2)\}\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\\ +[1+4(n-2)\{n(1+3p^2)-(2+7p^2)\}]\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}+4(n-2)(n-3)^2\dfrac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}}\end{array}\right]F_1=$$

$$=\left[\begin{array}{l} 4p^4(1+p^2)\dfrac{d^n}{d(p^2)^n}+4p^2\{(2n-3)(1+p^2)+(n-2)p^2\}\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+ \\ +[1+4(n-2)\{(n-2)(1+p^2)+(2n-5)p^2\}]\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}+4(n-2)(n-3)^2\dfrac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}} \end{array}\right]F_1=$$

$$=(-1)^{n-1}\sum_{k=0}^{k=n-2}\binom{n-2}{k}\frac{1^{n-k-3/2}1^{k-2/2}\sin^{2n-2k-3}x.\cos x}{2^{n-2}(1+p^2)^{k-\frac{1}{2}}(1+p^2\sin^2x)^{n-k-\frac{1}{2}}}\{2-(2k-5)p^2\}[(2n-2k-3)-$$

$$-\{(2n-2k-3)(2n-2k-5)+(2n-2k-1)p^2\}\sin^2x+2p^4\sin^4x]; \quad \ldots\ldots \quad (w_1)$$

où le premier membre a subi une réduction telle, que l'équation ressemble plus à la formule (u_1).

10. Pour les formules (e) et (f), qui semblent plus compliquées que celles dont on vient de traiter, on peut agir de la même manière; à cet effet, il faut les écrire comme il suit:

$$\frac{d}{d(p^2)}E_2=\frac{1}{2p^2}(E_2-F_2), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (e')$$

$$\frac{d}{d(p^2)}F_2=$$

$$=\frac{1}{2p^2(1+p^2)}\left\{\frac{1+(1+p^2)\sin^2x}{\sqrt{1+p^2\sin^2x}}p^2\sin x.\cos x-(1+p^2)F_2+E_2\right\}=$$

$$=\frac{\sin x.\cos x}{2(1+p^2)}\left(\frac{\sin^2x}{\sqrt{1+p^2\sin^2x}}+\sqrt{1+p^2\sin^2x}\right)-\frac{1}{2p^2}F_2+$$

$$+\frac{1}{2p^2(1+p^2)}E_2; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (f')$$

où l'on a introduit les fonctions E_2 et F_2 des formules (i) et (k), de sorte qu'alors elles sont à peu près semblables aux équations (c) et (d). Différentions-les encore une fois par rapport à p^2, puis employons ces équations elles-mêmes; il viendra en premier lieu, pour la première,

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}E_2 = -\frac{1}{2p^4}(E_2 - F_2) + \frac{1}{2p^2}\left(\frac{d}{d(p^2)}E_2 - \frac{d}{d(p^2)}F_2\right) =$$

$$= -\frac{1}{2p^4}(E_2 - F_2) + \frac{1}{2p^2}\left[\frac{1}{2p^2}(E_2 - F_2) - \left\{\frac{\sin x . \cos x}{2(1+p^2)}\left(\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left. + \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right) - \frac{1}{2p^2}F_2 + \frac{1}{2p^2(1+p^2)}E_2\right\}\right]; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (x)$$

dans le dernier terme entre crochets au second membre, la fonction $\frac{1}{2p^2}F_2$ se détruit; dès lors on n'a plus qu'à l'éliminer du premier terme au second membre. Employons à cet effet l'équation (e_1) et ajoutons

$$\frac{1}{p^2}\frac{d}{d(p^2)}E_2 = \frac{1}{2p^4}(E_2 - F_2),$$

il viendra

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}E_2 + \frac{1}{p^2}\frac{d}{d(p^2)}E_2 = \frac{(1+p^2)-1}{4p^4(1+p^2)}E_2 -$$

$$- \frac{\sin x . \cos x}{4p^2(1+p^2)}\left(\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right),$$

ou bien, après une réduction facile,

$$\left[4p^2(1+p^2)\frac{d^2}{d(p^2)^2} + 4(1+p^2)\frac{d}{d(p^2)} - 1\right]E_2 =$$

$$= -\sin x . \cos x\left(\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right). \quad . \quad (x_1)$$

Par la différentiation $n-2$ fois par rapport à p^2, nous en déduirons la formule générale

$$\left[\begin{array}{l} 4p^2(1+p^2)\dfrac{d^n}{d(p^2)^n}+(n-2)4(1+2p^2)\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\tfrac{1}{2}(n-2)(n-3).4.2.\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \\ \quad + \quad 4(1+p^2)\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+(n-2) \quad 4.1.\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \\ \quad - \dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \end{array}\right] E_2 =$$

$$= -\sin x.\cos x \left\{ \sin^2 x \frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \frac{1}{\sqrt{1+p^2 \sin^2 x}} + \frac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}} \frac{1}{2} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{1-p^2 \sin^2 x}} \right\}$$

c'est-à-dire

$$\left[4p^2(1+p^2)\frac{d^n}{d(p^2)^n} + 4\{(n-1)+(2n-3)p^2\}\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}} + \right.$$

$$\left. + \{4(n-2)^2-1\}\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\right] E_2 =$$

$$= -\sin^3 x.\cos x \left\{ \frac{(-1)^{n-2}\, 1^{n-2/2}(\sin^2 x)^{n-2}}{2^{n-2}(1+p^2 \sin^2 x)^{n-\frac{3}{2}}} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2}\frac{(-1)^{n-3}\, 1^{n-3/2}(\sin^2 x)^{n-3}}{2^{n-3}(1+p^2\sin^2 x)^{n-\frac{5}{2}}} \right\} =$$

$$= \frac{(-1)^n \sin^{2n-1} x.\cos x}{(1+p^2\sin^2 x)^{n-\frac{3}{2}}} \frac{2^{n-2}}{1^{n-3/2}} \{1-(2n-5-p^2)\sin^2 x\} \quad . \; . \; (y)$$

Si nous voulons traiter la fonction F_2 de la même manière, nous pouvons prendre pour plus de clarté, dans l'équation (f'),

$$\frac{\sin x.\cos x}{2(1+p^2)}\left(\frac{\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}} + \sqrt{1+p^2\sin^2 x}\right) =$$

$$= R = \frac{\sin x.\cos x}{2(1+p^2)} \frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{\sqrt{1+p^2\sin^2 x}};$$

maintenant, en différentiant cette équation (f') encore une fois par rapport à p^2, nous trouverons

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}F_2 = \frac{d}{d(p^2)}R + \frac{1}{2p^4}F_2 - \frac{1+2p^2}{2p^4(1+p^2)^2}E_2 -$$

$$-\frac{1}{2p^2}\left\{R - \frac{1}{2p^2}F_2 + \frac{1}{2p^2(1+p^2)}E_2\right\} + \frac{1}{2p^2(1+p^2)}\,\frac{1}{2p^2}(E_2 - F_2).(z)$$

Or, dans le premier terme au second membre, on a

$$\frac{d}{d(p^2)}R = \tfrac{1}{2}\sin x.\cos x\,\frac{1+(1+p^2)\sin^2 x}{(1+p^2)\sqrt{1+p^2\sin^2 x}}\left\{\frac{\sin^2 x}{1+(1+p^2)\sin^2 x} -\right.$$

$$\left.-\frac{1}{1+p^2} - \tfrac{1}{2}\,\frac{\sin^2 x}{1+p^2\sin^2 x}\right\} =$$

$$= \frac{-\sin x.\cos x}{4(1+p^2)^2\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3}\left\{(2+(1+3p^2)\sin^2 x + (1+p^2)^2\sin^4 x\right\} =$$

$$= \frac{-\sin x.\cos x}{4p^4(1+p^2)^2\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3}\left\{(1+p^2) - (2+3p^2-p^4)(1+p^2\sin^2 x) +\right.$$

$$\left. + (1+p^2)^2(1+p^2\sin^2 x)^2\right\},$$

ce qui, après substitution dans l'équation précédente, donnera

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}F_2 = F_2\left\{\frac{1}{2p^4} + \frac{1}{4p^4} - \frac{1}{4p^4(1+p^2)}\right\} -$$

$$-E_2\left(\frac{1+2p^2}{2p^4(1+p^2)^2} - \frac{1}{4p^4(1+p^2)} + \frac{1}{4p^4(1+p^2)}\right) -$$

$$-\frac{\sin x.\cos x}{4p^4(1+p^2)^2\sqrt{1+p^2\sin^2 x}^3}\left\{(1+p^2) -\right.$$

$$\left. -(2+3p^2-p^4)(1+p^2\sin^2 x) + 2(1+p^2)^2(1+p^2\sin^2 x)^2\right\} .. (z_1)$$

Dans le coefficient de E_2 les deux derniers termes se détruisent; il n'y a donc qu'à chasser le premier terme, pour éliminer tout à fait la fonction E_2. A cet effet, ajoutons-y le produit

$$\frac{1+2p^2}{p^2(1+p^2)}\frac{d}{d(p^2)}F_2=\frac{1+2p^2}{2p^4(1+p^2)^2}E_2-\frac{1+2p^2}{2p^4(1+p^2)}F_2+\frac{1+2p^2}{p^2(1+p^2)}R,$$

nous obtiendrons

$$\frac{d^2}{d(p^2)^2}F_2+\frac{1+2p^2}{p^2(1+p^2)}\frac{d}{d(p^2)}F_2=F_2\left(\frac{1}{2p^4}+\frac{1}{4p^4}-\frac{1}{4p^4(1+p^2)}-\frac{1+2p^2}{2p^4(1+p^2)}\right)+$$

$$+\left\{\frac{d}{d(p^2)}R+R\left(-\frac{1}{2p^2}+\frac{1+2p^2}{p^2(1+p^2)}\right)\right\}=-\frac{p^2}{4p^4\,(1+p^2)}F_2+$$

$$+\left(\frac{d}{d(p^2)}R+\frac{1+3p^2}{2p^2\,(1+p^2)}R\right);$$

d'où l'on déduit ensuite

$$\left[4p^2\,(1+p^2)\frac{d^2}{d(p^2)^2}+4\,(1+2p^2)\frac{d}{d(p^2)}+1\right]F_2=$$

$$=\frac{\sin x\,.\cos x}{p^2(1+p^2)\sqrt{1+p^2\sin^2x}^3}\left\{-(1+p^2)+(1-p^4)(1+p^2\sin^2x)+\right.$$

$$\left.+(1+p^2)\,2p^2\,(1+p^2\sin^2x)^2\right\}=$$

$$=\frac{\sin x\,.\cos x}{p^2\sqrt{1+p^2\sin^2x}^3}\left\{-1+(1-p^2)(1+p^2\sin^2x)+2p^2(1+p^2\sin^2x)^2\right\}=$$

$$=\frac{\sin x\,.\cos x}{\sqrt{1+p^2\sin^2x}^3}\left\{\sin^2x-(1+p^2\sin^2x)+2(1+p^2\sin^2x)^2\right\}\;.\;.\;.\;.\;.\;(z_2)$$

Dès lors, on peut différentier cette formule $n-2$ fois par rapport à p^2, en s'aidant du théorème de Leibnitz et des formules de différentiation réitérée, citées plus haut. On trouve ainsi la relation suivante

$$\left[\begin{array}{l} 4p^2(1+p^2)\dfrac{d^n}{d(p^2)^n} + (n\text{-}2)4(1+2p^2)\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}} + \tfrac{1}{2}(n\text{-}2)(n\text{-}3)4.2.\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \\ \qquad + \quad 4(1+2p^2)\dfrac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}} + \quad (n\text{-}2) \quad 4.2.\dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - \dfrac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \end{array}\right] F_2 =$$

$$= sinx.cosx \left\{ -2\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}\frac{1}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}} - \frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\frac{1}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}} + \right.$$

$$\left. + 2\frac{d^{n-3}}{d(p^2)^{n-3}}\frac{1}{2}\frac{sin^2 x}{\sqrt{1+p^2 sin^2 x}} \right\},$$

qui devient, par une réduction facile,

$$\left[4p^2(1+p^2)\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^n} + (n-1)\,4\,(1+2p^2)\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}} + \right.$$

$$\left. + \{4(n-1)(n-2)+1\}\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}} \right] F_2 =$$

$$= sinx.cosx \left\{ -2\frac{(-1)^{n-1}1^{n-1/2}(sin^2 x)^{n-1}}{2^{n-1}(1+p^2 sin^2 x)^{n-\frac{1}{2}}} - \frac{(-1)^{n-2}1^{n-2/2}(sin^2 x)^{n-2}}{2^{n-2}(1+p^2 sin^2 x)^{n-\frac{3}{2}}} + \right.$$

$$\left. + sin^2 x \frac{(-1)^{n-3}1^{n-3/2}(sin^2 x)^{n-3}}{2^{n-3}(1+p^2 sin^2 x)^{n-\frac{5}{2}}} \right\} =$$

$$= \frac{(-1)^{n-1} sinx.cosx (sin^2 x)^{n-2} 1^{n-3/2}}{2^{n-2}(1+p^2 sin^2 x)^{n-\frac{1}{2}}} \{ -(2n-3)(2n-5) sin^2 x +$$

$$+ (2n-5)(1+p^2 sin^2 x) + 2(1+p^2 sin^2 x)^2 \} =$$

$$= \frac{(-1)^{n-1} sin^{2-3} x.cosx}{(1+p^2 sin^2 x)^{n-\frac{1}{2}}} \frac{1^{n-3/2}}{2^{n-2}} [(2n-3) +$$

$$+ \{(2n-3)(2n-5)+(2n-1)p^2\} sin^2 x + 2p^4 sin^4 x] \quad . \; . \; . \; . \quad (aa)$$

11. Quant aux intégrales elliptiques de troisième espèce,

remarquons qu'elles ne diffèrent de celles de la première espèce que par le facteur $(1-r\sin^2 x)^{-1}$, qui ne dépend nullement de p^2, et qui par suite n'a aucune influence sur les raisonnements et les résultats précédents.

Par contre, ces résultats deviennent beaucoup plus simples quand on prend les intégrales entre les limites 0 et $\frac{1}{2}\pi$, de sorte qu'elles deviennent des intégrales elliptiques complètes.

Les formules (a) et (b), (c) et (d) deviennent alors

$$\frac{d}{d(p^2)} E(p) = \frac{1}{2p^2} \{E(p) - F(p)\}, \quad \ldots\ldots\ldots \text{(A)}$$

$$\frac{d}{d(p^2)} F(p) = \frac{1}{2p^2(1-p^2)} \{E(p) - (1-p^2) E(p)\}, \quad \ldots \text{(B)}$$

$$\left[1 - 2p^2 \frac{d}{d(p^2)}\right] E(p) = F(p), \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(C)}$$

$$\left[1 - 2p^2 \frac{d}{d(p^2)}\right] F(p) = \frac{1}{1-p^2} E(p) \quad \ldots\ldots\ldots \text{(D)}$$

Pour les équations (e) et (f), (g) et (h), on a

$$E_1 = \left\{ E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \cdot \frac{\pi}{2} - x\right) \right\} \Bigg|_0^{\frac{1}{2}\pi} = + E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right), \cdot (\delta_1)$$

$$F_1 = \left\{ F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} \cdot \frac{\pi}{2} - x\right) \right\} \Bigg|_0^{\frac{1}{2}\pi} = + F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right); \cdot (\varepsilon_1)$$

de sorte qu'elles donnent

$$\frac{d}{d(p^2)} \left[\sqrt{1+p^2}\, E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{2p^2\sqrt{1+p^2}} \left\{ (1+p^2) E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) - F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) \right\}, \cdot \text{(E)}$$

$$\frac{d}{d(p^2)}\left[\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{2p^2\sqrt{1+p^2}}\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right\}, \ldots\ldots \quad (F)$$

$$\left[1-2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left\{\sqrt{1+p^2}\;E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right\}=$$

$$=\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (G)$$

$$\left[1+2p^2\frac{d}{d(p^2)}\right]\left\{\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right\}=$$

$$=\sqrt{1+p^2}\;E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right); \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (H)$$

tandis que l'on obtient par les équations (e_1) et (f_1), (g_1) et (h_1)

$$\frac{d}{d(p^2)}E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=$$

$$=\frac{1}{2p^2(1+p^2)}\left\{E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right\}, \ldots\ldots \quad (E_1)$$

$$\frac{d}{d(p^2)}F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=$$

$$=\frac{1}{2p^2(1+p^2)}\left\{(1+p^2)E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)-F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right\}, . \quad (F_1)$$

$$\left[1-2p^2(1+p^2)\frac{d}{d(p^2)}\right]E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) . . \quad (G_1)$$

$$\left[1+2p^2(1+p^2)\frac{d}{d(p^2)}\right]F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=(1+p^2)E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right) . \quad (H_1)$$

Puis, par les équations (i_3) et (i_4), $k_2)$ et (k_3),

$$[Q.P.Q \ldots Q.P.Q]\, E(p) = F(p), \quad \ldots\ldots (I_3)$$

$$[P.Q.P \ldots Q.P.Q]\, E(p) = E(p), \quad \ldots\ldots (I_4)$$

$$[P.Q.P \ldots P.Q.P]\, F(p) = E(p), \quad \ldots\ldots (K_2)$$

$$[Q.P.Q \ldots P.Q.P]\, F(p) = F(p); \quad \ldots\ldots (K_3)$$

Pour les équations (l_1) et (l_2), (m_1) et (m_2), on a

$$E_2 = \sqrt{1+p^2}\, E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right), \quad \ldots\ldots (\iota)$$

$$F_2 = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\, F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right); \quad \ldots\ldots (\varkappa)$$

par suite

$$[P_1.Q.P_1 \ldots Q.P_1.Q]\left[\sqrt{1+p^2}\, E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right] =$$

$$= \sqrt{1+p^2}\, E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right), \quad \ldots\ldots (L_1)$$

$$[Q.P_1.Q \ldots Q.P_1.Q]\left[\sqrt{1+p^2}\, E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\, F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right), \quad \ldots\ldots (L_2)$$

$$[Q.P_1.Q \ldots P_1.Q.P_1]\left[\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\, F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right] =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\, F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right), \quad \ldots\ldots (M_1)$$

$$[P_1.Q.P_1 \ldots P_1.Q.P_1]\left[\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}\, F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right] =$$

$$= \sqrt{1+p^2}\, E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right). \quad \ldots\ldots (M_2)$$

On trouve encore, par les équations (n_1) et (n_2), (o_1) et (o_2),

$$[S.R.S\ldots R.S.R]\, E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right), \quad \ldots (\mathrm{N}_1)$$

$$[R.S.R\ldots R.S.R]\, E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right), \quad \ldots (\mathrm{N}_2)$$

$$[R.S.R\ldots S.R.S]\, F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p_2}}\right), \quad \ldots (\mathrm{O}_1)$$

$$[S.R.S\ldots S.R.S]\, F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=E\left(-\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right). \quad \ldots (\mathrm{O}_2)$$

où partout les opérations P, Q, P_1, R, S, ont la même signification que plus haut dans les formules ξ, η, μ, ν et ξ.

Puis, par les équations (q) et (s),

$$\left[4p^2(1-p^2)\frac{d^n}{d(p^2)^n}+4\{(n-1)-(2n-3)p^2\}\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\right.$$

$$\left.+\{1-4(n-2)^2\}\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\right]E(p)=0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\mathrm{Q})$$

$$\left[4p^2(1-p^2)\frac{d^n}{d(p^2)^n}+4(n-1)(1-2p^2)\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}-\right.$$

$$\left.-\{4(n-1)(n-2)+1\}\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\right]F(p)=0; \quad \ldots\ldots\ldots (\mathrm{S})$$

par les équations (u) et (w),

$$\left[4p^2(1+p^2)^2\frac{d^n}{d(p^2)^n}+4(1+p^2)\{(2n-3)p^2+\right.$$

$$+(n-1)(1+p^2)\}\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\{1+4(n-2)[(n-2)p^2+$$

$$\left.+(2n-3)(1+p^2)]\}\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\right]E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=0, \quad \ldots (\mathrm{U})$$

$$\left[4p^2(1+p^2)\frac{d^n}{d(p^2)^n}+4p^2\left\{(2n-3)(1+p^2)+\right.\right.$$

$$\left.+(n-2)p^2\right\}\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\left\{1+4(n-2)\left[(n-2)(1+p^2)+\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+(2n-5)p^2\right]\right\}\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\right]F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)=0\;\ldots\ldots\;(W)$$

enfin, par les formules (y) et (aa),

$$\left[4p^2(1+p^2)\frac{d^n}{d(p^2)^n}+4\left\{(n-1)+(3n-3)p^2\right\}\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\right.$$

$$\left.+\left\{4(n-2)^2-1\right\}\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\right]\left[\sqrt{1+p^2}\,E\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right]=0, (Y)$$

$$\left[4p^2(1+p^2)\frac{d^n}{d(p^2)^n}+4(n-1)(1+2p^2)\frac{d^{n-1}}{d(p^2)^{n-1}}+\right.$$

$$\left.+\left\{4)n-1)(n-2)+1\right\}\frac{d^{n-2}}{d(p^2)^{n-2}}\right]\left[\frac{1}{\sqrt{1+p^2}}F\left(\frac{p}{\sqrt{1+p^2}}\right)\right]=$$

$$=0\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\;(AA)$$

SUR

L'INJECTION DES VRILLES,

COMME MOYEN D'ACCÉLÉRER LEURS MOUVEMENTS [1])

PAR

HUGO DE VRIES.

Des expériences antérieures m'avaient appris que, lorsque les vrilles se meuvent sous l'influence d'irritations, la force de turgescence du parenchyme augmente. Par le nom de force de turgescence je désigne la force avec laquelle le contenu des cellules vivantes distend la membrane cellulaire (*Zellstreckung*, p. 2). On sait que cette distension résulte de ce que le contenu des cellules enlève de l'eau à son entourage, et par là agrandit le volume des cellules.

Mais, à lui seul, un accroissement de la force d'attraction sur l'eau ne peut produire un agrandissement des cellules, ni par conséquent le mouvement de la vrille. Il faut aussi, bien entendu, que les cellules trouvent à leur portée de l'eau, qu'elles puissent absorber. Dans les circonstances ordinaires, elles doivent soustraire cette eau à d'autres cellules, qui à leur tour sont obligées de l'emprunter au xylème des faisceaux vasculaires. Cela, nécessairement, occasionne un ralentissement du mouvement.

---

[1]) Voir *Verslagen en Mededeelingen der Kon. Akad. van Wetensch.*, 1880, t. XV, p. 123.

En supposant donc que l'eau pût être offerte directement et sans forces antagonistes aux cellules du parenchyme, une accélération considérable du mouvement devrait en être la conséquence. Réciproquement, une pareille accélération du mouvement, déterminée par une absorption plus facile, serait une preuve que la force d'attraction sur l'eau a réellement augmenté, et même on pourrait trouver dans la grandeur de cette accélération une mesure, grossière il est vrai, de la variation de la force en question.

Cette dépendance entre la force de turgescence et la présence de l'eau mérite d'être considérée d'un peu plus près. D'après les vues qui ont servi de point de départ à mes recherches sur ce sujet [1]), le protoplasme, dans les circonstances ordinaires, est imperméable au liquide de la vacuole; la tension élastique de la paroi cellulaire ne peut pas expulser ce liquide. Ce n'est que par voie osmotique qu'un échange de matières est possible. Parmi les matières dont il y a lieu de tenir compte ici, l'eau est la seule, toutefois, qui puisse se mouvoir à travers le protoplasme avec une vitesse suffisante; à en juger d'après le résultat de mes recherches [2]), les autres matières qui se trouvent dans le contenu des cellules ne traversent pas le protoplasme, dans un court espace de temps, en quantités appréciables. Dès qu'une cellule parenchymateuse vient en contact avec l'eau, elle tendra donc à absorber cette eau et, par suite, à se gonfler. Mais, à mesure que le volume augmente, la tension élastique de la paroi augmente aussi, et il finira par s'établir un état d'équilibre entre la force de turgescence et cette tension élastique. Une molécule d'eau, attirée vers le contenu par la force de turgescence, sera alors repoussée avec la même énergie par la pression des parois cellulaires; aucun accroissement de volume ne pourra plus avoir lieu. Dans cet état, toute la force de turgescence est donc active.

Supposons maintenant que, par l'une ou l'autre cause, la

---

[1]) Voir *Archives néerl.*, 1871, t. VI, p. 117.

[2]) *Arch. néerl.*, t. VI, p. 124.

force de turgescence croisse subitement, mais que la cellule ne soit pas entourée d'eau ni d'autres cellules. Cette cellule sera empêchée d'agrandir son volume. Dans cet état, on peut donc dire que la force de turgescence est partiellement inactive. Seulement quand la cellule aura une nouvelle quantité d'eau à sa disposition, la force de turgescence pourra s'employer intégralement, seulement alors elle deviendra active tout entière [1]).

Il suit de là que, lorsque l'eau n'est pas amenée en quantité suffisante à un tissu, la force de turgescense pourra, dans des circonstances données, être en partie inactive. Dans ce cas, un apport artificiel d'eau fera donc subitement entrer cette force tout entière en action et par conséquent déterminera un accroissement de volume.

Réciproquement, de l'observation d'une rapide dilatation à la suite d'un apport d'eau, il sera permis de conclure que la force de turgescence des cellules était partiellement inactive.

Dans les vrilles, la tension élastique des tissus distendus passivement et celle des parois cellulaires du parenchyme font équilibre à la force de turgescence du parenchyme; mais cela ne change absolument rien à la question de savoir si, dans un cas donné, la force de turgescence est active en totalité ou seulement en partie.

Ces considérations m'ont conduit à tâcher de réaliser les circonstances dont il vient d'être parlé.

J'en ai trouvé le moyen dans les expériences d'injection, bien connues, de Dutrochet. Cet éminent physiologiste nous a appris, en effet, qu'à l'aide de la machine pneumatique on peut extraire de différents organes végétaux la plus grande partie de l'air intercellulaire, et que, si l'objet est maintenu dans l'eau sous la cloche de la machine, on peut, en ouvrant le robinet, faire remplacer cet air par de l'eau. Une faible raréfaction de l'air est ordinairement déjà suffisante pour obtenir le résultat désiré; avec les vrilles aussi, cela est le cas.

---

[1]) La tension élastique des parois cellulaires n'est donc une mesure de la force de turgescence que lorsque le libre accès de l'eau est assuré.

La question que j'avais à résoudre était donc celle-ci: *Les mouvements que les vrilles exécutent à la suite d'une irritation sont-ils accélerés quand on injecte de l'eau?*

Avant de pouvoir aborder cette question avec chance de succès, j'avais naturellement à en examiner une autre, à savoir: *qu'elle influence l'injection d'eau a-t-elle sur les vrilles non irritées?* Il serait très concevable, en effet, que dans les vrilles non irritées la force de turgescence des cellules ne fût pas toujours active tout entière, et qu'elle fût par conséquent capable de faire équilibre à une tension élastique des tissus passivement distendus plus forte que la tension existante.

Dans toutes mes expériences, la méthode suivie a été la même. Les vrilles, parvenues au stade que je voulais étudier, recevaient une marque, puis étaient introduites avec précaution dans un verre cylindrique, court et large. Dans cette manœuvre, il fallait absolument éviter toute irritation; à cet effet, les vrilles étaient toujours saisies vers le bas avec une petite pince; le haut n'était jamais touché. Pour les maintenir sous l'eau contenue dans le verre et les empêcher de surnager, je plaçais à très peu de distance au-dessous de la surface de l'eau une toile, métallique, supportée par quatre ressorts qui pressaient contre l'intérieur du verre et permettaient de la faire monter ou descendre. Les plus grands soins sont nécessaires pour prévenir que le contact avec cette toile métallique n'occasionne une irritation. Heureusement, les vrilles incurvées ne peuvent, grâce à cette courbure, la toucher que par leur face supérieure ou par un de leurs côtés, mais non par leur face irritable. Il faut veiller également à ce qu'aucune irritation ne se produise pendant qu'on fait agir la pompe. Après l'extraction de l'air, les vrilles étaient retirées avec précaution du verre cylindrique et déposées dans des capsules plates remplies d'eau; pour cela aussi, on ne les saisissait que par l'extrémité inférieure et avec une pince.

En observant toutes ces précautions, il est possible d'éviter complètement que les vrilles ne soient irritées pendant la mani-

pulation; c'est ce que montrent celles des expériences de la première section où l'injection de vrilles droites n'a pas produit la moindre courbure.

La question de savoir si, dans les circonstances données, l'injection avec de l'eau est nuisible à la vie des vrilles, méritait de faire l'objet d'une expérience directe, surtout à cause de l'influence défavorable que l'injection avait exercée, dans quelques cas, entre les mains de Dutrochet. Pour cette expérience, j'ai choisi de jeunes vrilles de *Sicyos angulatus*, présentant encore toutes une courbure hyponastique, mais arrivées à des stades divers de redressement; après les avoir injectées sous la machine pneumatique, l'air étant raréfié au même degré que dans toutes les autres expériences, je les plaçai sous l'eau dans une petite capsule plate, où elles furent abandonnées à elles-mêmes durant 12 jours. Dans ces conditions, elles continuèrent à croître, se redressèrent peu à peu, restèrent droites pendant un temps très court, puis commencèrent à se courber épinastiquement, jusqu'à ce qu'elles fussent enroulées en spires étroites. Elles parcoururent donc les phases ordinaires de la vie, sans accuser aucune influence nuisible, sauf peut-être un certain ralentissement, dû à l'accès d'une moindre quantité d'oxygène. Voici le nombre des spires qu'on pouvait y compter:

	No. 1.	No. 2.	No. 3.	No. 4.	No. 5.
9 août (commencement)	— $\frac{3}{8}$	— $1\frac{1}{4}$	— $2\frac{1}{8}$	— $2\frac{1}{2}$	— $\frac{3}{4}$
11 „	0	0	0	— $\frac{1}{2}$	+ $\frac{3}{4}$
12 „	$2\frac{1}{2}$	0	0	0	$\frac{3}{4}$
13 „	7	$2\frac{1}{2}$	0	0	1
14 „	7	4	$\frac{1}{2}$	0	$4\frac{1}{2}$
15 „	$8\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	2	3	5
16 „	$8\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$	5	6
21 „	$8\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	5	6	$6\frac{1}{2}$

Les nos 1 et 2 étaient des vrilles primaires, les nos 3—5 des vrilles latérales. Le signe — indique les spires hyponastiques

encore existantes au début; partout ailleurs, le côté supérieur est convexe.

On voit qu'après l'injection, sous l'eau, les vrilles ont parcouru de la manière ordinaire les différentes phases de la vie. Je passe maintenant à la description des expériences.

Série I. Expériences sur les vrilles du *Sicyos angulatus*.

A. MOUVEMENTS ÉPINASTIQUES.

α. Période du redressement.

I. Une jeune vrille primaire, à $3\frac{1}{4}$ spires hyponastiques, fut injectée avec de l'eau. Au bout de trois quarts d'heure le nombre des spires était réduit à $2\frac{3}{4}$, un peu plus de trois heures après à 2, encore 14 heures plus tard à $\frac{1}{4}$.

Immédiatement après l'injection la diminution avait donc été en trois quarts d'heure de $\frac{1}{2}$ spire, puis en un peu plus de trois heures de $\frac{3}{4}$ de spire, et en 14 heures seulement de 1 spire $\frac{3}{4}$. L'injection avait donc eu pour effet une accélération sensible du mouvement.

II. Deux vrilles primaires plus âgées, conservant encore respectivement $1\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{8}$ de spire hyponastique, furent injectées. Au bout de cinq quarts d'heure elles n'avaient plus respectivement que $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{8}$ de spire; une heure et demie plus tard $\frac{3}{4}$ et 0, encore trois heures plus tard $\frac{1}{2}$ et 0.

Donc, immédiatement après l'injection, en cinq quarts d'heure, perte respective de $\frac{1}{2}$ et de $\frac{1}{4}$; puis, en une heure et demie, de 0 et de $\frac{1}{8}$; enfin, en trois heures, de $\frac{1}{4}$ et de 0. Ici encore, il y avait donc accélération évidente du mouvement à la suite de l'injection.

III. Trois vrilles latérales furent traitées de la même manière:

	Nombre des spires.			
	Avant.	après 1 h¼.	après 2h¾.	après 6 h.
N°. 1	$2\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{8}$
„ 2	$2\frac{1}{2}$	2	$1\frac{7}{8}$	$1\frac{5}{8}$
„ 3	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Cette expérience confirme le résultat des deux précédentes.

Des expériences de contrôle apprirent que des vrilles non injectées, laissées sur la plante, ont ordinairement besoin de 2—3 jours pour redresser les 1—3 dernières spires.

L'action accélérante de l'injection s'était donc peut-être étendue, dans les trois expériences communiquées, sur toute la durée de l'expérience.

Conclusion.

Lors du redressement épinastique, le mouvement est temporairement accéléré par l'injection d'eau.

β. Seconde période. Vrilles droites.

IV. Deux vrilles droites furent injectées: elles restèrent droites pendant un temps considérable.

Quand on répète cette expérience, il arrive parfois que les vrilles soient irritées, en dépit de toutes les précautions prises. Elles se courbent alors au sommet, en général légèrement, mais elles ne tardent pas à se redresser. J'ai observé de pareilles courbures de $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{8}$ et $\frac{3}{4}$ de spire; au bout d'une couple d'heures, les vrilles étaient redevenues droites.

Conclusion.

En l'absence de toute irritation, les vrilles droites restent droites après l'injection.

γ. Période de l'enroulement épinastique.

V. Une vrille d'une plante tenue en chambre avait commencé à s'enrouler épinastiquement et avait fait, dans sa moitié inférieure, 1 spire et $\frac{1}{8}$; le sommet, long de plus de 3 cm., était encore droit. A ce moment, elle fut injectée avec précaution. Nombre des spires:

		Accroissement.
Avant l'injection	$1\frac{1}{8}$	
5 minutes après	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
12 „ „	$1\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
40 „ „	$1\frac{1}{2}$	0
2 heures „	$1\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
4 „ „	$2\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
8 „ „	$3\frac{1}{2}$	1.

Le sommet resta droit durant tout ce temps.

Dans les douze premières minutes après l'injection l'accroissement du nombre des spires fut de $\frac{3}{8}$, ensuite, par heure, seulement de $\frac{1}{8}$ — $\frac{3}{8}$.

L'injection détermina donc temporairement une accélération très considérable du mouvement épinastique. Il semblerait qu'à l'accélération succède d'abord une période de ralentissement, avant que le mouvement reprenne son cours ordinaire.

VI. Des vrilles qui avaient commencé à s'enrouler épinastiquement sur des plantes placées dans la chambre furent coupées avec précaution et injectées.

Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.	No. 3.
Avant l'injection	$1\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{2}$
10 minutes après	$1\frac{3}{8}$	3	$8\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ heure „	2	3	$8\frac{1}{2}$
$1\frac{1}{2}$ „ „	2	3	$8\frac{1}{2}$.

Les sommets de ces vrilles étaient droits.

L'injection avait donc eu pour résultat d'abord un accroissement rapide des spires, et ensuite, durant quelque temps, un arrêt du mouvement.

Il n'arrive pas toujours que les vrilles éprouvent une accélération du mouvement à la suite de l'injection; quelquefois, celle-ci paraît n'exercer aucune espèce d'influence; c'est ce que j'ai observé sur nombre de vrilles à mouvement très lent, maintenues à une température assez basse (17° C.)

VII. Une très grande vrille, qui s'était développée dans la chambre, avait formé $1\frac{1}{2}$ spires épinastiques, qui comprenaient environ les $\frac{2}{3}$ de la vrille; le troisième tiers, au sommet, était encore droit. Cette vrille ayant été injectée, les spires devinrent plus nombreuses et plus étroites; le tiers supérieur resta tout à fait droit. Le nombre des spires était:

		Accroissement.
Avant l'injection	$1\frac{1}{2}$	
7 minutes après	$2\frac{1}{2}$	1
45 „ „	3	$\frac{1}{2}$
$4\frac{1}{2}$ heures „	$4\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$

On voit que l'accélération du mouvement, produite par l'injection, était très considérable.

VIII. Une vrille qui avait déjà fait $2\frac{3}{4}$ spires épinastiques, mais dont le sommet était encore droit, fut injectée avec de l'eau. Au bout de $\frac{3}{4}$ d'heure elle montrait $4\frac{1}{4}$ spires, au bout de 4 heures $5\frac{1}{4}$ spires. Ainsi, dans les premiers $\frac{3}{4}$ d'heure, augmentation de $\frac{1}{2}$ spire, dans les $3\frac{1}{4}$ heures suivantes augmentation de 1 spire. L'accélération par l'injection était donc évidente.

Conclusion.

Au début de l'enroulement épinastique, l'injection d'eau a pour conséquence une accélération passagère du mouvement.

B. MOUVEMENTS D'IRRITATION.

δ. *Mouvement produit par le frottement*, *etc.*

IX. Deux vrilles furent irritées par le frottement à la face inférieure, puis injectées d'eau immédiatement après. Il en résulta un enroulement rapide, le nombre des spires étant:

	No. 1.	No. 2.
au bout de 1 minute	$2\frac{1}{4}$	4
„ „ „ 4 minutes	$4\frac{1}{4}$	$5\frac{3}{4}$
„ „ „ 40 „	5	13.

Le n°. 1 fut alors plasmolysé, opération qui lui fit perdre $2\frac{1}{4}$ spires; les $2\frac{3}{4}$ spires restantes étaient plus larges qu'avant la plasmolyse. L'enroulement rapide, par suite de l'injection, avait donc été accompagné d'un allongement permanent.

X. Une vrille très irritable, tout à fait droite, sauf un léger contournement au sommet, fut excitée par le frottement d'une tige métallique, qu'on passa dix fois sur sa face inférieure; la vrille s'enroula très rapidement sous cette action. Quelques minutes plus tard, elle fut injectée d'eau; le nombre des spires varia alors de la manière suivante:

avant l'injection			$2\frac{1}{4}$
3 minutes après			$2\frac{3}{4}$
20	„	„	$4\frac{3}{4}$
60	„	„	5.

Le nombre des spires augmenta donc beaucoup plus fortement que cela n'eût été le cas en l'absence de l'injection. La plasmolyse fit voir que, des cinq spires formées, $2\frac{1}{2}$ provenaient d'un allongement permanent et les $2\frac{1}{2}$ autres de l'extension par turgescence.

XI. Une vrille, coupée avec toutes ses branches latérales, et que des causes accidentelles avaient irritée durant le transport du jardin au laboratoire, fut injectée immédiatement après. La vrille principale avait environ 20 cm. de longueur, les deux plus grandes vrilles latérales mesuraient respectivement 9 et 6 cm. Avant l'injection, elles étaient toutes les trois à peu près droites; aussitôt après l'injection, elles commencèrent à s'enrouler, à partir du sommet, en spires très étroites. Au bout d'un quart d'heure, le haut était entièrement enroulé sur une longueur de 5, 4 et 1 cm.; le reste était encore droit. Voici l'accroissement du nombre des spires.

			No. 1.	No. 2.	No. 3.
Avant l'injection			$\frac{1}{4}$	0	0
8 minutes après			$2\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{8}$
10	„	„	$4\frac{1}{4}$	1	—
15	„	„	$6\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$	$\frac{7}{8}$
25	„	„	8	$2\frac{1}{2}$	—
40	„	„	$9\frac{1}{4}$	—	1
$2\frac{1}{4}$ heures		„	12	—	$1\frac{1}{4}$

Le n° 1 est la vrille principale, les nos 2 et 3 sont les vrilles latérales.

Lorsque la vrille n° 2 eut atteint $2\frac{1}{2}$ spires, elle fut plasmolysée, ce qui lui fit perdre 2 spires.

Les nos 1 et 3 restèrent dans l'eau; la vrille n° 3 y perdit, dans l'espace de 20 heures, toutes ses spires et devint droite; la vrille principale en perdit 4 et en conserva 8.

Conclusion.

Les courbures provoquées par le frottement augmentent très considérablement à la suite de l'injection.

ε. *Enroulement autour de supports.*

XII. Des plantes en pots, qui se trouvaient depuis une couple de jours dans le laboratoire, avaient produit, le 9 août, un grand nombre de vrilles droites. Je plaçai derrière celles-ci, à peu de distance de leur sommet, des fils de fer de 2 mm. d'épaisseur, sur lesquels je les laissai s'enrouler. Au bout d'un temps plus ou moins long, les vrilles furent coupées et injectées avec précaution.

Le n°. 1 avait fait, en 10 minutes, $3\frac{1}{8}$ spires lâches autour du support. Par l'injection, le nombre de ces spires augmenta comme il suit:

au	bout	de 8	minutes	jusqu'à	$4\frac{1}{2}$	sp.
„	„	„ 12	„	„	$6\frac{1}{4}$	„
„	„	„ 18	„	„	$7\frac{1}{2}$	„
„	„	„ 35	„	„	10	„
„	„	„ 70	„	„	12	„

Ensuite, le mouvement devint rétrograde, et la vrille présenta:

au	bout	de 2	heures	9	sp.
„	„	„ 4	„	$6\frac{1}{2}$	„
„	„	„ 5	„	6	„

Le n° 2, en $\frac{1}{2}$ heure, avait fait 1 spire et $\frac{1}{4}$ autour de son support; la vrille fut alors injectée. Nombre des spires:

au bout de 3	minutes	$1\frac{3}{4}$
» » » 18	»	$3\frac{1}{4}$
» » » 40	»	$3\frac{1}{2}$.

La vrille commença alors à se dérouler, et au bout de trois heures elle était redevenue droite.

Le n° 3, en $\frac{1}{2}$ heure, avait aussi fait 1 spire et $\frac{1}{4}$ autour du support; l'injection porta le nombre des spires, en $\frac{1}{2}$ heure, à $3\frac{1}{2}$, après quoi la vrille rétrograda et redevint droite au bout de quatre heures.

La vrille n° 4 avait fait $\frac{1}{2}$ spire autour du support lorsqu'elle fut injectée. Nombre des spires:

au bout de 20	minutes	$7\frac{1}{4}$
» » » $1\frac{1}{2}$	heures	$7\frac{3}{4}$
» » » 3	»	6.
» » » 5	»	$4\frac{1}{2}$
» » » 8	»	3

Dans tous ces cas, l'injection avait donc eu pour effet une accélération très considérable du mouvement; celui-ci est d'abord si rapide qu'on peut très facilement le suivre à l'œil, puis il se ralentit graduellement. Au bout de quelque temps il s'arrête, et comme l'irritation a aussi cessé d'agir depuis que l'injection a eu lieu, la vrille se redresse peu à peu, tantôt complètement, tantôt seulement en partie. Cette dernière circonstance dépend naturellement de l'âge de la vrille.

XIII. Des vrilles toutes droites, de plantes en pots dans l'appartement, furent mises le 13 août, à 21° C., en contact pendant trois minutes avec des fils de fer; elles se courbèrent autour des fils et furent alors coupées et immédiatement injectées avec de l'eau. Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.	No. 3.
avant l'injection	1	1	$\frac{3}{4}$
1 minute après	2	$2\frac{1}{4}$	1
20 minutes „	$5\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{2}$	4
5 quarts d'heure après	6	$4\frac{3}{4}$	$3\frac{3}{4}$
5 heures „	$2\frac{1}{2}$	—	—.

Au bout de 5 quarts d'heure, les vrilles n° 2 et n° 3 furent plasmolysées, ce qui ne leur fit perdre respectivement que $2\frac{3}{4}$ et $1\frac{1}{2}$ de leurs spires; celles-ci reposaient donc en partie sur un changement permanent.

La vrille n° 1, qui resta dans l'eau, continua à s'enrouler et présentait, au bout de 24 heures, 13 spires épinastiques.

L'injection avait donc eu pour résultat un accroissement considérable des courbures. Sans l'injection, une fois le support enlevé, ces courbures n'auraient augmenté que lentement et faiblement, par l'effet de l'action consécutive. Après un temps plus ou moins long, l'action de l'irritation et celle de l'injection cessent, et les vrilles commencent à se redresser lentement, tout comme elles l'auraient fait en l'absence de l'injection.

XIV. Deux vrilles droites furent prises au jardin, mises pendant 5 minutes en contact, par leur côté postérieur et à une couple de centimètres de distance de leur sommet, avec un mince fil de cuivre, puis injectées immédiatement. Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.
Avant l'injection	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
5 minutes après	1	—
8 „ „	2	$\frac{3}{4}$
9 „ „	3	—
10 „ „	$3\frac{1}{2}$	$\frac{7}{8}$
14 „ „	5	—
22 „ „	7	$1\frac{1}{4}$
42 „ „	—	$1\frac{1}{2}$.

Au bout de 22 minutes, la vrille n° 1 fut placée dans une

solution concentrée de sel marin, où elle perdit 4 de ses 7 spires. La vrille n° 2, restée dans l'eau, se déroula en quelques heures jusqu'à $\frac{1}{4}$ de spire, après quoi elle recommença à s'enrouler épinastiquement.

On voit que l'injection avait augmenté la courbure, et même très fortement dans le n° 1. En outre, on voit que les courbures sont passagères, en ce sens que la vrille, maintenue dans l'eau, peut de nouveau s'étendre ultérieurement; que néanmoins (témoin le n° 1) elles s'accompagnent d'un allongement qui persiste après la plasmolyse.

XV. Deux vrilles de plantes d'appartement formèrent autour de gros fils de fer, en une heure environ, respectivement $\frac{3}{4}$ et $2\frac{3}{8}$ spires, qui étaient étroitement appliquées au support. Arrivées à ce point, elles furent injectées. Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.
Avant l'injection	$\frac{3}{4}$	$2\frac{3}{8}$
$\frac{3}{4}$ d'heure après	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$
4 heures „	$\frac{3}{4}$	$2\frac{1}{2}$
20 „ „	7	11.

Ainsi, immédiatement après l'injection, incurvation rapide; ensuite, d'abord diminution, puis de nouveau augmentation du nombre des spires, celle-ci par suite d'épinastie.

XVI. Des vrilles de plantes en pots s'enroulèrent autour de supports et reçurent alors une injection d'eau (13 août). Nombre des spires

	No. 1.	No. 2.
Avant l'injection	1	$3\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$ heure après	3	14

Toutes les deux furent ensuite plasmolysées dans une forte solution de sel; au bout de 20 heures, le nombre des spires était réduit, dans le n° 1, à 1 spire, dans le n° 2, à 7 spires.

L'injection avait donc déterminé une rapide augmentation du

nombre des spires; ces spires provenaient en grande partie de l'extension par turgescence, mais, quant au reste, d'un allongement permanent.

XVII. Une vrille droite, prise au jardin et placée dans un verre d'eau, fit, en 1 heure ½ environ, 4¼ spires autour d'un fil de cuivre épais de 3 mm. L'injection ayant alors été pratiquée, le nombre des spires s'éleva en 10 minutes à 5½, en 50 minutes à 8½. Par la plasmolyse, la vrille ne perdit que 3½ de ces spires; 5 persistèrent.

Le résultat est le même que dans les autres expériences.

XVIII. En dernier lieu, j'ai injecté de l'eau dans un certain nombre de vrilles qui avaient saisi un support et s'étaient enroulées en spires entre ce support et leur base. Comme elles présentaient des points de rebroussement, j'indiquerai le nombre des spires par plusieurs chiffres successifs; le signe + marque la position des points de rebroussement, le premier chiffre a rapport aux spires situées entre la base et le premier point de rebroussement.

Une jeune vrille fut injectée le 30 août. Nombre des spires avant l'injection: 1½ + 1½ + 1¼; au bout de 20 minutes: 2 + 2 + 1¾; au bout de 4 heures: 2 + 2 + 2.

Une jeune vrille, un peu plus âgée que la précédente, et comptant 5 + 7 spires, fut injectée; le nombre des spires s'éleva en 8 minutes à 5 + 8, et resta alors le même pendant 1 heure ½ (29 août).

L'injection fut pratiquée sur plusieurs vrilles âgées, offrant les nombres de spires suivants:

N°. 1.	6½ + 5½
„ 2.	5 + 6
„ 3.	6 + 6½
„ 4.	2 + 2
„ 5.	4½ + 3 + 2.

Ni immédiatement après l'injection, ni dans le cours de quelques heures, ces vrilles ne montrèrent de changement quant au nombre de leurs spires.

Cette expérience nous apprend donc que, dans les vrilles jeunes, toutes les spires, depuis le support jusqu'à la base, augmentent légèrement à la suite de l'injection; dans les vrilles un peu plus âgées, l'augmentation ne porte que sur les spires de la partie la plus jeune de la vrille; chez les vrilles âgées, l'injection n'a pas d'influence sensible.

Conclusions.

1. Les courbures que les vrilles forment autour des supports augmentent par l'injection, tantôt plus, tantôt moins, le plus souvent très fortement. Aussitôt après l'injection, les mouvements des vrilles sont d'ordinaire directement perceptibles.

2. L'augmentation en question est temporaire; au bout d'un temps généralement court, les vrilles commencent à se détendre.

3. Les courbures dépendent toujours en partie d'une extension par turgescence, en partie d'un changement qui persiste après la plasmolyse.

4. Les spires formées entre le support et la base de la vrille augmentent par l'injection tant qu'elles sont récentes, mais non lorsqu'elles sont plus anciennes.

ζ. *Mouvement rétrograde après l'enlèvement du support.*

XIX. Le 14 août, par une température de 20° C, deux vrilles droites, admirablement développées sur des plantes en pots, dans l'appartement, furent mises en contact de la manière ordinaire avec des supports, consistant en fils de fer de 2 mm. d'épaisseur. Au bout de $\frac{1}{4}$ d'heure, les supports furent enlevés; le mouvement continua encore quelque temps, s'arrêta, puis reprit lentement en sens contraire; au beau milieu du mouvement rétrograde, on coupa les vrilles avec précaution, on les introduisit sous la cloche de la machine pneumatique, et on les injecta. Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.
Au bout de $\frac{1}{4}$ d'heure	$\frac{7}{8}$	2
„ „ „ 25 minutes	$1\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$
„ „ „ 45 „	1	$2\frac{1}{2}$
„ „ „ 65 „	$\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$
„ „ „ 1 h. $\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$.

A ce moment eut lieu l'injection:

8 minutes après	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
15 „ „	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
30 „ „	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
1 h. $\frac{1}{2}$ „	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$.
2 h. $\frac{1}{2}$ „	0	0.

Les vrilles restèrent alors droites, jusqu'au moment où elles commencèrent à s'enrouler épinastiquement.

Conclusion.

L'injection n'avait donc été suivie d'aucune accélération du mouvement; au contraire, elle paraît l'avoir retardé.

C. INJECTION AVEC DES SOLUTIONS SALINES FAIBLES.

XX. Des vrilles droites, prises au jardin, furent injectées, sous la cloche de la machine pneumatique, avec une solution de chlorure de sodium à 5 pour cent. Immédiatement avant l'injection on les avait mesurées, en les appliquant sur une règle divisée; il en était résulté une irritation, par suite de laquelle elles avaient formé au sommet des spires étroites, qui s'effacèrent en partie après que l'irritation eut cessé d'agir. Nombre des spires:

	au bout de ½ h.	au bout de 70 minutes.	au bout de 1 h. ½.
N°. 1.	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
„ 2.	$2\frac{1}{4}$	$1\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$
„ 3.	$2\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
„ 4.	$\frac{1}{4}$	0	0
„ 5.	$1\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$.

Plus tard, en 20 heures environ, les n°s 2 et 3 s'enroulèrent encore une fois, respectivement jusqu'à 2½ et 2 spires.

XXI. Même sans l'injection à l'aide de la machine pneumatique, les vrilles qui ont été irritées par l'une ou l'autre cause présentent le phénomène de l'enroulement au sommet dans les solutions salines faibles. C'est ainsi que des vrilles droites formèrent:

Dans une solution à 4 %, en quelques jours, 4½ et 3½ spires au sommet.

Dans une solution à 5 %, en trois heures, 3 et 2 spires au sommet; le premier exemplaire, porté ensuite dans une solution à 20 %, n'y perdit que 1½ de ses 3 spires.

Dans une solution à 7—8 %, le côté supérieur devient au contraire concave, de même que dans une solution à 20 %.

XXII. Trois vrilles, coupées au jardin, furent mises pendant peu de temps, à la température de 31° C, en contact avec un support; et une autre vrille (n° 2), provenant d'une plante en pot, fut traitée de la même manière à 22° C. Après qu'elles eurent formé quelques spires autour du support, deux d'entre elles (n°s 1 et 2) furent injectées sous la machine pneumatique avec une solution de chlorure de sodium à 1 %, les deux autres (n°s 3 et 4) avec une solution à 2 %. Voici le nombre de spires des vrilles qui reçurent l'injection de chlorure de sodium à 1 %:

	No. 1.	No. 2.
Avant l'injection	1	2
4 minutes après	1½	3¼
6 „ „	1¾	3½
17 „ „	2	3½
40 „ „	2¾	3½
1 heure ¾ „	2¾	2¼
4 heures ½ „	1½	7¼
24 „ „	6	11.

Le contact avec le support avait duré 10 minutes.

Dans le cas des n°s 3 et 4, — injection de chlorure de sodium à 2 %, — le contact avec le support fut maintenu pendant 25 minutes. Nombre des spires:

	No. 3.	No. 4.
Avant l'injection	$1\frac{3}{4}$	$1\frac{5}{8}$
2 minutes après	$2\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{2}$
25 " "	4	$4\frac{1}{2}$
1 heure $\frac{1}{2}$ "	4	$3\frac{1}{4}$
4 " $\frac{1}{2}$ "	$8\frac{1}{4}$	6
24 " "	14	11.

Les vrilles étaient restées fraîches et fermes dans les deux solutions. Cette expérience montre que l'injection d'une solution de sel marin à 1 et 2 pour cent accélère notablement l'incurvation autour d'un support, tout comme le fait l'injection d'eau pure. Les phénomènes ultérieurs sont aussi les mêmes que lors de l'injection avec l'eau: d'abord diminution des spires, puis de nouveau enroulement épinastique des vrilles.

L'action accélératrice des solutions salines est toutefois moindre que celle de l'eau.

Qu'il me soit permis de dire que des vrilles droites, placées dans une solution à 1 pour cent, ne changent pas d'abord de longueur, tandis que dans une solution à 2 pour cent elles se raccourcissent. Au bout de quelque temps, elles s'allongent dans les deux cas, par l'effet de l'accroissement.

XXIII. Deux vrilles, prises au jardin et placées dans de petits verres contenant de l'eau, furent mises, à la température de 31° C, en contact avec un support, autour duquel elles firent, en un quart d'heure, $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{8}$ de spire. Elles furent alors injectées d'une solution de chlorure de sodium à 4 pour cent. Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.
Avant l'injection	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$
5 minutes après	$\frac{3}{4}$	$1\frac{7}{8}$
1 heure „	$\frac{3}{4}$	$1\frac{3}{4}$
4 heures „	$\frac{3}{8}$	0
20 „ „	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$

L'injection avait donc eu pour conséquence une accélération du mouvement; à celle-ci succéda un mouvement rétrograde, et plus tard, chez le n⁰ 2, de nouveau un commencement d'enroulement épinastique.

XXIV. Quatre vrilles droites, provenant du jardin et placées dans de petits verres cylindriques pleins d'eau, furent mises à 31° en contact avec un support; elles s'enroulèrent autour de celui-ci en $\frac{1}{2}$—1 heure, après quoi elles reçurent sous la machine pneumatique une injection d'une solution de chlorure de sodium à 5 pour cent. Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.
Avant l'injection	1	$1\frac{5}{8}$
5 minutes après	$\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$
1 heure „	$\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{8}$
3—4 heures „	0	1

	No. 3.	No. 4.
Avant l'injection	$\frac{3}{8}$	$3\frac{1}{4}$
3 minutes après	—	$4\frac{1}{4}$
10 „ „	$\frac{1}{8}$	$3\frac{3}{4}$
2 heures $\frac{1}{2}$ „	$\frac{1}{8}$	3
20 „ „	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$

A la fin de l'expérience, les vrilles nos 1 et 3 étaient assez molles, le n° 4 assez ferme.

Le résultat fut que chez les nos 1 et 3 la solution saline

diminua l'enroulement d'emblée et d'une manière permanente, tout comme l'eût fait une solution beaucoup plus concentrée, tandis que les vrilles 2 et 4 se comportèrent comme si elles avaient été injectées d'une solution plus faible; peut-être cette différence doit-elle être attribuée à ce que les vrilles n° 2 et 4, sous l'influence du support, s'étaient déjà courbées plus fortement que les n°s 1 et 3.

Conclusions.

1. Dans les solutions de sel marin à 4—5 pour cent, les vrilles s'enroulent au sommet.

2. L'injection de solutions de sel à 1—2 pour cent accélère le mouvement autour d'un support, de la même manière que le fait l'injection d'eau.

3. Les solutions salines à 4 pour cent, et parfois celles à 5 pour cent, agissent d'une manière analogue, mais beaucoup moins fortement; dans la plupart des cas, la solution à 5 pour cent se comporte comme les solutions salines concentrées, c'est-à-dire qu'elle abolit la turgescence.

Ces faits gagnent en intérêt lorsqu'on considère que des vrilles non irritées, dans une solution saline à 2—2 pour cent, perdent une partie de leur turgescence et se raccourcissent, tandis qu'à 4—5 pour cent, chez de pareilles vrilles, la plasmolyse commence déjà dans les cellules du parenchyme.

Série II. Expériences sur les vrilles du *Cucurbita Pepo.*

1. *Injection lors de l'extension épinastique.*

Deux jeunes vrilles, encore enroulées de manière à avoir le côté supérieur concave, furent coupées au jardin et injectées d'eau sous la machine pneumatique. Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.
Avant l'injection	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
1 heure $\frac{3}{4}$ après	2	1
3 heures $\frac{1}{2}$ "	$1\frac{3}{4}$	1
7 " "	—	1
24 " "	1	0

L'injection d'eau avait donc eu pour résultat une accélération temporaire du mouvement.

2. *Injection lors de l'enroulement autour d'un support.*

Deux vrilles, qui, au jardin, venaient seulement de commencer à se courber autour d'un support, furent coupées et injectées sous la machine pneumatique. Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.
Avant l'injection	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
1 heure $\frac{3}{4}$ après	$\frac{3}{4}$	1
3 heures $\frac{1}{2}$ "	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
7 " "	0	0

Si l'on considère qu'après l'enlèvement du support il n'y a toujours qu'une action consécutive faible, on voit que l'injection d'eau, dans les deux cas, a notablement augmenté la courbure. Après que l'influence de l'injection eut cessé, les vrilles redevinrent droites.

3. *Injection lors de l'enroulement autour d'un support.*

Trois vrilles, qui avaient fait au jardin un certain nombre de spires autour de supports, furent injectées. Nombre des spires:

	No. 1.	No. 2.	No. 3.
Avant l'injection	4	$1\frac{5}{8}$	$2\frac{1}{4}$
1 heure $\frac{3}{4}$ après	$7\frac{1}{2}$	3	$7\frac{1}{2}$
3 heures $\frac{1}{2}$ "	$8\frac{3}{4}$	3	$7\frac{1}{2}$
7 " "	$8\frac{1}{2}$	$2\frac{5}{8}$	—
20 " "	$6\frac{1}{2}$	1	—

Après l'injection, les spires devinrent plus nombreuses et plus étroites, mais elles ne s'étendirent pas sur une plus grande partie de la vrille; le sommet et la base restèrent droits. La vrille n° 3 fut plasmolysée au bout de 3 $\frac{1}{2}$ heures et ne perdit par cette opération que $1\frac{1}{2}$ de ses spires.

Dans ces trois exemplaires, l'accroissement de la courbure, à la suite de l'injection, fut très considérable.

Conclusions.

Dans le *Cucurbita Pepo*:

1° la force de turgescence, lors de l'extension épinastique, n'est pas complètement saturée.

2° l'irritation produit temporairement une augmentation très considérable de la force de turgescence du côté supérieur de la vrille.

Série III. Expériences sur les vrilles de l'*Echinocystis lobata.*

1. *Injection lors de l'enroulement épinastique.*

Une vrille s'était enroulée, le côté supérieur devenant convexe, en larges spires sur toute sa longueur. Nombre des spires:

Avant l'injection	$3\frac{1}{4}$
45 minutes après	$4\frac{3}{4}$
1 heure „	$5\frac{3}{4}$

L'injection avait donc eu pour effet temporaire une accélération considérable du mouvement.

2. *Injection d'une vrille courbée au sommet.*

Une vrille s'était, par suite du contact accidentel avec d'autres objets, courbée au sommet, de manière à y faire $\frac{3}{4}$ de spire. Injectée d'eau, elle changea sa courbure de la manière suivante:

Avant l'injection	$\frac{3}{4}$
20 minutes après	$1\frac{1}{4}$
1 heure „	$1\frac{1}{4}$
2 heures „	$\frac{1}{4}$
4 „ „	0.

Le mouvement avait donc éprouvé d'abord un accroissement rapide, puis la vrille était redevenue tout à fait droite.

3. *Injection lors de l'enroulement autour d'un support.*

Une vrille d'une plante en pot avait fait, dans l'espace d'environ six heures, plusieurs spires très lâches autour d'un support; le sommet était encore entièrement droit. L'injection eut alors lieu. Nombre des spires:

Avant l'injection		$2\frac{7}{8}$
6 minutes après		$4\frac{1}{4}$
2 heures	„	$4\frac{1}{4}$
5 „	„	$8\frac{1}{4}$
20 „	„	24.

L'injection avait donc eu pour conséquence d'abord une accélération très considérable du mouvement, ensuite une période de ralentissement. A la fin, l'enroulement épinastique se combina avec les spires déjà existantes.

Conclusion.

Les vrilles de l'*Echinocystis lobata*, qui dans le bourgeon ne sont pas enroulées hyponastiquement, se comportent, lors de l'enroulement épinastique et des mouvements d'irritation, exactement comme les vrilles du *Sicyos angulatus*, quant aux points examinés.

Conclusions générales.

Essayons maintenant de formuler les résultats empiriques généraux qui se déduisent de toutes les expériences ci-dessus décrites.

1°. *Tous les mouvements des vrilles sont passagèrement renforcés par l'injection d'eau*; seul le mouvement rétrograde, qui s'opère après l'enlèvement du support, fait exception à cette règle, dans le stade étudié.

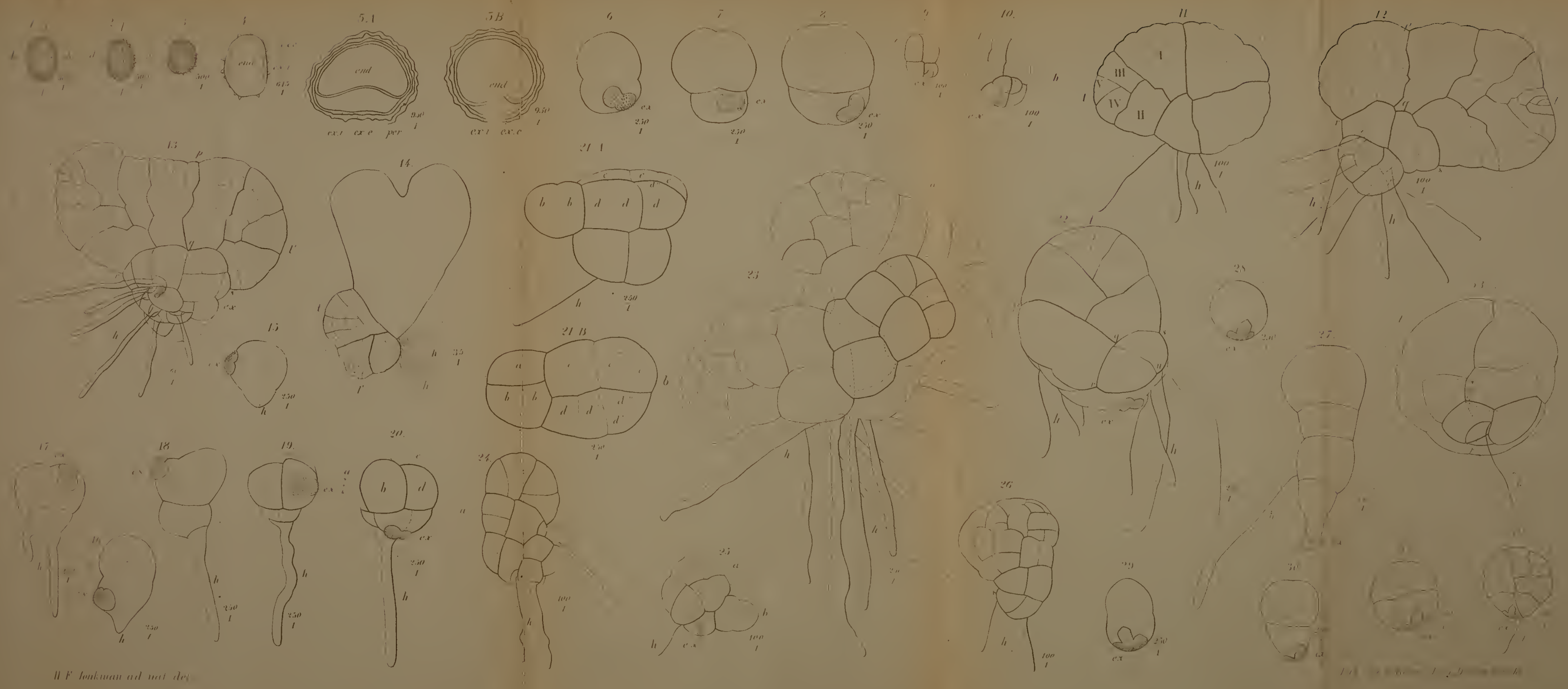
2. Les vrilles droites, non irritées, restent droites après qu'on les a injectées d'eau.

3. L'accélération est beaucoup plus considérable pour les mouvements irritatoires que pour les mouvements épinastiques; les vrilles atteignent, après une irritation de courte durée, un beaucoup plus fort degré de courbure que cela ne leur eût été possible, dans les conditions données, en l'absence de l'injection.

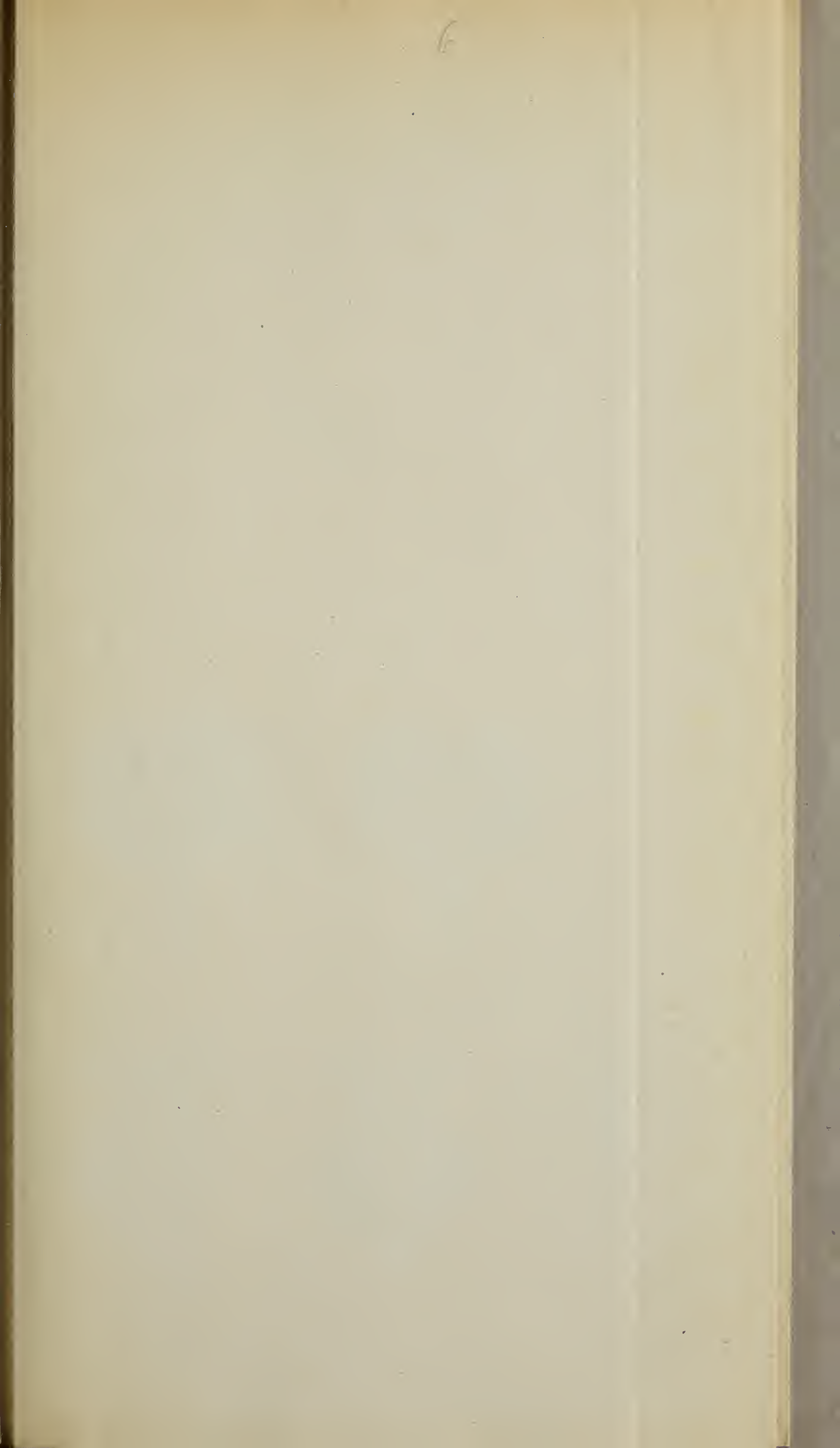
Conformément aux considérations présentées au début de ce Mémoire, nous pouvons donc regarder comme démontré:

4°. Que la force de turgescence du parenchyme des vrilles, lors du redressement épinastique, et plus tard lors de l'enroulement épinastique, est en partie inactive.

5. Que les irritations provoquent tout à coup un accroissement très considérable de la force de turgescence, beaucoup plus considérable que ne l'indiqueraient les mouvements qui s'effectuent dans les circonstances ordinaires.

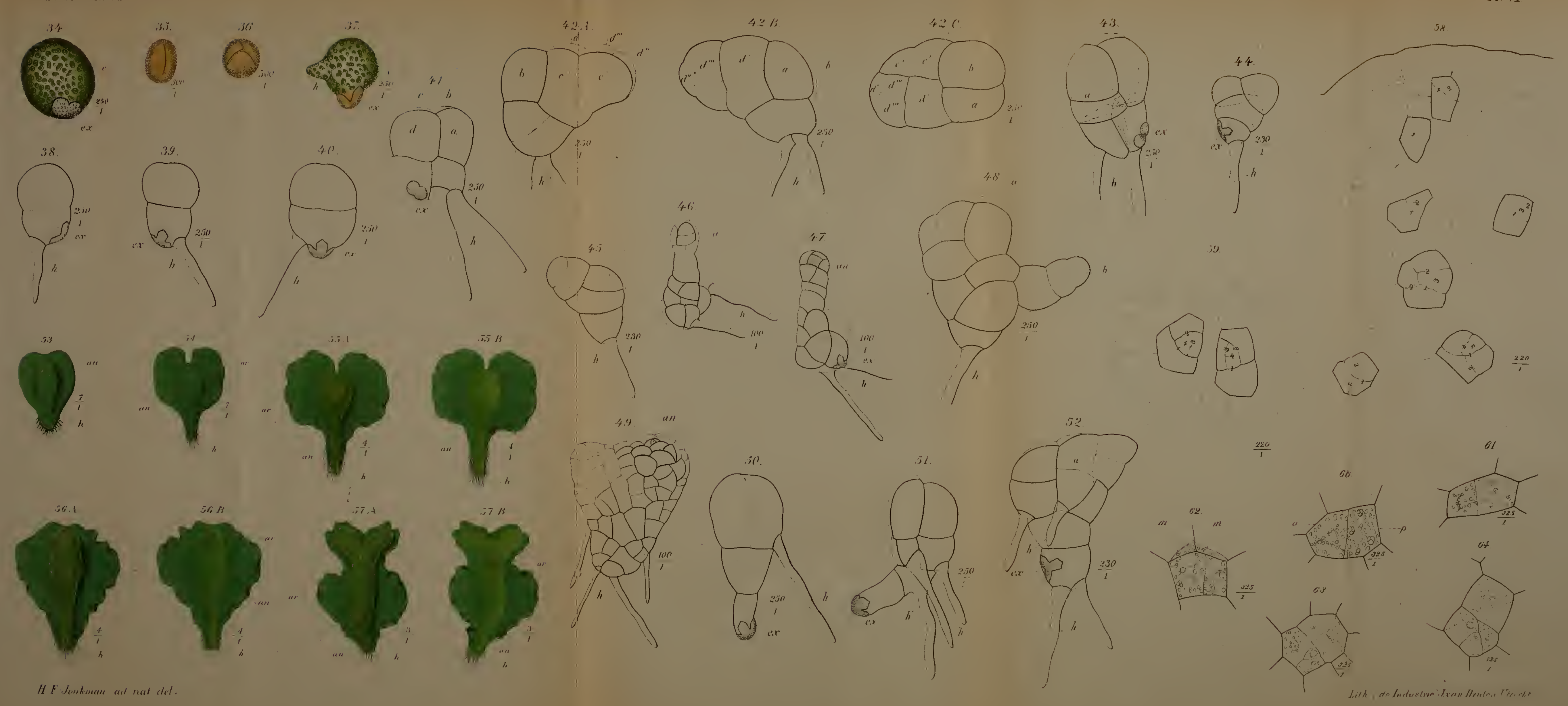


H. F. Jonkman ad nat. del.



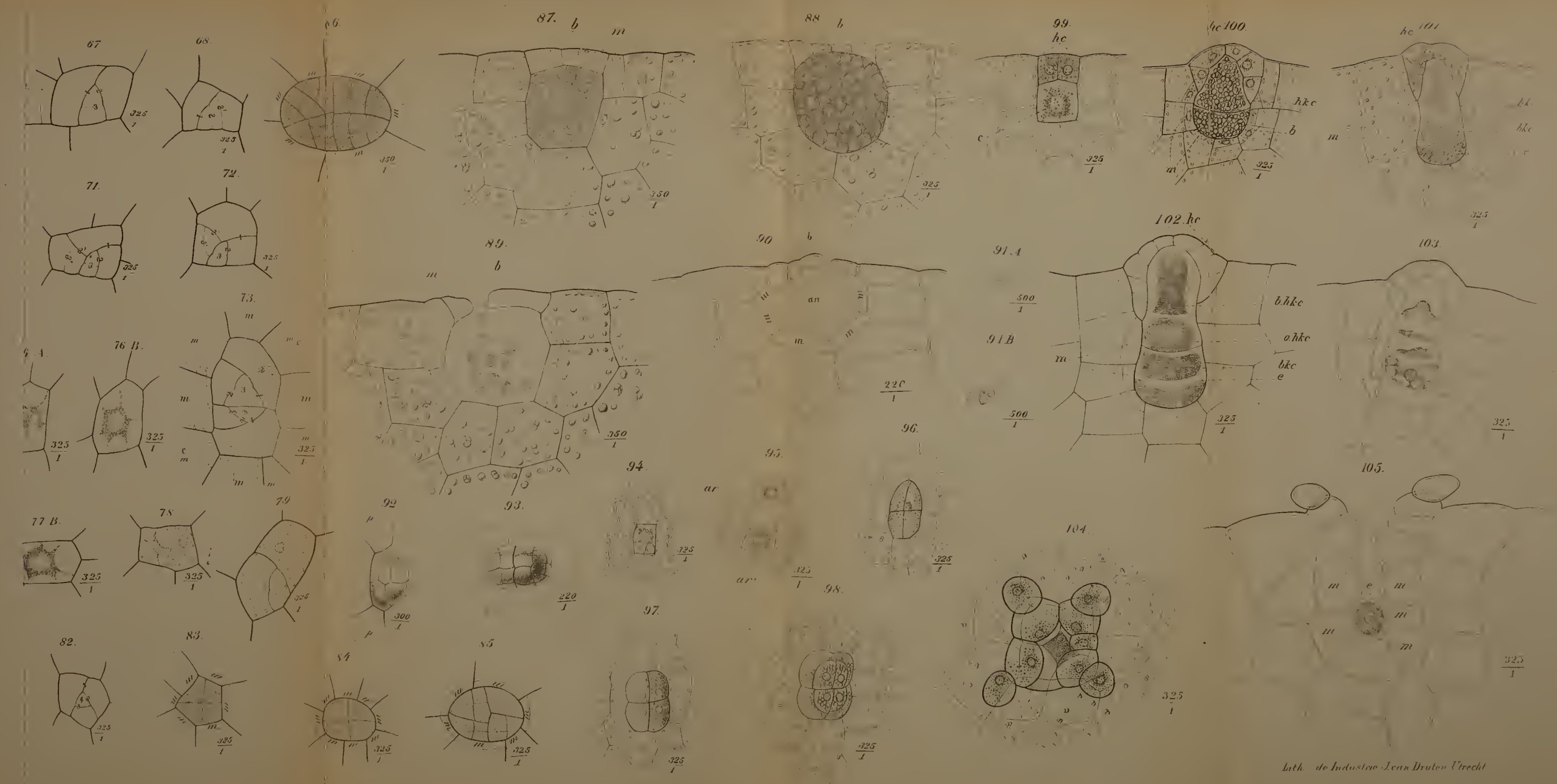


H. F. JONKMAN. GÉNÉRATION SEXUÉE DES MARATTIACÉES.



H. F. Jonkman ad nat. del.

Lith. de Industrie J. van Druten Utrecht



Lith. de Industrie J. van Druten Utrecht

TROISIÈME LIVRAISON.

CONDITIONS DE L'ABONNEMENT.

Les **Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles** paraissent à des époques indéterminées, en livraisons de 6 à 12 feuilles d'impression, avec un nombre illimité de planches coloriées et noires.

Trente feuilles forment un volume.

Avec la dernière livraison de chaque volume les souscripteurs reçoivent gratis une table des matières, un titre général et une couverture.

Les abonnements engagent à un volume seulement. Les livraisons ne se vendent pas séparément.

Le prix du volume, avec les planches, est fixé à *fl.* 6.—.

On souscrit chez l'éditeur et chez tous les libraires des Pays-Bas et de l'étranger.

Pour faciliter l'acquisition de la première série du recueil, composée des volumes I à X (années 1866—1875), avec tables alphabétiques générales des matières et des noms d'auteurs, cette série est offerte temporairement au prix réduit de:

fl. de Holl. 40 = francs 84 = marks 67.

Les personnes qui voudraient profiter de cette offre sont priées de s'adresser directement au Secrétaire de la Société hollandaise des sciences, M. E. H. VON BAUMHAUER, à Harlem.

HARLEM. — IMPRIMERIE DES HÉRITIERS LOOSJES.

TOME XV. 4me Livraison.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

SCIENCES EXACTES ET NATURELLES

PUBLIÉES PAR

LA SOCIÉTÉ HOLLANDAISE DES SCIENCES À HARLEM,

ET RÉDIGÉES PAR

E. H. VON BAUMHAUER

Secrétaire de la Société,

AVEC LA COLLABORATION DE

MM. D. Bierens de Haan, C. A. J. A. Oudemans, W. Koster,
C. H. D. Buijs Ballot et C. K. Hoffmann.

HARLEM
LES HÉRITIERS LOOSJES.
1880.

PARIS
GAUTHIER-VILLARS.

LEIPSIG
G. E. SCHULZE.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

Sciences exactes et naturelles.

SUR LES CAUSES

DES

MOUVEMENTS AUXOTONIQUES DES ORGANES VÉGÉTAUX,

PAR

HUGO DE VRIES.

Sous le titre: „Sur les mouvements des vrilles de *Sicyos*'', j'ai publié il y a quelque temps des recherches dont le but était de résoudre cette question: quelle est la part de la turgescence et de l'intussusception dans les phénomènes de courbure des organes multicellulaires en voie de développement, ou courbures auxotoniques [1])? Qu'il me soit permis de communiquer ici les résultats de ces recherches [2]).

[1]) J'appelle *auxotoniques* (*αὔξω*, accroître; *τονος*, turgescence), les mouvements causés par une augmentation de la turgescence des organes, qui n'est pas suivie d'un raccourcissement, comme dans l'héliotropie, la géotropie, la nutation, l'épinastie et surtout dans les mouvements des vrilles; et *allassotoniques* (*ἀλλασσω*, varier) ceux où l'augmentation de la turgescence alterne avec une diminution de volume, comme dans les mouvements de la sensitive et des étamines des cynarées.

[2]) Pour les détails des expériences et des méthodes d'après lesquelles elles ont été instituées, je renvoie au Mémoire original, inséré dans les *Verslagen*

A la question que je viens de poser mes expériences ont donné directement la réponse suivante:

La cause des courbures auxotoniques consiste en une augmentation de la force de turgescence dans les cellules du côté qui plus tard deviendra convexe.

Cette augmentation de la force de turgescence a naturellement pour effet que les cellules de ce côté absorbent plus d'eau et par suite s'agrandissent. C'est ainsi que commence la courbure.

L'agrandissement des cellules a pour conséquence une distension des parois cellulaires, et celle-ci accélère l'intussusception. Par là, la courbure produite est en quelque sorte fixée.

Il résulte de cette solution que les courbures auxotoniques se rattachent d'une manière très simple à la théorie de l'accroissement proposée par M. Sachs, car, l'augmentation de la force de turgescence une fois reconnue comme cause des courbures, il est facile de déduire de cette théorie comment les choses se passent ultérieurement.

Mes expériences toutefois permettent de pénétrer encore plus profondément dans le mécanisme de ces courbures et d'apprendre à connaître encore mieux la connexion qui existe entre ces phénomènes et l'accroissement longitudinal lui-même. Pour cela, il est nécessaire de considérer de plus près la force de turgescence.

Cette force est l'attraction que les matières dissoutes dans le suc cellulaire exercent, à travers le protoplasme vivant, sur l'eau ambiante. Le protoplasme vivant livre facilement passage à l'eau, tandis qu'il ne se laisse pas traverser, ou du moins ne se laisse traverser que très difficilement, par les matières dissoutes dans le suc cellulaire. Il suit de là que les cellules vivantes absorbent bien l'eau de leur entourage, mais qu'elles

---

en Mededeelingen der K. Akad. v. Wetenschappen, Afd. Natuurk., 2e sér., t. XV, 1880, p. 51—174. Voir aussi mes articles *Ueber die Aufrichtung des gelagerten Getreides*, dans *Landw. Jahrbücher*, t. IX, 1880, fasc. 2, et *Sur l'injection des vrilles*, dans *Arch. néerl.*, t. XV, 1880, p. 269. Une couple de communications préliminaires avaient déjà paru dans la *Bot. Zeitung*, 1879, nos 51 et 52.

ne cèdent pas d'autres matières en échange, du moins pas en quantité appréciable.

Il est clair que, les propriétés du protoplasme et de la paroi cellulaire étant données, la grandeur de la force de turgescence dépendra principalement de la nature et de la quantité des substances dissoutes dans le suc cellulaire. Tout changement dans la quantité de ces substances, surtout de celles qui exercent la plus grande attraction sur l'eau, fera naturellement varier la force de turgescence.

La grandeur de cette force, toutefois, ne dépend pas simplement de la quantité absolue de ces matières osmotiques, mais du degré de concentration auquel elles se trouvent dans le suc cellulaire. Aussi, à mesure que la force de turgescence produit son effet et dilate la cellule par l'absorption d'eau, elle s'affaiblit nécessairement elle-même. Réciproquement, toute perte d'eau que la cellule subit accroît cette force.

La force de turgescence dépend donc, dans les circonstances données:

1°. de la quantité et de la nature des matières osmotiques.

2°. de la quantité d'eau contenue dans les cellules.

Pendant l'accroissement, et aussi pendant la formation des courbures auxotoniques, les cellules augmentent toujours de volume en absorbant de l'eau; par suite, la force de turgescence devrait toujours diminuer. Lorsque cette diminution n'a pas lieu, ce ne peut être que parce que la quantité des matières osmotiques augmente dans le suc cellulaire.

Cette conclusion, comme on voit, découle nécessairement de ma manière d'envisager la turgescence [1]). Etudions maintenant, à ce point de vue, quelques faits particuliers [2]).

I. *Action de l'irritation sur les vrilles.* Une vrille droite de *Sicyos angulatus* s'était courbée autour d'un support, de manière à former ½ spire. La partie courbée avait 5 mm. de long;

[1]) *Arch. néerl.*, 1871, t. VI, p. 117.

[2]) La description détaillée des expériences suivantes se trouve dans ces *Archiv*. 1880, T. XV, p. 269.

au-dessus, la vrille était restée droite. Dans cet état elle fut injectée d'eau, après quoi elle s'enroula, en vingt minutes, jusqu'à former 7¼ spires étroites; les parties de la vrille qui étaient droites avant l'injection se courbèrent, et d'autant plus fortement qu'elles étaient plus près du point où la vrille touchait le support.

Voyons quel changement l'excitation avait pu produire dans les deux parties restées droites, de part et d'autre de la partie courbée. Le résultat de ce changement avait été le pouvoir de s'enrouler en spires étroites après l'injection d'eau, par conséquent le pouvoir du parenchyme de s'étendre très fortement dans ces conditions, en un mot, d'après nos développements antérieurs, l'accroissement de la force de turgescence du parenchyme.

Or, les parties restées droites n'ayant éprouvé sous l'influence excitante aucune modification visible à l'extérieur, il est évident que cet accroissement de la force de turgescence ne peut pas provenir d'une diminution de la proportion d'eau, mais uniquement d'une augmentation de la quantité des matières osmotiques. L'action de l'irritation sur les deux parties restées droites, à côté de la partie courbée, consiste donc en ce que la quantité des matières osmotiques s'accroît dans le parenchyme, c'est-à-dire en ce qu'il se produit une nouvelle quantité de ces matières.

Il est clair que l'irritation exerce aussi la même influence sur la partie qui est directement en contact avec le support. En outre, le résultat de l'injection nous apprend que l'effet de l'irritation devient moindre à une certaine distance du support et qu'enfin il disparaît entièrement. Nous pouvons donc énoncer la conclusion suivante:

L'irritation détermine une production de matières osmotiques dans les cellules du parenchyme.

Cette production est d'autant plus abondante que les cellules sont moins éloignées du point touché.

Il est évident que cette conclusion s'applique aussi aux autres cas.

II. *Le commencement de l'enroulement épinastique.* Une autre vrille de *Sicyos* avait fait 1½ spires épinastiques, lorsqu'elle fut

injectée. A la suite de cette opération, la partie déjà courbée s'enroula davantage, de manière à présenter, au bout de 7 minutes, 2 spires ½.

Dans une vrille droite, l'injection d'eau n'occasionne pas de courbure.

Au commencement du mouvement épinastique, les cellules du parenchyme étaient donc devenues plus grandes dans la partie qui se courbait; en même temps, la force de turgescence avait augmenté. Il s'était donc formé, lors de ce mouvement, une certaine quantité de matières osmotiques, dont une partie, pour s'exprimer ainsi, avait déterminé la courbure en absorbant de l'eau, tandis qu'une autre partie, encore inactive, ne s'était manifestée comme force de turgescence active qu'à la suite de l'injection.

La cause du commencement du mouvement épinastique consiste donc en une formation de matières osmotiques dans le parenchyme.

III. *Cause des mouvements épinastiques.* Les vrilles droites ne se courbent pas quand on les injecte. Cela prouve que dans cette phase l'apport d'eau par les tissus de la vrille est assez grand pour rendre la force de turgescence tout entière active. Les vrilles qui se sont complètement enroulées et qui ont cessé de se mouvoir, ne changent pas non plus leur courbure lorsqu'elles sont injectées d'eau. Chez elles aussi, la force de turgescence est entièrement active. Dans ces deux états, les vrilles sont au repos en ce qui concerne les mouvements épinastiques. Pendant l'extension épinastique des jeunes vrilles et pendant l'enroulement des vrilles un peu plus vieilles, l'injection d'eau a toujours pour effet une accélération du mouvement. Une partie de la force de turgescence est donc alors inactive.

De là il suit directement, d'après les considérations développées plus haut, que, *durant les mouvements épinastiques*, *des matières osmotiques se forment incessamment dans le parenchyme*, que la quantité de ces matières augmente d'une façon continue. Car c'est ainsi seulement qu'une partie de ces matières peut toujours rester inactive; si la production s'en arrêtait, toute la

force de turgescence ne tarderait pas à devenir active par l'apport normal d'eau.

Malgré cette production continue de matières osmotiques, la force de turgescence ne s'accroît pas nécessairement lors des incurvations épinastiques. Cela devient évident, si l'on réfléchit que la concentration des matières osmotiques est continuellement affaiblie par l'eau incessamment absorbée.

IV. *Accroissement en longueur des vrilles.* Indépendamment des mouvements dont il vient d'être question, les vrilles, considérées dans leur ensemble, éprouvent aussi un accroissement en longueur, tant dans la phase de l'extension épinastique, que plus tard, lorsqu'elles sont droites. Il est clair, toutefois, que cet accroissement doit dépendre en général des mêmes causes auxquelles sont dues les courbures des vrilles. Nous pouvons donc admettre qu'ici encore il y a dans le parenchyme une production continue de matières osmotiques, qui, par l'absorption d'eau, déterminent l'agrandissement du tissu et, par suite, l'accroissement de la vrille. Quant à savoir si la force de turgescence augmente ou diminue alors à la longue, c'est une question qui est provisoirement indifférente pour l'objet que nous avons en vue.

La conclusion générale de cette suite de raisonnements s'offre maintenant d'elle-même:

La cause de l'accroissement, des mouvements épinastiques et des mouvements d'irritation réside dans la production de matières osmotiques au sein du parenchyme.

De là on déduit, tout naturellement aussi, que l'irritation ne fait pas autre chose qu'accélérer tout à coup la production de ces matières, laquelle procède avec lenteur dans la vrille non irritée. Cette accélération, d'après tous les faits communiqués dans le mémoire cité, est seulement de nature passagère, et elle est limitée aussi quant à l'étendue où elle s'exerce. Nous pouvons donc dire:

Par l'irritation, l'acte de la production de matières osmotiques, qui est la cause de l'accroissement, éprouve une accélération temporaire et locale.

Appliquons maintenant ce qui vient d'être trouvé pour les vrilles de *Sicyos* à l'accroissement et aux courbures auxotoniques d'autres organes végétaux. Il existe une très grande analogie entre tous ces phénomènes, si grande, qu'on ne voit aucune raison pour que la même explication ne convienne pas à tous.

Les courbures des organes végétaux en voie d'accroissement, qu'elles soient provoquées par des causes externes ou internes, ont pour cause immédiate une augmentation de la force de turgescence à l'un des côtés de l'organe. Cette augmentation de la force de turgescence ne peut naturellement se produire que par la formation d'une certaine quantité de matières osmotiques.

Dans les organes caulinaires jeunes et se développant rapidement, la grandeur de la force de turgescence, d'après mes observations, n'est soumise qu'à des variations légères [1]). Il suit de là, puisque le volume des cellules augmente constamment durant l'accroissement, qu'une production continue de matières osmotiques doit avoir lieu, pour maintenir environ au même degré la force osmotique du suc cellulaire.

En cas de courbures géotropiques, héliotropiques et autres [2]), s'opérant au cours de l'accroissement, il arrive donc, tout comme pour les mouvements des vrilles sous l'influence d'une excitation, qu'un processus, qui dans les circonstances ordinaires marche lentement et régulièrement, se trouve temporairement accéléré à l'un des côtés de l'organe végétal. En d'autres termes:

Dans des organes végétaux multicellulaires en voie d'accroissement, la pesanteur et la lumière, de même que d'autres excitants, occasionnent des courbures en accélérant, à l'un des côtés de l'organe, la production de matières osmotiques qui détermine l'accroissement en longueur.

Jusqu'ici j'ai considéré, d'une manière générale, comme osmotiques, les matières dissoutes qui se trouvent dans le suc cel-

[1]) *Untersuchungen über die mechanischen Ursachen der Zellstreckung,* 1877, p. 120.

[2]) La description des expériences, desquelles je déduis cette conclusion, se trouve dans *Verslagen en Meded. der K. Akad. v. Wet.*, Afd. Natuurk. 2e sér. t. XV, 1880, p. 91—110.

lulaire, sans m'appesantir sur la nature de ces matières, et sans demander si quelques-unes d'entre elles ne joueraient pas dans ce phénomène un rôle plus important que les autres. Vu l'importance capitale que, d'après les raisonnements exposés, ces matières paraissent posséder pour la théorie mécanique de l'accroissement, il convient de chercher aussi à résoudre la question qui vient d'être posée.

Mes recherches sur les causes des mouvements des vrilles du *Sicyos* me permettent d'aller, dans cette direction, un peu plus loin que je n'avais pu le faire antérieurement.

L'observation, que les solutions de certains sels inorganiques peuvent enlever l'eau aux cellules vivantes avec beaucoup plus de force que des solutions de sucre du même degré de concentration, et d'autres faits corrélatifs, m'avaient fait adopter autrefois l'opinion que ce sont surtout de pareils sels, ou d'autres substances se rapprochant d'eux sous le rapport en question, qui jouent le principal rôle dans la turgescence [1]). Le sucre, l'albumine, la gomme et les matières analogues ne pouvaient y avoir, en effet, qu'une part subordonnée.

Dans le suc des cellules du parenchyme d'organes végétaux en voie d'accroissement, outre le sucre et les sels inorganiques, on trouve généralement aussi des sels d'acides végétaux, et ceux-ci partagent, avec les sels inorganiques en question, précisément la propriété dont il s'agit, à savoir, la très grande attraction pour l'eau. Il est facile de s'assurer de l'existence d'un acide libre ou de sels acides dans le parenchyme des vrilles de *Sicyos*; on n'a pour cela qu'à en diviser des fragments suivant leur longueur, à étancher le liquide, sans acidité appréciable, qui s'écoule des faisceaux vasculaires, et à les presser ensuite sur du papier bleu de tournesol. Les cellules du parenchyme sont alors écrasées, et l'objet laisse une empreinte rouge sur le papier. En dehors des différentes espèces de sucres, des sels inorganiques et des acides et sels organiques, il n'y a pas d'autres matières dissoutes qui soient assez communes dans les

[1]) *Arch. néerl.*, t. VI (1871), p. 117, et *Zellstreckung* (1877), p. 34.

cellules parenchymateuses des organes végétaux en voie d'accroissement, pour qu'il y ait lieu d'en tenir compte ici.

Fixons maintenant notre attention sur les mouvements rapides que les vrilles de *Sicyos* exécutent lorsqu'elles ont été irritées, et sur l'accélération très considérable que ces mouvement éprouvent après que les vrilles ont été injectées d'eau. Quelles sont les matières qui, dans un si court espace de temps, peuvent être produites en quantité suffisante pour expliquer ce phénomène? Naturellement, ce n'est pas le sucre. Ce ne sont pas non plus les sels inorganiques, qui ne se diffusent que très lentement de l'extérieur à l'intérieur des cellules. Il ne reste donc que les acides végétaux [1]), et une production soudaine de ceux-ci dans des cellules vivantes ne peut, à aucun point de vue, être regardée comme invraisemblable. Il est donc permis d'émettre, avec un certain degré de probabilité, la présomption que les matières osmotiques, qui à la suite d'une irritation se forment dans le parenchyme des vrilles de *Sicyos*, sont des acides végétaux.

Or, d'après ce que nous avons vu ci-dessus, l'action des irritations consiste simplement dans l'accélération temporaire d'un processus qui ordinairement marche avec lenteur et qui fournit les forces indispensables à l'accroissement; la présomption émise conduit donc nécessairement à cette autre: que les matières osmotiques, dont la production continuelle dans les cellules détermine l'accroissement des vrilles, consistent aussi, essentiellement sinon exclusivement, en acides végétaux.

Il est évident que ces raisonnements peuvent être appliqués avec tout autant de droit aux courbures géotropiques et héliotropiques, et même aux phénomènes d'accroissement en général. Et si, dans les organes en voie d'accroissement, la turgescence dépend des acides; ceux-ci joueront bien encore, tant qu'ils existent, le même rôle dans les parties parvenues à l'état adulte.

Ces considérations nous autorisent, je crois, à présumer que parmi les matières osmotiquement actives, qui occasionnent la tur-

[1]) Pour éviter des répétitions, je comprends sous le nom d'acides végétaux tant les sels organiques acides que les acides organiques libres.

gescence dans les cellules des plantes, les acides végétaux jouent le rôle principal, et que l'accélération unilatérale de l'accroissement, déterminée par des causes extérieures, repose sur l'accélération du phénomène de la production de ces acides végétaux [1]).

J'avoue que j'attache de l'importance à cette présomption, non-seulement pour les raisons déjà dites, mais aussi parce qu'elle jette du jour sur la signification de l'existence si générale des acides organiques dans les plantes, signification dont, à part une hypothèse ancienne et déjà complètement réfutée, on n'avait jusqu'ici pas la moindre idée.

Aussitôt que cela me sera possible, je contrôlerai par des expériences l'exactitude de mon hypothèse, et je tâcherai d'obtenir la certitude expérimentale au sujet du rôle des acides organiques en général.

Pour terminer, je parlerai encore de quelques phénomènes qui ont été observés lors des incurvations d'organes pluricellulaires en voie d'accroissement, et dont on a vainement cherché jusqu'ici une explication satisfaisante. Pour plusieurs d'entre eux, cette explication se présente maintenant d'elle-même; pour d'autres, on peut au moins indiquer la voie qui y conduira.

1. *Continuation des incurvations auxotoniques après que l'irritation a cessé.*

M. Sachs a mis de jeunes branches pendant peu de temps dans une situation horizontale, puis, après qu'elles avaient commencé à se courber géotropiquement vers le haut, il les a placées ou bien verticalement, ou bien de façon que le plan de courbure fût horizontal. Dans les deux cas, la direction de la branche était changée relativement à la pesanteur, mais l'incurvation géotropique n'en continua pas moins encore quelque temps dans le plan de courbure primitif [2]). J'ai observé un

[1]) Voir ma communication préliminaire: *Ueber die Bedeutung der Pflanzensäuren für den Turgor der Zellen*, dans *Bot. Zeit.*, 1879, nº 52.

[2]) *Flora*, 1873, p. 325.

phénomène analogue chez les vrilles: lorsqu'elles ont commencé à se contourner autour d'un support, et qu'alors on enlève celui-ci, le mouvement persiste encore quelque temps [1]).

L'explication de ces faits empiriques est très simple. La pesanteur et l'irritation accélèrent la production des matières osmotiques dans les cellules parenchymateuses du côté qui devient convexe; par suite, ces cellules attirent de l'eau et s'agrandissent. Mais l'afflux de l'eau se fait avec lenteur, de sorte que durant un certain temps, comme le prouvent aussi mes expériences d'injection, la force d'attraction pour l'eau n'est pas saturée. Aussi, en supposant même que la production des matières en question s'arrête dès qu'on a retourné les branches géotropiques ou enlevé le support des vrilles, les cellules n'en continueront pas moins, pendant quelque temps encore, à absorber de l'eau et à s'agrandir. La courbure fera donc nécessairement encore quelques progrès, après que le stimulant aura cessé d'agir.

2. *Courbure sans absorption d'eau.*

Il a été observé par M. Sachs que des parties de tiges en voie d'accroissement, détachées des parties adultes et débarrassées de tous les appendices, placées horizontalement dans un espace humide, et fixées de telle sorte qu'elles ne pouvaient absorber de l'eau, se redressaient pourtant par une courbure géotropique [2]). Le côté inférieur devenait plus long, le côté supérieur devenait ordinairement plus court. De même, j'ai trouvé que des segments de vrilles de *Sicyos*, après qu'on a étanché le suc qui s'écoule des faisceaux vasculaires, peuvent se courber sous l'influence d'une irritation, sans absorber de l'eau.

Voici comment ce fait s'explique. Primitivement, les forces de turgescence des cellules sont en équilibre les unes avec les autres tout autour de la branche ou de la vrille; aucune cellule

[1]) *Arbeiten des Bot. Inst. in Würzb.*, III, 1873, p. 307.
[2]) *Flora*, 1873, p. 329.

n'enlève de l'eau à une autre. Mais l'irritation ou la pesanteur venant accroître subitement la force de turgescence à l'un des côtés, l'équilibre se trouve rompu, et les cellules stimulées peuvent alors soustraire de l'eau aux autres cellules. Les premières s'agrandissent, les secondes deviennent plus petites, et l'organe doit par conséquent se courber.

3. *Raccourcissement du côté concave.*

M. Sachs a fait voir que les nœuds des Graminées, lorsqu'ils éprouvent une courbure géotropique, se raccourcissent fréquemment au côté qui devient concave, et parfois assez fortement pour que ce côté présente des plis profonds [1]). Chez les vrilles qui s'enroulent autour de supports ou épinastiquement, j'ai trouvé que le côté concave tantôt augmente en longueur, tantôt ne change pas, tantôt enfin devient plus court. Ce dernier effet se montre surtout quand la vitesse d'accroissement totale est très faible au temps où la vrille se courbe [2]).

Dans les deux cas, le raccourcissement du côté concave doit être attribué en partie à une perte d'eau, en partie à une compression mécanique. La première circonstance est une suite naturelle de l'excitation, qui rompt l'équilibre original entre les forces de turgescence des cellules. L'accroissement de la force de turgescence dans les cellules d'un des côtés fait que ces cellules soustraient de l'eau aux autres; de là, pour ces dernières, diminution de volume et contraction des parois cellulaires élastiques et tendues [3]).

Quant à savoir s'il s'opérera une compression mécanique du côté concave, cela dépend naturellement de la place relative occupée par les tissus qui se dilatent et par ceux qui sont distendus passivement, ainsi que de la grandeur des forces déve-

---

[1]) *Arb. d. Bot. Instit. in Würzb.*, II, 1872, p. 204.

[2]) *Ibid*, Heft III, 1873, p. 304.

[3]) Voir Sachs, *Lehrbuch d. Botanik*, 4e édit., p. 841, 842.

loppées; à cet égard, toutefois, les recherches nécessaires font encore défaut.

Le raccourcissement du côté concave n'est qu'un cas particulier du fait général que, dans les courbures auxotoniques, le côté concave croît toujours plus lentement qu'il n'aurait crû si l'organe était resté droit. Pour les vrilles, les tiges, et aussi pour les racines [1]), cette règle, en tant que l'expérience a décidé, ne souffre pas d'exception. Il est clair que la même explication est ici de mise, et que la cause du raccourcissement doit être cherchée dans une perte d'eau, occasionnée par l'accroissement de la force de turgescence dans les cellules du côté qui devient convexe. Pour ce qui regarde la question de savoir si la vitesse d'accroissement totale sera autre dans des organes qui se courbent que dans des organes restant droits, la réponse dépend en partie de l'apport d'eau, et en partie de la résistance des tissus distendus passivement.

4. *Les courbures des vrilles sont indépendantes de l'épaisseur du support.*

La plupart des vrilles peuvent se courber autour des supports les plus minces, et forment alors des spires extrêmement étroites. Quand elles s'enroulent autour de supports plus épais, elles ne s'appliquent pas simplement sur eux, mais cherchent à se courber encore plus fortement. Si le support est une feuille, ou un cylindre de papier, il est de fait comprimé par la vrille. Offre-t-il plus de résistance, on voit assez souvent, surtout quand il est très épais, la vrille se courber latéralement et former ainsi une ligne en zigzag. En un mot, la différence d'accroissement entre le côté supérieur et le côté inférieur ne dépend nullement de l'épaisseur du support, mais de causes internes. Cela était du reste facile à prévoir, d'après ce que nous savons maintenant de l'action du stimulant. Le degré de la cour-

---

[1]) Sachs, *Arbeiten d. Bot. Inst. in Würzb.*, III, p. 471.

bure peut dépendre de la durée du contact avec le support, mais non de sa forme; le contact d'un point donné de la surface de la vrille avec le support est indépendant de l'épaisseur du support, et c'est uniquement ce contact qui détermine la mesure dans laquelle l'accroissement est accéléré.

Courbure potentielle.

Quand des organes caulinaires en voie d'accroissement ont été placés horizontalement et maintenus de telle sorte qu'il leur soit absolument impossible de se courber, si alors, au bout de quelques heures, on leur rend la liberté, ils se courbent tout d'un coup très fortement, le côté inférieur devenant convexe. Pour obtenir ce résultat, on peut, par exemple, les fixer sur une plaque de liège, avec des épingles courbées. Si une vrille droite de *Sicyos* est appliquée par son côté inférieur sur une plaque de verre, puis recouverte d'une autre plaque semblable, elle se courbe brusquement et très fortement quand, au bout de quelque temps, on enlève les plaques.

Dans ces deux cas, le pouvoir de se courber a donc été acquis par les parties végétales dans des conditions où elles ne pouvaient exécuter la courbure elle-même La chose est du reste toute naturelle. Dans les cellules du côté qui plus tard devient convexe, la force de turgescence a été accrue par l'action stimulatrice (pesanteur, contact avec un corps solide), les cellules ont peu à peu absorbé de l'eau, et, comme elles ne pouvaient s'étendre en longueur, elles ont dilaté et tendu leurs parois dans d'autres directions. L'obstacle disparaissant, elles prendront instantanément la forme qui s'accorde avec l'extensibilité et l'élasticité des parois cellulaires. Ce fait montre en même temps quelle faible extensibilité et quelle grande élasticité les parois des cellules parenchymateuses d'organes en voie d'accroissement doivent posséder dans le sens transversal, pour

---

[1]) *Arbeiten in Würzb.*, III, *p.* 309.

empêcher une compression par les tissus distendus passivement.

Si des segments de chaumes de Graminées, pourvus d'un jeune nœud en leur milieu, sont liés horizontalement de façon qu'aucune flexion ne soit possible, et qu'on les détache après quelque temps, le nœud contracte immédiatement une légère courbure. Lorsque l'expérience dure plus longtemps, la gaîne de la feuille se plisse dans le nœud au côté inférieur; cet effet se produit quelquefois avec tant de force, que le nœud éclate. Nous voyons donc, ici encore, que l'allongement et la courbure sont le résultat de tensions, qui, dans les circonstances défavorables données, peuvent atteindre une valeur considérable.

6. *Rétrogradation après une excitation temporaire.*

MM. Asa Gray et Darwin [1]) ont décrit le fait que des vrilles, après avoir exécuté une courbure à la suite de l'une ou l'autre excitation, peuvent de nouveau s'étendre complètement lorsque le stimulant a cessé d'agir. Le mouvement rétrograde est toujours lent, même chez les vrilles de *Sicyos*, qui, après avoir été frottées au côté inférieur, se sont très fortement courbées en peu de minutes. Ce fait trouve probablement son explication dans la circonstance que, à la production rapide de matières osmotiques, succède une période où ce processus s'opère plus lentement que d'ordinaire. Les choses se passent comme si les matériaux nécessaires à cette production avaient été temporairement épuisés en majeure partie, et que l'apport de nouveaux matériaux ne se fît qu'avec lenteur. Dans mes expériences d'injection, j'ai rencontré plus d'une fois une pareille période de ralentissement. Pendant que, au côté supérieur de la vrille, l'accroissement du parenchyme se trouve ainsi dans une phase de ralentissement, il suit sa marche normale au côté inférieur; le résultat doit être qu'au bout de quelque temps les deux côtés seront redevenus également longs.

---

[1]) *Climbing plants*, p. 130.

Je reconnais que cette explication est encore loin de résoudre toutes les difficultés, mais, pour cela, une étude plus exacte du phénomène de rétrogradation sera nécessaire. Peut-être une semblable étude fournira-t-elle des preuves directes de l'existence supposée d'une période de ralentissement, et deviendra-t-elle ainsi le point de départ d'importantes recherches sur la mécanique des courbures auxotoniques.

7. *Courbure d'organes fendus.*

M. Sachs a montré que lorsque des extrémités de racines, fendues suivant l'axe, sont placées dans une position telle que la face de section soit horizontale, les deux parties se courbent géotropiquement vers le bas, et que le côté supérieur s'accroît alors plus rapidement que le côté inférieur [1]). Comme la force de turgescence a augmenté dans le côté supérieur par l'action de la pesanteur, cette différence de vitesse d'accroissement est très naturelle.

La courbure géotropique du côté inférieur nous apprend que l'action stimulatrice n'est pas bornée à la moitié supérieure, mais s'étend jusqu'au-dessous du plan médian. Le même résultat est fourni par les tiges et les entre-nœuds des Graminées, dont chacune des deux moitiés peut se courber géotropiquement [2]). Si l'on fend longitudinalement en quatre parties égales des entre-nœuds de Graminées, et qu'on place ces parties horizontalement, de telle sorte que l'une se trouve en haut, une autre en bas, et deux latéralement, elles se courbent toutes géotropiquement vers le haut. M. Sachs a coupé, dans des tiges en voie d'accroissement, des lamelles médianes, composées de la moelle au milieu et de tissu cortical et d'épiderme aux deux côtés. Lorsqu'une pareille lamelle était placée horizontalement sur le côté étroit, c'est-à-dire de manière que les faces de section fussent verticales, elle se courbait géotropiquement vers le haut; quand

[1]) *Arb. Würzb.*, Heft III, p. 471.

[2]) Sachs, *Lehrb. d. Bot.*, 4e éd., p. 822.

on la posait horizontalement sur le côté large, elle n'éprouvait le plus souvent aucune action de la pesanteur. Des prismes de moelle isolés ne sont pas géotropiques.

Ces observations, quelque intérêt qu'elles présentent, ne sont pas encore assez complètes pour permettre une explication satisfaisante. Mais elles fraient le chemin par lequel on pourra parvenir, en premier lieu, à la connaissance de la distribution de l'action stimulatrice sur la section transversale.

Dans la description de mes expériences sur les vrilles, j'ai, pour plus de simplicité, toujours considéré le parenchyme dans son ensemble, comme le lieu où se développaient les forces de turgescence qui occasionnent les mouvements. Je n'ai pas touché à la question de savoir si dans toutes les cellules la force de turgescence augmentait également, ou s'il existait une différenciation sous ce rapport; la seconde hypothèse n'est pas invraisemblable, mais mes expériences n'apprennent rien à cet égard, et, pour les conclusions que j'en ai tirées, il n'était pas nécessaire que la question fût résolue. En traitant des autres mouvements, j'ai toujours parlé d'un accroissement de la force de turgescence au côté qui devenait convexe. Je regarde cette expression comme permise à titre de simplification, quoique l'action des stimulants se fasse sentir aussi bien au-dessus qu'au-dessous du plan médian. Quant à savoir jusqu'où cette action se fait sentir, c'est un point qui naturellement ne peut être décidé que par l'étude de parties isolées.

En second lieu, les expériences de M. Sachs peuvent conduire à la solution d'un problème beaucoup plus important. D'après ce que nous ont appris mes recherches, les actions stimulatrices augmentent la force de turgescence dans des groupes déterminés de cellules. Il ne peut en résulter une courbure que si ces cellules sont liées à d'autres, qui tendent moins fortement à se dilater. Or, imaginons qu'il soit possible d'isoler l'un de l'autre tous les tissus d'espèces différentes, et de les étudier dans cet état au point de vue de leur accroissement. La pesanteur agira-t-elle alors encore comme stimulant sur le parenchyme, ou bien

faut-il, pour cela, que le parenchyme soit uni à d'autres tissus? En d'autres termes: L'action stimulatrice de la pesanteur s'exerce-t-elle sur chaque cellule particulière, ou bien exige-t-elle la superposition de plusieurs cellules, et peut-être de cellules différentes? Comment, dans la seconde alternative, l'action du stimulant dépend-elle de la nature de la superposition?

Si l'on réussissait à trouver une réponse expérimentale à ces questions, on arriverait peut-être à jeter du jour sur la différence entre les organes positivement et négativement géotropiques.

Différence entre les courbures des organes unicellulaires et les courbures auxotoniques des organes multicellulaires.

Dans les *Vaucheria*, les *Mucor*, les poils radicaux des *Marchantia* et autres organes unicellulaires, la cause des mouvements géotropiques et héliotropiques, comme l'a parfaitement démontré M. Sachs [1]), ne peut pas reposer sur un changement de la turgescence; elle doit dépendre d'une variation de l'accroissement de la paroi cellulaire. Dans les mouvements des organes en voie d'accroissement des plantes supérieures, notamment des plantes vasculaires, la différentiation en tissus tendus les uns activement, les autres passivement, apparaît comme un facteur important. Parmi les derniers, le collenchyme et le xylème des faisceaux vasculaires jouent surtout un grand rôle; tous les deux se distinguent par la très faible énergie de leurs actes vitaux. Pour vaincre la résistance de ces parties, lors des courbures auxotoniques, il faut une force très considérable, et cette force est fournie par l'augmentation de la force de turgescence du tissu parenchymateux.

Dans les courbures auxotoniques d'organes multicellulaires, les stimulants agissent directement sur la production de matières osmotiques dans des cellules déterminées; de ce premier effet se déduisent ensuite, conformément à la théorie de M. Sachs, tous les autres phénomènes.

---

[1]) *Lehrbuch d. Botanik*, 4e éd., p. 813.

LA MAIN DES SINGES ET LA MAIN DE L'HOMME

PAR

W. KOSTER.

Peu de mois se sont écoulés depuis la publication de mon Mémoire: *Sur la signification génétique des muscles extenseurs des doigts* [1]). La question de savoir comment devait être interprétée une anomalie des muscles extenseurs du pouce et de l'index, observée par moi sur le corps humain, m'avait conduit à examiner, en général, l'homologie des muscles de la main chez l'homme et les singes supérieurs. La conclusion de cette étude fut que, tous les faits appréciés correctement, il n'y avait pas lieu d'admettre, entre les anthropoïdes et l'homme, une différence spécifique dans la musculature des mains. Au contraire, il me parut que la théorie phylogénétique était seule en état d'expliquer d'une manière satisfaisante les particularités de l'organisation humaine, et entre autres aussi celle de l'anomalie que j'avais décrite.

Je ne soupçonnais guère que, au moment même où je m'occupais de ces recherches, un Orang était disséqué à Vienne et un Gorille à Munich. Combien j'aurais été heureux de pouvoir

---

[1]) *Verslagen en Mededeelingen d. K. Akad. v. Wet.*, 2e sér., t. XIV; *Arch. néerl.*, t. XIV; p. 320.

étudier, moi aussi, les muscles des extrémités antérieures d'un de ces animaux!

Lorsque parurent les travaux de M. von Langer [1]) et de M. von Bischoff [2]) sur le sujet en question, j'y cherchai, plein d'attente, ce que ces deux anatomistes pouvaient avoir constaté relativement aux points signalés dans mon Mémoire comme demandant de nouvelles recherches.

Chez le Cercopithèque, ainsi que je l'avais indiqué, les tendons extenseurs du second doigt sont unis entre eux par une aponévrose; de plus, le muscle indicateur est représenté par un muscle épais, qui a tout à fait la même direction que l'indicateur de l'homme, devient extenseur du pouce, mais se rend partiellement aussi à l'index, et est d'ailleurs en connexion intime avec les tendons de l'extenseur commun. Pour les opinions défendues dans mon Mémoire, quant à la signification génétique des extenseurs des doigts, c'était là un premier point qui me faisait désirer des notions plus précises sur l'état des choses chez les singes supérieurs. Peut-être, me disais-je, existait-il chez eux, comme chez l'homme, une union encore plus étroite entre les systèmes droit et oblique des extenseurs des doigts.

Le second point avait rapport au muscle fléchisseur propre du pouce, qui manque chez l'Orang, ou qui du moins n'arrive pas par un tendon jusqu'à la phalange terminale du pouce. J'appelais de mes vœux des recherches exactes (spéciales) sur les fléchisseurs des doigts, notamment sur le tendon de la portion radiale du fléchisseur profond, dans le cas de l'Orang et dans le cas analogue du Chimpanzé, ainsi que sur l'*origine de cette portion radiale*, que, chez l'homme, je vois régulièrement unie à la portion ulnaire du fléchisseur profond des doigts, et souvent aussi au fléchisseur superficiel.

---

[1]) C. Langer, *Die Musculatur der Extremitäten des Orang als Grundlage einer vergleichend-myologischen Untersuchung, mit 2 Tafeln,* dans; *Sitzungsberichte d. K. Akad. d. Wiss.*, III_e sect., année 1879.

[2]) V. Bischoff, *Beiträge zur Anatomie des Gorilla,* dans: *Abhandl. d. Kön. Bayerischen Akad. d. Wiss.*, II_e Cl., t. XIII, 3e sect.

Or, en ce qui concerne les muscles extenseurs, on trouve dans le travail de M. Langer la description suivante: „C'est un fait connu que l'extenseur court du pouce manque, et que l'extenseur long du pouce est très faible, mais du reste semblable à celui de l'homme" (p. 6 du tiré-à-part). Voilà tout ce qui est dit des extenseurs du pouce et de l'index. Seulement, un peu plus loin, on trouve encore, au sujet de l'extenseur commun, la remarque: „qu'au dos de la main, tout comme chez l'homme, ses tendons sont unis entre eux, mais par une simple aponévrose, et non par de véritables ramifications des cordons tendineux". Reste à savoir si l'attention de l'auteur s'est portée spécialement sur une connexion entre les tendons extenseurs du pouce et de l'index. Quant à l'origine des muscles obliques, et à la liaison possible d'une portion de ce système avec le tendon extenseur du second doigt (l'analogue du muscle indicateur), il n'en est fait aucune mention.

Que chez le Gorille le muscle indicateur ne manque pas, c'est ce qui ressort du Mémoire ci-dessus cité de M. Bischoff. Il dit (p. 16 du tiré-à-part): „L'extenseur propre de l'index est extraordinairement faible chez mon Gorille; le tendon est si mince, et il s'appliquait si étroitement contre le tendon de l'extenseur commun des doigts, que d'abord il m'avait échappé. Toutefois, sa présence et ses caractères offrent de l'intérêt, attendu que le Gorille, comme je l'ai déjà annoncé précédemment, est le seul singe qui possède un muscle extenseur propre, exclusivement destiné au doigt indicateur, tandis que chez les autres singes il existe plus ou moins un extenseur commun, qui sert non seulement à l'index, mais aussi à d'autres doigts. Il n'en reste pas moins vrai que, même chez le Gorille, le muscle est si faible qu'il peut difficilement avoir la valeur indicatrice caractéristique qui lui appartient chez l'homme".

Dans mon précédent Mémoire j'ai montré ce qu'il faut penser, à mon avis, de cette „valeur indicatrice caractéristique" du muscle. Quoi qu'il en soit, il est à remarquer que le cas pourrait se présenter, en disséquant simultanément un Orang et un

Homme, que le muscle „spécifiquement humain'' se trouvât chez le premier, tandis qu'on le chercherait en vain sur la main humaine (car il manque parfois chez l'Homme).

M. Langer donne un peu plus de détails sur le fléchisseur propre du pouce, ce muscle si important au point de vue de la comparaison de la main de l'homme avec celles des singes. A ma grande satisfaction, je trouve dans son Mémoire un second cas de connexion tendineuse entre le fléchisseur long du pouce et le fléchisseur commun profond des doigts chez l'homme. L'importance de cette „analogie simienne'', dont un seul exemple m'avait été fourni par Henle, a déjà été signalée dans mon premier travail. A raison de l'appui que mes vues paraissent recevoir des communications de M. Langer sur le long fléchisseur du pouce, je citerai ici le passage suivant de son Mémoire (p. 4 et 5): „En ce qui concerne le fléchisseur commun profond des doigts, on sait que la partie fixée au radius, et qui se laisse isoler du corps charnu commun, représente à proprement parler le fléchisseur long du pouce de l'homme, bien que son tendon ne se rende pas au pouce, mais à l'index. On a donc ici un cas, où un corps charnu, entièrement identique à celui qui existe chez l'homme, est dévié vers un autre doigt, et, point important, du pouce vers le doigt indicateur. Comme degré intermédiaire de cette déviation on pourrait considérer un petit muscle rencontré quelquefois chez l'homme, qui naît du radius immédiatement au-dessous de l'insertion du pronateur rond, est couché sur le fléchisseur long du pouce et s'accole au dernier faisceau radial du fléchisseur commun superficiel des doigts, faisceau dont provient le tendon destiné au doigt médian. Le tendon de ce petit muscle surnuméraire ne s'unit pourtant pas au tendon voisin, qui du fléchisseur profond se rend au doigt médian, mais il se joint au tendon que le fléchisseur commun superficiel fournit au doigt indicateur. Le petit muscle en question a donc une origine commune avec le fléchisseur long du pouce, mais il envoie son tendon à l'index. Un cas encore plus intéressant, sous ce rapport, a été décrit par M. Eilh. Schulze (*Zeitschrift für wissen-*

schaftl. Zoologie, t. XVII, p. 20), comme variété musculaire chez l'homme: dans ce cas, un faisceau tendineux notable s'était détaché du tendon du fléchisseur long du pouce, pour aller se confondre avec le tendon indicateur du fléchisseur commun profond des doigts'' [1]).

Quoique M. Langer ne touche pas à la question de la signification génétique de ces variétes musculaires, il partage évidemment l'opinion que j'ai défendue dans mon Mémoire, à savoir, que *la portion radiale du fléchisseur profond des doigts, devenue plus indépendante chez l'homme, comme chez les singes supérieurs, est le fléchisseur long du pouce de l'homme.*

Quant à M. von Bischoff, il est loin d'être de cette opinion. Dans son Mémoire ci-dessus cité, tous trouvons (p. 13) une description du muscle fléchisseur profond des doigts, qui s'accorde assez bien avec celle qu'en a donnée Duvernoy. Ensuite, M. von Bischoff continue ainsi: „M. Huxley, à la vérité, a trouvé aussi un tendon représentant, à son avis, le fléchisseur long du pouce, tendon qui toutefois n'était pas en connexion avec les autres fléchisseurs, mais s'épanouissait dans le fascia palmaire et s'insérait partiellement au trapèze et au premier métacarpien, de sorte que, comme l'auteur le dit lui-même: le muscle manquait fonctionnellement. M. Macalister n'a pas non plus trouvé ce tendon, mais il n'en dit pas moins que, dans l'ensemble du fléchisseur profond, „on distinguait aisément les germes du fléchisseur profond des doigts'', à quoi il ajoute: „Le fléchisseur du pouce se rendait principalement à l'index, chez le Gorille'', — manière de voir un peu singulière, et qui se complique encore quand on voit, immédiatement après, M. Macalister faire partir des fibres du carpe un tendon plat, qui s'insérerait par une bandelette à la base de la première phalange du pouce et par son expansion terminale à la base de la seconde, et regarder ce tendon comme le vrai tendon du fléchisseur long

[1]) C'est là le second cas d'analogie simienne'' chez l'homme, mentionné ci-dessus.

du pouce. M. Chapman, pas plus que moi, n'a pu trouver de fléchisseur long du pouce, ni sous forme de muscle, ni sous forme de tendon. Il reste donc probable que, sous cet intéressant rapport, le Gorille ressemble à tous ses alliés (sauf le *Pithecia hirsuta*) et diffère essentiellement de l'Homme".

Des caractères des muscles extenseurs du pouce et de l'index, M. Bischoff ne dit rien qui, à mon point de vue, mérite d'être noté.

Il n'entre pas dans mon plan de discuter ici encore une fois la question entière de l'homologie des muscles qui meuvent la main et les doigts chez l'homme et chez les singes. Dans mon précédent Mémoire, j'ai montré en détail que non seulement les *faits* ne s'opposent pas à l'interprétation darwinienne de la musculature de la main chez l'homme et les singes, mais que, tout au contraire, la théorie phylogénétique seule nous permet de rendre compte des faits. Il m'a seulement paru que, après la publication des Mémoires de M. Langer et de M. von Bischoff, j'étais tenu de communiquer, comme supplément à mon premier travail, les points essentiels des nouvelles recherches. Ainsi qu'on a pu le voir, il n'en ressort rien qui puisse nous obliger à regarder une partie quelconque de la musculature de la main humaine comme nouvellement ajoutée, comme „spécifiquement humaine". M. von Bischoff, il est vrai, prétend que cela est le cas pour le muscle fléchisseur long du pouce, de même que M. Aeby (voir mon Mémoire antérieur) l'avait dit pour le muscle indicateur. Mais, d'après ce qui précède, le Gorille a un indicateur, et quelquefois l'homme n'en a pas. L'homme possède par contre, comme muscle indépendant, un fléchisseur long du pouce, qui paraît manquer au Gorille. Qui *paraît*, — car, lorsqu'on pèse scrupuleusement tous les faits anatomiques, il est en réalité impossible de refuser ce muscle aux singes supérieurs. Seulement, les dispositions sont un peu modifiées, en accord avec la modification de l'usage des mains. De là vient que le fléchisseur long du pouce peut manquer matériellement, comme chez le Gorille, ou du moins ne pas accomplir ce qu'il accomplit chez l'homme. — Le *Pithecia hirsuta*, en revanche, montre

de nouveau le fléchisseur propre du pouce, et d'ailleurs, *morphologiquement*, celui-ci ne fait pas plus défaut au Gorille qu'aux autres Anthropoïdes.

Les dernières recherches de M. Langer et de M. von Bischoff mettent pleinement en évidence qu'on n'étudie, avec l'exactitude suffisante, des points déterminés, que lorsque des questions nettement posées portent à diriger spécialement son attention sur ces points. C'est ainsi que, ni chez M. Langer ni chez M. von Bischoff, je ne trouve d'indications précises sur l'état de séparation complète ou de cohérence des muscles *extenseurs* du pouce et de l'index, indications qui justement auraient été désirables pour juger l'anomalie dont j'ai donné la description. Il est à regretter que lors de l'exécution de leurs recherches ils n'aient pas encore eu connaissance de mon travail; et, pour moi personnellement, que je n'aie pas eu jusqu'ici l'occasion de disséquer moi-même une main de Gorille ou d'Orang. Je ne doute pas un instant qu'une étude *spéciale et attentive* de tout ce qui concerne ces muscles extenseurs ne confirmât mon opinion.

Seulement pour les muscles fléchisseurs, de nouvelles recherches paraissent encore très nécessaires. Duvernoy, en effet, a trouvé chez le Gorille „un tendon mince du fléchisseur profond, se rendant au pouce"; M. van Bischoff n'a rien trouvé du tout. En outre, j'aimerais à voir par moi-même „la connexion, avec le fascia palmaire, de la partie du fléchisseur profond qui ne se rend pas au pouce" chez le Gorille; d'autant plus que M. Macalister et d'autres décrivent aussi des traînées musculaires allant du fascia au pouce. Il est très possible que ces traînées représentent la partie modifiée et en quelque sorte „fourvoyée" du fléchisseur profond, laquelle, par un développement plus indépendant, devient le fléchisseur long du pouce de l'homme. Peut-être aussi, une portion de ce fléchisseur long de l'homme se retrouve-t-elle dans le „petit muscle" dont parle M. Langer. Tous ces points demanderaient à être élucidés sur de nombreux exemplaires d'anthropoïdes.

M. von Bischoff lui-même décrit (p. 17) „un petit muscle

indépendant, qui s'observe à côté de la tête interne du fléchisseur court du pouce, dont le tendon s'insère à la seconde phalange du pouce, et qui remplace le fléchisseur long"; dans cette description je trouve un motif de plus pour ne pas me rallier à l'opinion de M. von Bischoff concernant l'absence du fléchisseur long du pouce chez le Gorille ou chez l'Orang. Provisoirement, j'inclinerais à lire le passage, cité plus haut, avec cette variante: „Il reste donc probable que, sous cet intéressant rapport (celui du fléchisseur long du pouce), l'homme ressemble à tous ses alliés (anthropoïdes)".

Utrecht, déc. 1879.

LA COMPOSITION DES HYDRATES

DU

DIOXYDE D'ÉTAIN, DU DIOXYDE DE SILICIUM ET DU DIOXYDE DE MANGANÈSE,

PAR

J. M. VAN BEMMELEN.

La divergence des résultats analytiques publiés par divers chimistes au sujet des hydrates des dioxydes d'étain, de silicium et de manganèse montre suffisamment combien est incertaine et compliquée la composition de ces matières. Cette composition varie aussi beaucoup suivant les circonstances dans lesquelles les hydrates ont été préparés.

Dans le présent travail, je me propose de faire voir que leur composition dépend: 1° du degré d'humidité et de la température du milieu dans lequel ils se trouvent (par conséquent, de leur propre tension de vapeur à chaque température), 2° de leur état moléculaire, ce qu'on appelle ordinairement état ou modification allotropique; — d'où il résultera, réciproquement, qu'une teneur différente en eau, sous des conditions égales, peut nous apprendre si un oxyde a déjà subi une modification.

Pour ces recherches, les hydrates ou les oxydes, réduits en

poudre et étendus en couche mince sur une capsule de verre, devaient être maintenus pendant longtemps dans une atmosphère saturée de vapeur d'eau, — dans *l'air humide*, ainsi que je dirai dorénavant pour abréger. Le danger existe alors que de la vapeur d'eau ne se condense sur le verre ou sur la poudre quand la température vient à changer, surtout si la lumière du jour tombe plus fortement d'un côté, ou si la surface du verre n'est pas tout à fait propre. J'ai pu empêcher ce dépôt d'eau et obtenir pendant des jours entiers un poids constant (lorsque l'hydratation avait une fois atteint son maximum), en introduisant la capsule, bien nettoyée et essuyée avec une étoffe de laine, sous une cloche isolée par une couche d'eau, et plaçant ensuite tout l'appareil dans une armoire obscure. La chambre était exposée au nord, et la température n'y variait que très peu. Dans ces conditions, la poudre restait parfaitement sèche, de sorte qu'elle ne s'attachait ni au papier, ni au métal, ni au verre, même après avoir séjourné durant plusieurs semaines dans la cloche sur l'eau.

L'absence de tout dépôt d'un liquide est prouvée aussi par le fait que, pour la même substance, j'ai souvent obtenu exactement les mêmes poids, après qu'elle était restée à l'air humide pendant un temps plus au moins long, ou après qu'elle avait d'abord perdu dans l'air sec, puis repris dans l'air humide, la plus grande partie de son eau d'hydratation, ce qui pour un hydrate exigeait une exposition beaucoup plus prolongée que pour l'autre.

Les nombres que je donnerai pour l'eau d'hydratation à l'air humide, à l'air sec, et à la température de 100°, sont ceux dont la constance a été reconnue après des expositions et des pesées répétées.

Dans la chambre où s'exécutaient les expériences, le degré d'humidité de l'air n'éprouvait pas de fortes variations. Un hygromètre de Klinkerfues donna, en janvier et février (la température oscillant entre 7° et 13°), les indications suivantes:

dans la chambre	55° à 70°
„ l'air humide	90°
„ l'air sec (sur le chlorure de calcium). .	2°.

L'air de la chambre avait donc un degré d'humidité assez élevé. J'attribue à cette circonstance le fait que quelques-uns des hydrates étudiés, qui perdaient beaucoup d'eau à l'air sec, n'en absorbaient pourtant, dans l'air humide, pas beaucoup plus qu'ils n'en contenaient déjà dans l'atmosphère de la chambre.

I. Acide métastannique.

La comparaison des données analytiques qu'on possède sur l'acide métastannique et l'acide stannique montre qu'un petit nombre seulement de ces analyses correspondent à une formule simple:

$SnO_2 . 3 H_2O$	exige	26,84 %	d'eau
$SnO_2 . 2 H_2O$	„	19,36 „	„
$SnO_2 . H_2O$	„	10,71 „	„
$SnO_2 . \frac{1}{2} (H_2O)$	„	5,66 „	„

Dans Gmelin et Kraut (*Handbuch*, 6e éd.) on trouve les nombres suivants:

Acide stannique.

(préparé au moyen du chloride stannique ($SnCl_4$) et du carbonate de chaux).

Frémy	lavé rapidement et séché à l'air:	22,5 % H_2O
Weber	„ „ „ „ „ :	22,7 „ „
Weber	séché sur l'acide sulfurique:	12,45 „ „
Frémy	„ dans le vide . . . . :	11,2 „ „
Graham	„ à 100°. . . . . :	$SnO_2 . H_2O$
Schaffner	„ „ „ . . . . :	$SnO_2 . H_2O$

Acide métastannique.

Weber . . .	séché à l'air	21,3 %	H_2O
Frémy . . .	„ dans un courant d'air sec	19,5 „	„
Thomson . .	„ à 55°.	19,36 „	„
Weber . . .	„ sur l'ac. sulfurique } . . .	11,3 „	„
„ . . .	„ dans le vide . . . . }		
Schaffner. .	„ „ 100°	8 „	„
Frémy . . .	„ „ 130°	8,75 „	„
„ . . .	„ „ 140°	7,9 „	„
Schaffner. .	„ „ 150°	5,20 „	„

Ces nombres mettent suffisamment en évidence que la composition de l'acide stannique ou de l'acide métastannique, même dans les circonstances ordinaires, n'est pas constante. On peut bien calculer une formule pour chaque résultat centésimal, c'est-à-dire une formule dont la valeur proportionnelle *se rapproche* du nombre observé, mais il n'est pas permis d'attribuer à des erreurs d'analyse, comme on le fait habituellement, la différence entre la proportion centésimale trouvée et la proportion calculée. Pour cela, les différences sont trop grandes.

L'acide métastannique ayant été préparé au moyen de l'étain et de l'acide nitrique, puis débarrassé de l'acide nitrique, à une faible trace près, par des lavages prolongés (je reviendrai sur ce point dans un prochain Mémoire), et exposé à l'air jusqu'à ce que la poudre fût sèche au toucher et ne restât plus adhérente ni au verre ni au papier, j'y trouvai [1]):

a	*b*
(décembre)	(juillet)
2,0	2,15 à 2,25 mol. H_2O,

[1]) J'ai employé de l'acide métastannique provenant de deux opérations différentes: *a* et *b*.

De l'acide *a*, $2^{gr},0734$ subirent au rouge une perte de 19,52 %
„ „ *b*, $1^{gr},7635$ „ „ „ „ „ „ 21,25 „

c'est-à-dire, que la quantité d'eau variait, d'un jour à l'autre (à 16°), d'environ ± 0,05 mol.

Pour juger ce nombre, ainsi que les suivants, à sa vraie valeur, il faut considérer que les quantités de matière mises en expérience étaient trop grandes pour qu'une différence de 0,1 mol. pût être regardée comme due à une erreur, car, dans ces expériences, il fallait 40 milligrammes en plus ou en moins pour produire une pareille différence de 0,1 mol. sur la proportion de l'eau d'hydratation.

Que l'acide métastannique se met dans un état d'équilibre avec le degré d'humidité de l'air, c'est ce que prouve le fait qu'il perd de l'eau dans l'air sec. Dans les conditions ordinaires de température et d'humidité de l'air des appartements, la tension de vapeur de l'acide est à peu près en équilibre avec la tension de la vapeur d'eau, quand l'acide renferme 2 mol. H_2O.

Lorsque la vapeur est enlevée à l'air d'une manière progressive, l'acide perd successivement de l'eau d'hydratation, jusqu'à ce qu'un nouvel état d'équilibre se soit établi.

Dans l'air sec (sur l'acide sulfurique, à une température d'environ 15° C.) la teneur en eau de l'acide fut trouvée égale à:

a		*b*
0,8	. . . . .	0,8 mol. H_2O.

La matière, prise en quantités de 3gr,7 et 4gr,4, et étendue en couches minces sur des capsules de verre, avait eu besoin de trois jours avant d'arriver à un poids constant [1]).

L'acide métastannique, séché à l'air, ayant été placé, à environ 15° C., dans une atmosphère saturée de vapeur d'eau, absorba encore un peu d'eau. Le maximum obtenu fut de:

---

[1]) Elle contenait:

au bout de 1 jour	:	1,26 mol. H_2O.
" " " 2 jours	:	1,05 " "
" " " 3 "	:	0,8 " "
" " " 4 "	:	0,8 " "
" " " 5 "	:	0,8 " "

a	*b*
2,26	2,3 mol. H_2O.

Exposé alors de nouveau à l'air, l'acide redevint (avec de légères variations durant les 9 jours d'observation): $SnO_2 . 2,1 H_2O$.

Il est clair qu'une substance qui perd de l'eau dans une enceinte sèche ne peut avoir une composition constante dans l'air ordinaire. Sa teneur en eau se mettra en équilibre avec le degré d'humidité de l'air, et aucun rapport moléculaire simple ne s'établira. En passant d'une atmosphère saturée de vapeur d'eau à une atmosphère sèche, l'hydrate voit sa teneur en eau diminuer

de 2,3 à 0,8 mol. H_2O.

Lorsque son eau d'hydratation s'est réduite, à la température ordinaire, à 0,8 mol., il paraît déjà avoir éprouvé une certaine modification moléculaire, car dans l'air humide il ne reprend plus, en totalité, la quantité d'eau primitive. Il se montre, à la vérité, *très hygroscopique*, et au bout de peu de temps il est de nouveau saturé d'eau, mais il contient alors:

(composition restée constante durant 4 sem.)

	a	*b*
dans l'air humide (20° C.) . .	1,72	1,72 mol. H_2O
„ „ de la chambre . . .	1,57	1,60 „ „

Or, si la composition $SnO_2 . 2,3 H_2O$ ne s'est pas reproduite, ce ne peut être que parce que l'état moléculaire de la substance a été plus ou moins changé et que la proportion d'eau d'hydratation est aussi une fonction de cet état moléculaire (de la densité).

D'après cela, la teneur en eau (dans l'air humide) doit aussi s'abaisser lorsque la substance a été chauffée à 100°, et encore plus lorsqu'elle a été portée au rouge. L'expérience a confirmé cette présomption.

Chauffé à 100° pendant plusieurs heures, l'acide contenait encore,

	a	*b*
(en 5 exp., dont une portant sur 50 gr. de matière	0,66 à 0,61	0,60 mol. H_2O;
il prit alors la composition suivante:		
dans l'air humide	1,4	1,5 „ „
„ „ ordinaire	1,3	1,45 „ „
après une nouvelle exposition à 100°. .	0,6	„ „
après avoir été humecté d'au, puis séché à l'air ord.	1,3	„ „

L'acide *calciné* et devenu anhydre n'était presque plus hygroscopique dans l'air de la chambre, où 1gr,5 n'absorbèrent que quelques milligrammes d'eau. Placé dans l'air humide, au contraire, il contenait, au bout d'un petit nombre de jours, 0,65 mol. H_2O (poids constant pendant 4 semaines), quantité qui, à l'air ordinaire, se dissipa de nouveau en deux jours, à quelques milligrammes près.

II. Acide stannique.

Les mêmes phénomènes ont été observés avec l'acide stannique. Celui-ci fut préparé, à deux reprises différentes (*a* et *b*), en traitant $SnCl_4$ par une quantité de carbonate de chaux pur insuffisante pour la neutralisation exacte, puis lavant la matière à grande eau, jusqu'à ce qu'on lui eût enlevé tout le chlore et le calcium, à une très faible trace près.

Cet acide stannique gélatineux a besoin d'un temps très long avant de se réduire à l'air en une poudre parfaitement sèche. Pour avoir un point d'équilibre déterminé (à la température ordinaire), je l'introduisis, dès qu'il fut devenu presque sec, qu'au toucher il ne parut plus que très peu humide et qu'il ne s'attacha presque plus ni au verre ni au métal, dans un flacon fermant hermétiquement. L'acide ainsi obtenu se dissolvait complètement dans l'acide chlorhydrique concentré (ce que ne fait pas, comme on le sait, l'acide métastannique). Il contenait:

	a molécules H_2O.	*b* molécules H_2O.
. . . .	3,5	3,33
1) Le même, exposé pendant quelques jours à l'air et devenu parfaitement sec au toucher	2,6	2,67 / 2,56 } variations d'un jour à l'autre (18° C).
2) Dans l'air humide (constant durant 3—6 jours)	3,0 (10—15° C.)	2,72 (16° C).
3) Puis de nouveau à l'air d'appartement (constant durant quelques jours)	. . . .	2,6 (17 à 18° C.)
4) Dans l'air sec	1,3 (constant au bout de 2 jours)	1,0 (constant au bout de 6 jours).
5) Puis à l'air d'appartement . . .	2,0 (constant durant 1 mois).	1,8
6) Dans l'air humide	2,3 (constant durant 1 mois).	1,95
7) De nouveau à l'air d'appartement	2,0	
8) Chauffé à 100°.	0,9	0,83
Id. dès le début)	. . . .	0,83
9) Chauffé à 100°, puis exposé à l'air	1,64	1,57 } (constant durant plusieurs mois, sauf de légères variations < 0,1 mol.).
10) „ „ „ puis placé dans l'air humide.	1,8	1,71 (constant durant 3 jours).
11) Ensuite humecté avec de l'eau et séché à l'air.	1,64	
12) Chauffé encore une fois à 100° (0,9 H_2O), humecté avec de l'eau et séché à l'air	1,64	
13) Chauffé au rouge, puis dans l'air humide	0,85	
14) „ „ „ puis à l'air ordinaire	0,25	

Les 14 expériences relatives à la substance *a* ont toutes été exécutées successivement sur la même portion de matière. Il en est de même des 10 expériences relatives à la substance *b*.

L'acide stannique possède un état moléculaire autre que celui de l'acide métastannique et d'une densité moindre. Il peut, dans les mêmes conditions, retenir plus d'eau, car, lorsque l'acide gélatineux est devenu sec, il contient environ 3 molécules d'eau, c'est-à-dire 1 molécule de plus que l'acide métastannique.

En négligeant de petites différences qui se sont produites dans nos expériences, et qui dépendent peut-être d'un séjour plus prolongé (série *b*) dans l'air sec, on peut admettre que l'acide stannique (fraîchement préparé), en poudre sèche au toucher, a la composition suivante:

à la temp. d'appartement,
dans l'air humide . . . . . . environ $SnO_2 . 3 H_2O$
„ l'air d'appartement . „ $SnO_2 . 2,6 H_2O$
„ l'air sec . . . . „ $SnO_2 . H_2O$.

Dans deux cas, celui de l'*air humide* et celui de l'*air sec*, on a donc approximativement des formules simples.

Mais lorsque l'acide a été séché dans l'air sec, il a subi une modification moléculaire et n'absorbe plus autant d'eau dans l'air humide, où il devient alors environ . . . . $SnO_2 . 2 H_2O$
à la température d'appartement.

A 100°, la composition est . . „ $SnO_2 . 0,85 H_2O$
„ 150° „ . . „ $SnO_2 . 0,7 H_2O$.

L'acide chauffé à 100° est modifié encore plus profondément dans son état moléculaire, car il ne peut pas fixer plus d'eau que ne l'expriment les formules suivantes:

à la température d'appartement,
dans l'air humide . . . environ $SnO_2 . 1,8 H_2O$.
dans l'air d'appartem. „ $SnO_2 . 1\frac{2}{3} H_2O$,

Après avoir subi l'action de la chaleur rouge, l'acide est changé au point de ne pouvoir fixer, dans l'air humide, que la quantité d'eau retenue par l'acide frais à 100°, à savoir: $Sn_2O_2 . 0{,}85 H_2O$, quantité qui est unie par un lien si lâche, qu'elle diminue, dans l'air au degré d'humidité de l'appartement, jusqu'à

$$SnO_2 . \tfrac{1}{4} H_2O.$$

III. Acide silicique.

L'acide silicique est une combinaison qui retient l'eau avec encore moins de force que l'acide stannique [1]). J'ai déjà fait connaître ailleurs (*Landwirthschaftliche Versuchsstationen*, t. XXIII, p. 285, 1878) le résultat de mes recherches à cet égard, de sorte que je me borne ici à reproduire succinctement, comme terme de comparaison, les nombres communiqués antérieurement, augmentés de quelques chiffres nouveaux.

Séparé à l'état de gelée d'une solution aqueuse, l'acide silicique a besoin d'un temps très long pour sécher à l'air. Arrivé au point où il paraît sec au toucher et où il n'adhère plus ni au verre ni au métal, il présente à peu près la composition

$$SiO_2 . 4 H_2O \ldots\ldots 54{,}54\ \%\ H_2O$$ [2]),

---

[1]) M. Rammelsberg a déjà remarqué que l'acide silicique séché à l'air ne renferme pas une proportion constante d'eau. Il en a trouvé de 36 à 13 %.

M. Gottlieb a obtenu:

acide silicique séché sur l'acide sulfurique......	6,13 % d'eau
〃 à 100—140°.............	4,5 〃 〃

M. Geuther donne les compositions suivantes:

acide silicique séché à l'air................	$SiO_2 . H_2O$
〃 〃 〃 〃 20—28°...............	$2(SiO_2) . H_2O$
〃 〃 〃 〃 60°..................	$3(SiO_2) . H_2O$
〃 〃 〃 〃 80—100°..............	$4(SiO_2) . H_2O$
〃 〃 〃 〃 250—270°............	$8(SiO_2) . H_2O$.

[2]) L'acide silicique était suffisamment pur; traité par l'acide fluorhydrique, il ne laissait qu'un résidu de 0,2 % d'alumine et d'oxyde de fer.

ainsi qu'il résulte des observations suivantes:

Séché à l'air et devenu sec au toucher	. 54,14 %	= 3,94 mol. H_2O	
Idem, d'une seconde préparation. . .	. 53,01 %	= 3,77	„ „
Idem, „ troisième „			
(encore un peu humide au toucher). .	57,2 „	= 4,4	„ „
Dans l'air humide		4 à 4,2 „	„

La plus grande partie de cette eau d'hydratation est retenue par un lien très faible, comme le prouve la circonstance qu'il s'en perdait déjà tant au degré de sécheresse de l'air de l'appartement; après trois jours de cette exposition, l'acide présentait, en effet, la composition suivante, qu'il conserva à de légères variations près:

$$SnO_2 . 1,4 \text{ à } 1,5\ H_2O.$$

Dans l'air sec, il devint $SnO_2 . 0,25\ H_2O$ ou $4 (SnO_2) . H_2O$.

Il est à remarquer que, dans cet état, l'acide silicique n'a pas encore éprouvé de modification moléculaire, car à l'air humide il absorbe, d'abord très rapidement et ensuite avec plus de lenteur, assez d'eau pour qu'au bout de 14 jours il contienne de nouveau: $4\ H_2O$.

Après avoir été chauffé à 100° il ne renferme plus que : $0,2\ H_2O$.

Lorsqu'il est devenu anhydre par la calcination, il reste très hygroscopique et peut encore absorber beaucoup d'eau. Dans deux expériences j'ai obtenu, comme maximum: 2,9 et $3,1\ H_2O$. Plus d'un mois fut nécessaire pour atteindre ces poids constants. Dans la seconde de ces expériences, la quantité d'eau absorbée s'élevait à 2gr,76. A l'air de l'appartement, la plus grande partie de l'eau fut de nouveau abandonnée, mais lentement. Un poids de 5gr,742 de l'acide silicique $SiO_2 . 3\ H_2O$, contenu dans une capsule de platine, eut besoin de 12 jours avant d'être arrivée en équilibre avec le degré d'humidité de l'air; il renfermait alors approximativement encore 0,5 mol. H_2O, avec de légères variations d'un jour à l'autre (par ex. 0,45, 0,52, 0,48 etc.).

Je note encore une fois, expressément, que même l'acide silicique porté au rouge, après qu'il eut repris $3\ H_2O$, formait

une poudre sèche au toucher et ne contractait pas la moindre adhérence avec le papier, le verre ou le métal.

IV. Hydrate de dioxyde de manganèse.

Au point de vue qui nous occupe, l'hydrate de dioxyde de manganèse présente des phénomènes très intéressants.

En premier lieu, on peut en obtenir plusieurs modifications, qui diffèrent notablement par leur état moléculaire et par leur pouvoir de fixer l'eau. Elles forment donc avec l'eau des combinaisons d'une stabilité très inégale. Jusqu'ici, je n'ai encore étudié que deux de ces modifications:

1°. Un hydrate très dense, de couleur noire, préparé en faisant agir le chlore sur un sel d'oxydule de manganèse. La combinaison ainsi obtenue fut lavée et séchée, puis traitée par l'acide nitrique étendu, et soumise à des lavages répétés et prolongés.

2°. Un hydrate beaucoup plus léger, de couleur brun rougeâtre, préparé suivant la méthode de M. Frémy, en introduisant, par petites portions, 100 grammes de permanganate de potassium bien pulvérisé dans 500 grammes d'acide sulfurique étendus de 150 grammes d'eau. Le mélange fut abandonné à lui-même pendant 2 à 3 jours, jusqu'à ce que le dégagement d'oxygène eût cessé. Il s'était formé un liquide brun foncé, qu'on versa dans l'eau. Au bout de quelques instants un trouble apparut, puis il se déposa peu à peu des flocons brun rougeâtre. Ceux-ci furent lavés par décantation avec de grandes quantités d'eau, jusqu'à ce que la substance ne tombât plus au fond du vase; on les porta alors sur un colatoire, où le lavage fut encore continué pendant quelque temps. L'eau de lavage ne contenait plus d'acide, mais la substance solide restait encore imprégnée d'une trace d'acide sulfurique, qui toutefois ne s'élevait qu'à un ou deux milligrammes par gramme de substance, par conséquent à moins de 1 $^0/_0$. L'*hydrate rouge* fut séché à l'air et, dès qu'il fut devenu sec au toucher, introduit dans un flacon (produit *a*). La matière provenant d'une seconde opération (*b*) fut

d'abord réduite en poudre fine, puis étendue de nouveau à l'air pendant deux jours.

Les deux hydrates furent analysés. On y dosa:

1°. l'oxygène de peroxydation, en traitant la substance par l'acide oxalique et l'acide sulfurique, et pesant l'acide carbonique formé;

2°. le manganèse, en faisant rougir la substance et la pesant à l'état d'oxyde manganoso-manganique, une fois aussi en la pesant à l'état de MnS [1]);

3°. l'eau, en chauffant la substance au rouge et recueillant l'eau dans un tube à chlorure de calcium.

L'*hydrate noir* donna:

	trouvé.	rapport atomique.		
Mn_3O_4 83,84 % = . . .	77,98 % MnO	MnO .	1	1,035
Oxygène de peroxydation.	16,16 „	O . . .	0,966	1
Eau.	5,10 „	H_2O .	0,255	0,264
	99,24 „			

Cet hydrate avait donc une composition correspondant à la formule $MnO_2 . \frac{1}{4} H_2O$, telle qu'elle a aussi été trouvée par Berthier et par M. Rammelsberg. Le produit contenait toutefois une petite quantité d'oxydule de manganèse, comme on le reconnut aussi plus tard, en le traitant par l'acide sulfurique.

L'*hydrate rouge*, ainsi qu'il a été dit plus haut, provenait de deux opérations *a* et *b*, et avait été séché à l'air.

	a	rapport atomique		
Mn_3O_4 58,46 %.	54,46 MnO	1	1,07	$MnO_2 . 2,68 H_2O . 0 7 MnO$.
Oxygène de peroxydation	11,41 O	0,933	1	
Eau.	34,53 H_2O	2,5	2,68	
	100,40			

---

[1]) Obtenu en dissolvant la matière dans l'acide chlorhydrique, y ajoutant de l'oxalate d'ammoniaqne, de l'ammoniaque et du sulfhydrate d'ammoniaque, et calcinant le sulfure de manganèse avec du soufre dans un courant d'hydrogène.

	b	rapport atomique.			
Mn_3O_4 61,82%=57,51 MnO		1	1,1		
MnS 70,00 % = ...	57,15 MnO			1,087	
Oxyg. de perox. 11,92. . .	11,92 O	0,91	1	1	MnO_2.2,27 H_2O.0,1 MnO.
Eau . . . . 30,24. . .	30,24 H_2O	2,07	2,27	2,27	
99,67	99,31				

Le calcul de l'eau d'hydratation fixée dans des conditions différentes est rendu plus difficile par la présence de la petite quantité de Mn O. L'intimité avec laquelle cet oxydule est uni à MnO_2 ressort de la circonstance que, lors du lavage, il n'a pas été entraîné par l'acide sulfurique libre, et que la poudre sèche est encore imprégnée d'une minime quantité d'acide agissant sur les réactifs colorés. Je me suis donc décidé, dans le calcul, à regarder l'eau et l'oxydule de manganèse comme unis tous les deux à MnO_2. Par là, il est vrai, la proportion d'eau reste affectée d'une incertitude d'environ 0,2 mol.

En admettant les compositions suivantes dans l'état initial:

Hydrate rouge *a* . MnO_2 . 0,07 Mn O . 2,68 H_2O (pas encore en équilibre avec l'humidité d'appartement, à la temp. d'appartement),

Hydrate rouge *b* . MnO_2 . 0,1 Mn O . 2,27 H_2O (cet équilibre atteint),

Hydrate noir . . . MnO_2 . 0,03 Mn O . 0,26 H_2O,

on a observé les proportions suivantes d'eau hydratation, lorsque la même substance se trouvait successivement dans des circonstances différentes: (Voir le tableau à la p. 335)

Ainsi, à l'air sec, la composition de l'hydrate rouge, abstraction faite de la teneur en Mn O, est environ: MnO_2 . 0,7 H_2O; le maximum de l'eau d'hydratation, dans l'air humide et à la température d'appartement, est . . . . MnO_2 . 2,8 H_2O, tandis qu'accidentellement, dans ces mêmes conditions, la composition se rapproche du rapport simple . . . . MnO_2 . 2 H_2O.

	Hydrate rouge *a.* molécules H_2O.	Hydrate rouge *b.* molécules H_2O.	Hydrate noir. — molécules H_2O.
dans l'air humide, à la température d'appartement	. . . .	2,8	2,0 (constant au bout d'un mois seulement).
de nouveau à l'air ord.	2,3	2,27	0,26 (avec de très légères variations).
dans l'air sec.	0,8	0,6	0,18
à l'air ord.	2,1 (avec de légères variations).	. . . .	0,26
à 100° (durant une heure)	0,41	0,4	(0,1 à 140°)
dans l'air humide . .	2,06	2,6 (constant au bout de plusieurs jours seulement).	1,7 (constant au bout d'un mois seulement).
à l'air ord.	1,8 (avec de légères variations).	1,9 (avec de légères variations).	0,26
dans l'air humide . .	2,06		
à l'air ord.	1,8		

A 100°, l'hydrate rouge ne retient que 0,4 H_2O; mais son état moléculaire n'est pas sensiblement modifié par cette température, car, exposé ensuite à l'air ordinaire et à l'air humide, il y absorbe de nouveau à peu près les mêmes quantités d'eau d'hydratation.

La composition de l'hydrate noir correspond approximativement,

dans l'air sec, à . . . . . $MnO_2 . 0,18 H_2O$,

„ „ humide, à . . $MnO_2 . 2,0 H_2O$.

Cette grande quantité d'eau, absorbée à l'air humide, n'est toutefois unie que par un lien très lâche; car, en premier lieu, il faut un temps très long avant que l'état d'équilibre soit atteint

dans l'enceinte humide, et, en second lieu, toute l'eau absorbée se dégage de nouveau, dans l'espace de quelques heures, à l'air libre, de manière que la composition redevient:

$$MnO_2 . 0,25 H_2O.$$ [1]

V. Autres hydrates.

Il est certain que d'autres hydrates encore, qui ne se séparent pas des solutions aqueuses sous la forme cristalline, mais à l'état amorphe ou gélatineux, se comportent comme les précédents et peuvent exister en modifications plus ou moins nombreuses.

---

[1]) Il existe indubitablement encore d'autres modifications de l'hydrate de dioxyde de manganèse; malheureusement, les analyses publiées jusqu'ici ne permettent guère de conclusions certaines. Voici quelques-uns des résultats obtenus:

	H_2O	calculé,
Berthier (*Ann. de Chim. et de Phys.* XX, p. 187), hydrate préparé au moyen de $MnCO_3$ et d'eau de chlore, et traité par l'ac. nitrique concentré............	4,5 %	¼ H_2O... 4,9 %
Rammelsberg (*Pogg. Ann.* LV, p. 65), préparé au moyen de $KBrO_3$ et $MnCl_2$, et traité par l'ac. nitrique.............................	4,6 〃	
Idem, avant le traitement par l'ac. nitrique.....	6,24 〃	
Mohr, préparé au moyen de MnCl et NaClO (séché à l'air).............................	6,02 〃	⅓ H_2O... 6,45 〃
Winkelblei (*Ann. Pharm.* XIII, pag. 262), prép. au moyen de $MnCl_2$ et d'une sol. de chlorure de chaux	9,4 〃	
Berthier, prép. au moyen de $MnCO_3$ et d'eau de chlore (séché à 100°)......................	12,0 〃	
Mitscherlich 1832 (*Pogg. Ann.* XXV, p. 287), prép. en traitant le caméléon minéral par un excès d'acide sulfurique (analyse incertaine) ..	17,55 〃	½ H_2O... 9,38 〃 H_2O...17,14 〃

Gorgeu 1862 (*Ann. de Chim. et de Phys.* LXVI, p. 153), a préparé le peroxyde de manganèse par la méthode de Berthier et obtenu en conséquence l'hydrate MnO_2 . ¼ H_2O.

Wernecke 1870 (*Jahrb. f. pr. Ch.* CX, p. 425), l'a préparé en soumettant le nitrate ou l'acétate de manganèse à l'électrolyse; séché dans le vide, environ.................................. ....MnO_2 . 1,5 H_2O.

La plupart de ces produits contenaient sans doute un peu de MnO.

Tels sont les hydrates des oxydes de Fe, Al, Cr, Zn, Cu, Pb, Bi, Sb etc.

Un échantillon d'alumine en poudre, séchée à l'air, m'a donné 4,3 mol. H_2O.

De l'acide titanique, qui présente tant d'analogies avec l'acide stannique, on décrit deux modifications, α et β, et on lui attribue des proportions très diverses d'eau d'hydratation (Merz, *Journ. f. pr. Ch.* CIX, p. 157): $3 H_2O$ jusqu'à $\frac{1}{4} H_2O$. Le *Dictionnaire de Chimie de Würtz*, en citant ce résultat (Vol. III, p. 421), ajoute la remarque: „Il resterait à prouver que ce sont là des hydrates définis". J'espère pouvoir communiquer plus tard des données précises sur ces hydrates, ainsi que sur plusieurs autres.

Conclusions.

Dans le tableau ci-après (p. 338), les résultats de mes recherches sont coordonnés de manière à montrer clairement comment la quantité d'eau d'hydratation, que l'oxyde possède au moment où il se forme et se sépare d'une solution aqueuse, et qu'il retient après avoir été séché, dépend:

1°. *de son état moléculaire* (allotropique) — comprenant aussi sa densité — c'est-à-dire de l'état d'équilibre, encore inconnu, entre les molécules dont est formé l'hydrate solide.

Pour un même état moléculaire de l'oxyde, la quantité d'eau d'hydratation dépend ensuite:

2°. *de la température*: en général, elle décroît, dans des limites plus ou moins étendues, à mesure que la température s'élève;

3°. *du degré d'humidité de l'espace ambiant.*

A mon avis, voici comment ces phénomènes se laissent expliquer:

De la quantité maximum d'eau d'hydratation que l'oxyde peut retenir à une certaine température, des portions différentes sont fixées avec une force différente. Dans une enceinte sèche, la

	Dans une enceinte humide.	Ensuite, au degré d'humidité et à la température d'appartement.	Ensuite dans une enceinte sèche.	Ensuite à 100°.
ACIDE MÉTASTANNIQUE.				
Fraîchement préparé . .	2,3	2—2,2	0,8	0,6
Après enceinte sèche . .	1,7	1,5—1,6		
Après 100°.	1,5	1,4—1,3		
Après calcination	0,65	trace	0	0
ACIDE STANNIQUE.				
Fraîchement préparé . .	3—2,7	2,6	1,0	0,8
Après enceinte sèche . .	2,3—2,0	1,8—2,0		
Après 100°.	1,8—1,7	1,57—1,64		
Après calcination	0,8	0,24	trace	0
ACIDE SILICIQUE.				
Fraîchement préparé . .	4,2	1,5	0,25	0,2
Après enceinte sèche . .	4,2			
Après calcination	3,1	0,5—0,7	trace	0
Hydrate rouge de DIOXYDE DE MANGANÈSE.				
Fraîchement préparé . .	2,5—2,7	2,3	0,8—0,6	0,3
Après enceinte sèche . .	2,2—2,5	2,1		
Après 100°.	2,0—2,3	1,7		
Hydrate noir de DIOXYDE DE MANGANÈSE.				
Fraîchement préparé . .	2,0—1,7	0,25	0,18	
Après enceinte sèche . .	idem.	0,25		

portion combinée avec plus de force est encore retenue par l'oxyde (colonne III du Tableau), tandis que la portion unie par un lien plus faible se dégage. Le cas peut alors se présenter que le nombre de molécules d'oxyde soit plus grand que celui des molécules d'eau retenues. L'eau unie avec moins de force est de nouveau absorbée dans une enceinte humide, et l'équilibre s'établit lorsque, dans l'unité de temps, il entre autant de molécules qu'il en sort. Une action réciproque se produit entre l'hydrate et la vapeur d'eau contenue dans l'espace ambiant. Le maximum d'absorption a lieu quand l'espace est saturé de vapeur d'eau.

A chaque température doit donc correspondre, pour chaque degré d'humidité de l'enceinte, un état d'équilibre différent, c'est-à-dire, une composition différente de l'hydrate. Cette dépendance est par conséquent un phénomène de dissociation.

A chaque température et à chaque degré d'humidité, les hydrates de l'oxyde d'étain, du dioxyde de manganèse, du dioxyde de silicium, etc. ont une tension de dissociation déterminée.

Le phénomène me paraît analogue à celui de la dissociation du carbonate de chaux à la chaleur rouge, tel qu'il a été décrit par M. Debray.

Une très grande influence est exercée sur le phénomène par la modification (ou l'état allotropique) dans laquelle se trouve l'oxyde. Quand l'hydrate éprouve un changement moléculaire sous l'action de la chaleur, ce qui se manifeste entre autres par un accroissement de densité, ou quand il se sépare à un autre état (un état plus dense) du liquide aqueux qui lui donne naissance, le pouvoir de fixation diminue, tant sous le rapport de l'énergie de l'union que sous celui de la quantité de l'eau fixée.

C'est ainsi, par exemple, que l'hydrate noir de MnO_2 se sépare d'une solution de manganèse, sous l'action du chlore, à un état beaucoup plus dense que l'hydrate rouge. Le premier, dans l'espace humide, retient très faiblement environ 2 mol H_2O, et dans l'espace sec il n'en garde qu'environ 0,2 mol. L'hydrate rouge, au contraire, garde encore 0,8 mol. H_2O dans l'espace sec, et dans l'espace humide il fixe aussi 2,5 mol. H_2O avec

plus de force que l'hydrate noir ne le fait pour ses 2 mol. H_2O (le tout vers 15°); car, dans l'air ordinaire d'appartement, l'hydrate rouge contient encore 2,1 à 2,3 mol. H_2O, et l'hydrate noir seulement 0,25.

Les acides stannique et métastannique, qui dans l'enceinte sèche retiennent encore respectivement 1,0 et 0,8 mol. H_2O, sont modifiés par la calcination au point que, à l'air humide, il ne fixent plus que la quantité d'eau qu'ils retenaient, avant d'avoir subi la chaleur rouge, à la température de 100° (0,8 et 0,6 mol.). Pourtant le lien est si faible qu'ils perdent cette eau presque totalement dans une enceinte sèche. Il en est de même, comme on peut le voir dans le tableau, pour l'acide silicique, avant et après la calcination.

L'acide métastannique a une plus grande densité que l'acide stannique; dans les mêmes circonstances, le premier contient plus d'eau d'hydratation que le second. Aussi apparaît-il sous la forme d'une poudre lorsque l'étain est oxydé par l'acide nitrique, tandis que l'acide stannique s'obtient à l'état gélatineux. Cette gelée est une combinaison toute particulière d'eau liquide et d'hydrate solide. On peut déjà en séparer de l'eau par des moyens purement mécaniques. Mais le fait que, même alors, elle se dessèche avec tant de lenteur, prouve bien que la gelée est une combinaison de molécules d'eau avec un hydrate. Lorsque celui-ci a finalement abandonné toute l'eau liquide, il n'a encore qu'une densité relativement faible et contient, en général, la proportion maximum d'eau d'hydratation.

Il est très probable, sinon certain, que l'eau d'hydratation est nécessaire, jusqu'à un certain point, à l'existence de la modification. Lorsque, par exemple, on enlève à l'hydrate plus d'eau qu'il n'en cède dans l'enceinte sèche, il subit déjà un changement moléculaire et ne peut plus, à circonstances égales, s'hydrater autant qu'il le faisait auparavant. Chauffés à la même température, des hydrates différents éprouvent une altération moléculaire différente. C'est ainsi que l'acide stannique change plus que l'acide silicique, quand on les fait rougir:

	Dans l'enceinte humide.		Dans l'air d'appartement.	
	Ac. stannique.	Ac. silicique.	Ac. stannique.	Ac. silicique.
Mol. H_2O avant la calcination	3	4	2,6	1,5
„ „ après „ „	0,8	3	0,24	0,5

L'acide stannique et l'acide métastannique sont déjà un peu modifiés après avoir subi l'action d'une température de 100°.

Il suit de ces considérations que, en général, on ne doit pas s'attendre à trouver des nombres simples pour les molécules d'eau d'hydratation qui sont unies à *une* molécule d'oxyde (SnO_2, MnO_2, SiO_2 etc.), et que par conséquent les hydrates ne se représentent pas par des formules simples. L'équilibre s'établit entre un nombre plus ou moins grand de molécules d'oxyde et d'eau, et des valeurs moyennes sont tout ce que fournissent les expériences. On n'a obtenu une formule simple que dans quelques cas exceptionnels, par exemple:

Acide stannique dans l'enceinte sèche . . . $SnO_2 . H_2O$.

Sauf ce cas d'un rapport simple, — qui d'ailleurs peut rester caché lorsque l'hydrate n'est pas une substance homogène, parce qu'une partie a déjà subi une modification moléculaire et en conséquence ne fixe plus autant d'eau, — les proportions trouvées sont en général des nombres variables, des grandeurs accidentelles, pour ainsi dire, et qui ne valent que pour des états déterminés de température et d'humidité; c'est ce qu'il faut surtout ne pas perdre de vue quand il s'agit de l'analyse d'hydrates qui ont été séchés à l'air ordinaire. Dans l'air d'appartement, et lorsque l'eau d'hydratation n'est pas unie à l'oxyde par un lien trop faible, sa proportion ne reste pas beaucoup au-dessous de ce qu'elle est dans l'air humide; ainsi, par exemple, on trouve pour l'acide métastannique et l'hydrate rouge de MnO_2 :

	Acide métastannique.	Hydrate rouge de MnO_2.
Mol. H_2O. Dans l'air humide	2,3	2,6
„ „ „ „ d'appartement	2,0 à 2,2	2,3

La chose s'explique par la circonstance que l'air d'appartement est en général assez humide, ainsi que le montre l'hygromètre (voir plus haut). Si toutefois l'eau d'hydratation est unie plus lâchement, la différence en question devient notablement plus forte; par exemple:

	Acide silicique	Hydrate noir de MnO_2.
Mol. H_2O. Dans l'air humide	4,2	1,7 à 0,2
„ „ „ „ d'appartement	1,5	0,25

Les faits exposés nous montrent combien les définitions et les notions ordinaires, relativement aux combinaisons chimiques, sont peu satisfaisantes. Entre la formation des hydrates d'oxydes, celle des hydrates de peroxydes et celle des hydrates de sels, aucune différence spécifique ne saurait être admise. Tout comme les oxydes et les peroxydes, beaucoup de sels s'hydratent à l'air humide (par ex., $CaCl_2$, $MgCl_2$, $CuSO_4$, etc). et se déshydratent dans une atmosphère sèche; souvent aussi, la proportion d'eau qu'ils contiennent dépend de la température et du degré d'humidité de l'air.

Lorsque dans ces phénomènes on constate des équilibres variables, sans que ceux-ci correspondent à un rapport simple entre le nombre de molécules d'oxyde et le nombre de molécules d'eau d'hydratation, la différence habituellement admise entre l'union chimique et l'union physique s'évanouit en quelque sorte. L'hydratation et l'hygroscopité se confondent l'une avec l'autre.

Beaucoup de chimistes ont cherché à représenter les combinaisons, dites condensées, de plusieurs molécules d'oxyde avec un nombre moindre de molécules d'eau, par des formules de structure, dans lesquelles des atomes d'oxygène servent de lien entre les molécules. En écrivant, par exemple,

```
      O H
Sn  =O
      O
Sn  =O
      O
      etc.
. . . . . . .
Sn  =O
      O H
```

on peut combiner un nombre quelconque de molécules $Sn\,O_2$ avec une seule molécule d'eau.

Mais, de même que les formules de structure ne sont guère admissibles pour les combinaisons très fortement hydratées, telles que $Sn\,O_2 \,.\, 4\,H_2\,O$, $Ca\,Cl_2 \,.\, 6\,H_2\,O$, $Cu\,S\,O_4 \,.\, 5\,H_2\,O$, je pense qu'elles ne fournissent pas non plus une explication satisfaisante dans le cas opposé. De pareilles représentations me paraissent dénuées de toute utilité pour l'étude des phénomènes d'équilibre chez les hydrates des oxydes, des peroxydes et des sels, dans leurs différentes modifications et à différentes températures.

LEIDEN, janvier 1880.

Note additionnelle.

Les présentes recherches (dont les résultats ont déjà été communiqués à l'Académie des sciences d'Amsterdam, au mois de septembre 1879) étaient achevées, lorsque j'eus connaissance d'un Mémoire de M. Charles F. Cross (*Journ. Chem. Soc.*), décembre 1879, p. 796) contenant quelques observations analogues, sur les oxydes de cobalt, de chrome, d'aluminium, de fer et de cuivre. M. Cross a trouvé que ces oxydes, après avoir été chauffés à 100°, ou après avoir été rougis, s'hydratent de

nouveau à l'air humide, en absorbant des quantités d'eau qui *se rapprochent* de celles indiquées par les formules suivantes:

Composition à 100°.	Chauffés à 100°, puis exposés à l'air humide.	Rougis, puis exposés à l'air humide.
$2\,Co_2O_3 \,.\, 3\,H_2O$	$Co_2O_3 \,.\, 5\,H_2O$	$Co_2O_3 \,.\, 3\,H_2O$
	$Al_2O_3 \,.\, 3\,H_2O$	
$FeO_3 \,.\, H_2O$	$Fe_2O_3 \,.\, 5\,H_2O$	$Fe_2O_3 \,.\, 3\,H_2O$
$4\,(CuO) \,.\, H_2O$	$CuO \,.\, H_2O$	$CuO \,.\, H_2O$
$Cr_2O_3 \,.\, 4\,H_2O$	$Cr_2O_3 \,.\, 7\,H_2O$	$Cr_2O_3 \,.\, 3\,H_2O$

L'auteur n'a pas fait d'observations sur le plus ou moins de force de l'union contractée par l'eau. Il admet aussi une modification de l'état moléculaire des oxydes, avec accroissement de la densité. La composition des hydrates fraîchement préparés, puis exposés dans un espace sec, ou à divers degrés d'humidité, n'a pas été déterminée par lui.

QUELQUES OBSERVATIONS

CONCERNANT

L'INFLUENCE DE LA GELÉE SUR LES PLANTES TOUJOURS VERTES,

PAR

J. W. MOLL.

On sait que lorsque des tissus végétaux sont saisis par la gelée, la glace ne prend généralement pas naissance à l'intérieur des cellules. On la trouve au contraire soit à la surface de l'organe, soit dans les méats intercellulaires, et il peut même se former au sein des végétaux de grandes masses de glace, qui refoulent les tissus ambiants.

Quand les cristaux de glace occupent les méats intercellulaires de parties colorées en vert, on observe ordinairement un changement de couleur: au lieu de la teinte normale, d'un vert plus ou moins grisâtre, ces parties présentent alors une coloration verte plus foncée, parce que l'air interposé entre les cellules vertes a été remplacé par de la glace (ou peut-être aussi quelquefois par de l'eau). En outre, ces parties deviennent plus transparentes qu'elles ne le sont habituellement.

L'un et l'autre changement peuvent être aisément observés chez les feuilles à l'état de congélation, et le changement de

couleur est surtout accusé à leur face inférieure, où les espaces intercellulaires, comme on sait, sont très nombreux. Les feuilles ont alors le même aspect que si on les avait injectées, soit sous la machine pneumatique, dont l'action fait pénétrer l'eau dans les méats intercellulaires à travers les stomates, soit en chassant le liquide dans la tige, auquel cas les méats se remplissent par l'intermédiaire des faisceaux vasculaires.

Dans ces cas d'injection, toutefois, l'eau, introduite par les stomates ou par les nervures, vient toujours du dehors. A l'état de congélation, au contraire, les cellules du tissu ont elles-mêmes cédé du liquide, qui précédemment en faisait partie intégrante, mais qui maintenant forme des cristaux de glace dans les espaces intercellulaires. Il s'agit donc ici d'un phénomène tout autre que celui de l'injection, et auquel on peut convenablement donner le nom d'*infiltration*, employé en physiologie animale pour des phénomènes analogues.

Tout le monde a sans doute eu fréquemment l'occasion d'observer cette infiltration chez les plantes les plus diverses; nos végétaux à feuillage toujours vert, entre autres, la montrent sans aucune exception. Si le froid n'est pas très vif, que le thermomètre, par exemple, ne marque pas au-dessous de — 3° ou — 4° C., les feuilles de ces végétaux ne sont ordinairement pas d'un vert foncé uniforme à la face inférieure, mais seulement pointillées de vert foncé; c'est ce qui a lieu, notamment, chez le *Berberis fasciculata* et d'autres espèces du même genre, chez *Helleborus niger*, *Ilex aquifolium*, *I. balearica*, *I. scotica*, *Prunus lusitanica*, *Taxus baccata*, etc. A des températures plus basses, l'infiltration augmente ordinairement, de sorte que la face inférieure tout entière est alors uniformément colorée en vert foncé. Chez d'autres plantes, au contraire, un froid de — 1° à — 2° C est déjà suffisant pour rendre l'infiltration complète; telles sont, par exemple, *Aucuba japonica*, *Hedera Helix*, *Ilex laurifolia*, etc.

Chez quelques plantes, l'existence de l'infiltration échappe facilement à une observation superficielle. En pareil cas, on fait bien de mettre l'une à côté de l'autre une feuille gelée et une

feuille normale; la différence saute alors immédiatement aux yeux. Je mentionnerai ici deux exemples de ce genre. Le premier concerne les feuilles du *Pinus Strobus.* Une comparaison très attentive de feuilles gelées et de feuilles non gelées peut seule faire reconnaître que les premières sont, dans toute leur étendue, d'un vert plus foncé. Un autre exemple est fourni par le *Rhododendron ponticum.* A la vérité, les jeunes feuilles de cette plante sont assez souvent infiltrées d'une manière particulièrement nette et uniforme; mais les feuilles plus âgées, les feuilles adultes, qui résistent le mieux au froid de l'hiver, semblent, au premier coup d'œil, ne pas avoir changé de teinte par la congélation. On s'aperçoit toutefois promptement de son erreur, lorsqu'on institue la comparaison ci-dessus indiquée. A la face inférieure de la feuille, les nervures, et même leurs ramifications les plus délicates, sont colorées en vert beaucoup plus foncé que dans l'état normal, et le parenchyme aussi est finement pointillé de vert foncé.

Lorsque les parties végétales infiltrées dégèlent, et qu'elles n'ont pas été tuées du coup, le liquide repasse des méats intercellulaires dans les cellules, et en même temps la couleur normale reparaît. C'est ce que Treviranus a vu arriver, même très rapidement dans une chambre chaude, chez le *Buxus sempervirens* et le *Saxifraga crassifolia* [1]).

Outre l'infiltration, il y a encore un autre phénomène qui, chez différentes plantes à l'état de congélation, se manifeste d'une manière très frappante et est par suite généralement connu. Il consiste en ce que ces plantes laissent pendre leurs feuilles, comme si elles étaient fanées. Chacun peut observer ce phénomène en hiver sur l'*Euphorbia Lathyris*, et non moins nettement sur les *Aucuba*, *Hedera* et *Rhododendron.* Les feuilles aciculaires des *Pinus Strobus* et *excelsa* montrent aussi, d'après M. Hofmeister, des changements de direction à la suite de variations thermométriques. Lorsque la température descend jusqu'au

---

[1]) Treviranus, *Physiologie der Gewächse*, 1838, II. 2, p. 697.

point de congélation, dit cet auteur, les aiguilles deviennent flasques et pendantes [1]).

Lors du dégel, les feuilles de toutes les plantes qui viennent d'être citées reprennent leur position normale, et même, chez l'*Euphorbia Lathyris*, ce retour s'opère d'une manière subite.

L'hiver dernier, j'ai eu l'occasion de faire quelques observations au sujet de ces deux phénomènes d'infiltration et de changement de direction des feuilles. J'avais été frappé, en effet, de la circonstance que la rapide disparition de l'infiltration et la position penchée des feuilles ne se trouvent décrites, l'une et l'autre, que comme des particularités propres à quelques plantes. Cela ferait croire que ces deux phénomènes sont des conséquences de dispositions organiques spéciales, dont ces plantes seraient dotées à l'exclusion des autres. Celui qui voudrait étudier les phénomènes en question devrait donc chercher d'abord à connaître ces particularités de structure de certains végétaux.

Une pareille interprétation des faits me paraissait toutefois invraisemblable. Il me semblait possible, au contraire, qu'ils fussent de simples conséquences de ces lois générales, mais imparfaitement connues, qui régissent la congélation et le dégel de tous les tissus végétaux. En ce cas, l'explication des phénomènes décrits ne pourrait être trouvée que par l'étude approfondie de ces lois, et il ne s'agirait plus de faire des recherches spéciales sur certaines plantes déterminées.

Mais, si cette manière de voir était fondée, il s'ensuivait que toutes les plantes sans exception, et non pas seulement un petit nombre d'entre elles, devaient montrer la rapide disparition de l'infiltration aussi bien que l'état de flaccidité des feuilles. Il était donc nécessaire, avant tout, d'éclaircir ce point, puisque cet éclaircissement seul pouvait indiquer la marche à suivre dans les recherches ultérieures. Lorsque les expériences exécutées à cet effet furent terminées, et que j'eus résolu en outre quelques questions étroitement liées à ce qui précède, l'hiver avait quitté

[1]) Hofmeister, *Die Lehre von der Pflanzenzelle*, 1867, p. 279.

[2]) Göppert, *Ueber die Wärme-Entwickelung in den Pflanzen*, 1830, p. 12 et 13.

nos contrées, de sorte que l'occasion de continuer les recherches me fit provisoirement défaut. Comme mes observations avaient toutefois répondu d'une manière tout à fait satisfaisante à la question capitale de la généralité des deux phénomènes susdits, je crois devoir communiquer dès à présent les résultats obtenus.

I. Sur la disparition de l'infiltration des feuilles gelées, lors du dégel.

Plus d'une fois j'avais remarqué qu'il suffisait de toucher un instant du doigt les feuilles infiltrées de certaines plantes toujours vertes, pour faire *immédiatement* disparaître, à l'endroit touché, la couleur vert foncé de la face inférieure, et la voir remplacée par la teinte normale. Les parties non touchées de la feuille restaient infiltrées.

Cette observation me conduisit à faire quelques expériences concernant la question de savoir si l'infiltration disparaît toujours avec une rapidité aussi surprenante lors du dégel de feuilles gelées de plantes toujours vertes, et si, par suite, le phénomène constaté incidemment par Treviranus sur une couple de plantes a une signification générale. A cette fin, des feuilles infiltrées de différentes plantes furent cueillies et portées sans retard dans une chambre où habituellement on ne faisait pas de feu, mais dont la température était pourtant au-dessus de zéro. On attendit alors, la montre à la main, l'instant où la teinte vert foncé de la feuille avait entièrement fait place à la teinte normale. En beaucoup de cas cela avait lieu presque instantanément, d'autres fois un peu plus de temps était nécessaire, mais toujours un très petit nombre de minutes suffisait pour que toute trace d'infiltration disparût, sans que jamais les feuilles eussent le moins du monde à souffrir de la rapidité du dégel.

Comme exemples, je citerai quelques-unes de ces observations.

La température du jardin étant de — 1°,7 C., les feuilles de différentes plantes furent portées dans la chambre, où le ther-

momètre marquait + 9° C. Chez l'*Aucuba japonica* et le *Cephalotaxus drupacea* l'infiltration était complètement disparue au bout de 15 secondes, chez l'*Ilex laurifolia* au bout de 30 secondes, et chez le *Hedera Helix* au bout de 1 minute. Des feuilles qui au jardin avaient été gelées par une température de — 4°,5 C. se comportèrent dans une chambre à + 4°,5 C. de la manière suivante. Chez le *Berberis fasciculata* et le *Buxus sempervirens* la couleur vert foncé disparut en 1 minute, chez le *Thuia orientalis* en 2, chez le *Prunus lusitanica* en 4, chez le *Rhododendron ponticum* en 5 minutes. Les *Berberis integerrima*, *Helleborus niger*, *Ilex aquifolium*, *Ilex balearica*, *Ilex scotica*, *Pinus Strobus*, *Saxifraga rotundifolia* et *Taxus baccata* me donnèrent des résultats analogues.

Durant l'observation, les rameaux coupés n'étaient pas plongés dans l'eau; on ne les y mettait qu'après leur dégel. Feuilles et tiges restaient alors encore fraîches pendant plusieurs jours; dans aucun cas, le dégel ne leur avait causé le plus léger dommage.

Toutes les observations tendent donc à la conclusion suivante: *C'est un phénomène général, que l'infiltration produite par la congélation dans les feuilles des plantes toujours vertes disparaît en très peu de minutes lorsque la température se relève au-dessus de zéro.*

Une autre question, concernant la disparition de l'infiltration, est celle de savoir si une raréfaction d'air se produit dans les espaces intercellulaires lorsque l'infiltration disparaît brusquement et que le liquide épanché rentre dans les cellules. Cette question mérite de nous arrêter un instant, car sa solution peut nous apprendre si le volume des feuilles soumises à la congélation diminue lors de l'infiltration, et cette connaissance évidemment n'est pas dépourvue d'intérêt au point de vue de l'explication mécanique de la position pendante des feuilles gelées, phénomène sur lequel nous reviendrons plus loin.

A priori, une diminution de volume n'a rien d'improbable, puisqu'on sait que les pétioles des feuilles, par exemple, se

raccourcissent lors de la congélation [1]). Voici comment des expériences, analogues à celles qui viennent d'être décrites, mais sous une forme modifiée, peuvent jeter du jour sur ce point.

Lorsque l'infiltration se produit, le volume des cellules du tissu gelé diminue, car elles perdent du suc, qui passe dans les méats intercellulaires. Quant à ces méats eux-mêmes, il est difficile de décider à priori ce qui doit leur arriver sous ce rapport. Leur volume pourrait, si les parois des cellules se plissent, augmenter tout autant que celui des cellules diminue. L'infiltration n'aurait alors pas pour conséquence de chasser l'air contenu dans les espaces intercellulaires, et la feuille, considérée dans son ensemble, conserverait intact son volume primitif.

La réduction de volume des cellules pourrait aussi n'être accompagnée d'aucun changement de grandeur des espaces intercellulaires, ou bien le volume de ceux-ci pourrait décroître. Dans l'un et l'autre cas, le volume total de la feuille deviendrait naturellement plus petit. En même temps, une partie de l'air des espaces intercellulaires devrait faire place à du liquide et par conséquent s'échapper des feuilles par les stomates. Si alors, à la suite du dégel, le tissu revenait à son état initial, une raréfaction de l'air devrait avoir lieu dans les espaces intercellulaires.

En supposant qu'on puisse démontrer la réalité d'une pareille raréfaction lors du dégel, il sera donc permis, réciproquement, d'en conclure la diminution de volume des feuilles à l'état de congélation.

Pour résoudre cette question, il suffit de laisser dégeler dans l'eau des feuilles gelées et infiltrées. S'il en résulte une raréfaction de l'air dans les espaces intercellulaires, de l'eau pourra naturellement s'introduire par les stomates, et cette injection se décèlera par l'apparition de la teinte vert foncé, surtout à la face inférieure des feuilles.

Il est une circonstance, toutefois, dont il faut tenir soigneusement compte dans le jugement à porter sur le résultat de ces

[1]) Sachs, *Handbuch der Experimental-physiologie,* 1865, p. 63.

expériences. Beaucoup de feuilles, en effet, offrent une très grande résistance à l'injection par les stomates, de sorte que sous la machine pneumatique, même avec une raréfaction notable, le phénomène ne se manifeste qu'à un faible degré, ou fait entièrement défaut. L'expérience suivante en a fourni la preuve. Un grand nombre de feuilles de différentes plantes furent placées, immergées dans l'eau, sous la cloche de la machine. On épuisa alors jusqu'à ce que la pression ne fût plus que de 7 centim. de mercure. L'accès de l'air ayant ensuite été rétabli, il se trouva que les feuilles de l'*Ilex aquifolium* n'étaient un peu injectées que çà et là; parmi celles du *Taxus baccata*, quelques-unes étaient entièrement injectées, mais la plupart ne l'étaient pas du tout; des feuilles du *Hedera Helix* et du *Buxus sempervirens*, quelques-unes seulement étaient injectées sur une petite partie de leur étendue, etc.

Lors du dégel dans l'eau, on ne doit donc s'attendre qu'à une injection partielle, voire nulle en certains cas, même si la raréfaction de l'air est un phénomène constant.

Sous cette réserve, le résultat des expériences a confirmé nos prévisions. Ces expériences ont porté sur: *Aucuba japonica*, *Cephalotaxus drupacea*, *Hedera Helix*, *Ilex aquifolium*, *Ilex scotica*, *Prunus lusitanica*, *Taxus baccata.* Des feuilles de ces plantes, détachées au jardin par une température de — 2° à — 5° C., furent plongées dans de l'eau de + 5° à + 20° C.; par suite de cette immersion, l'infiltration disparût très rapidement, le plus souvent en peu de secondes. Chez le *Hedera*, les deux espèces d'*Ilex*, le *Prunus* et le *Taxus*, il y eut en même temps injection. Parfois toutes les feuilles d'un rameau étaient, à la face inférieure, d'un vert plus foncé, d'autres fois cela ne s'observait que chez quelques-unes. Constamment, toutefois, l'injection était bornée à une partie de la feuille. Dans la plupart des cas, la teinte vert foncé n'était répartie que par taches relativement petites, rarement elle couvrait la moitié de la surface.

On pourrait croire que la couleur vert foncé observée dans ces circonstances n'avait par pour cause l'injection, mais était

due à ce que le rapide dégel dans l'eau avait occasionné la mort partielle de quelques feuilles; car, dans les parties végétales tuées par la gelée, le suc cellulaire abandonne les cellules, définitivement, ce qui a pour conséquence que ces parties prennent également une teinte vert foncé. Cette opinion, toutefois, est facile à réfuter. En effet, après l'expérience, les feuilles plus ou moins injectées furent toujours plongées dans l'eau par leurs pétioles, pour faire l'objet d'une observation ultérieure. On reconnut ainsi, constamment, que la teinte vert foncé des parties injectées disparaissait peu à peu et que tout revenait à l'état normal. Souvent cela avait lieu dans l'espace de quelques heures, quelquefois seulement au bout de un ou deux jours. Ensuite, les feuilles restaient encore, pendant un laps de temps notable, parfaitement fraîches et saines.

Il n'est donc pas douteux que lors du dégel dans l'eau il y a souvent injection, et il suit de là que, *quand des feuilles gelées se dégèlent*, *l'air éprouve une raréfaction dans les espaces intercellulaires*. Ce résultat conduit, pour les raisons ci-dessus indiquées, à conclure: *que la congélation s'accompagne d'une diminution du volume des feuilles.*

II. Sur l'état pendant des feuilles gelées.

Une seconde série d'expériences a eu pour objet, ainsi qu'il a été dit, la position inclinée des feuilles à l'état gelé. J'ai déjà nommé quelques plantes toujours vertes sur lesquelles le phénomène est facile à observer. Par contre, il y a d'autres végétaux analogues, ordinairement à feuilles très raides et coriaces, chez lesquels on n'a jamais remarqué de pareils changements de direction, même par des froids très vifs. On peut citer, comme exemples, différentes espèces des genres *Ilex* et *Berberis*.

Je me suis demandé si les feuilles de ces plantes ne changent effectivement en rien leur direction, quand elles gèlent, ou si

elles éprouvent, comme les autres, un abaissement, mais si faible qu'il passe habituellement inaperçu.

La solution expérimentale de cette question fut rendue facile par la connaissance du fait ci-dessus communiqué, à savoir que l'infiltration disparaît très rapidement à la suite du dégel et que les feuilles reprennent alors entièrement leur aspect normal. Il était probable, d'après cela, que les feuilles pendantes, portées dans une atmosphère chauffée au-dessus de zéro, reviendraient aussi, en très peu de temps, à leur position ordinaire, et qu'ainsi on pourrait constater indirectement leur abaissement antérieur. Ce redressement rapide avait effectivement déjà été observé, comme je l'ai dit, chez l'*Euphorbia Lathyris*.

Quelques expériences préliminaires sur des feuilles d'*Aucuba* et de *Rhododendron*, qui pendaient presque verticalement, conduisirent bientôt au même résultat. Quand des branches de ces plantes étaient portées du jardin dans la chambre chaude, les feuilles reprenaient, en quelques minutes, leur position habituelle. Mais, avec des plantes dont les feuilles ne pendaient pas, on ne pût reconnaître de cette manière un changement de direction, pas plus qu'il n'était possible d'affirmer qu'un pareil changement n'avait pas eu lieu. Pour trancher la question, des précautions particulières étaient évidemment nécessaires. Voici comment je procédai.

Par un temps de gelée, des branches de différentes plantes étaient coupées, portées immédiatement dans la chambre, et solidement fixées à un support, dans une direction exactement semblable à celle qu'elles avaient eue sur la plante. Ensuite, une pointe métallique était amenée précisément en contact avec le sommet de la feuille que je voulais observer. Tout cela se faisait aussi rapidement que possible. Si alors, durant le dégel, la feuille se redressait, son sommet s'éloignait naturellement de la pointe métallique: de cet écart on pouvait donc conclure que la feuille avait subi un abaissement lors de la congélation.

De cette manière, il était possible d'observer des mouvements qui, sans une pareille disposition, seraient restés tout à fait

invisibles. En mesurant à de courts intervalles la distance entre le sommet de la feuille et la pointe métallique, on obtint pour le redressement de chaque feuille une série d'observations.

Comme, en outre, la longueur de la feuille était connue, j'avais les données nécessaires pour calculer trigonométriquement, à chaque observation, de combien de degrés la feuille avait tourné, depuis le début, autour de son point d'insertion. De ces dernières valeurs, je déduisais ensuite le nombre de degrés parcourus chaque fois par minute entre deux observations successives, en d'autres termes, la vitesse moyenne du mouvement d'une observation à l'autre.

Parmi les nombreuses expériences que j'ai exécutées ainsi sur différentes plantes, je me bornerai à en rapporter une avec quelques détails.

Une branche d'*Ilex aquifolium* fut transportée du jardin, où régnait une température de — 4°,4 C, dans la chambre, où le thermomètre marquait + 5° C. Le tableau suivant fait connaître le mouvement d'une feuille qui, au début de l'expérience, était étalée horizontalement et avait une longueur de 5 centimètres:

Au bout de:	Ascension du sommet de la feuille.	Rotation totale de la feuille.	Rotation par minute.
2 min.	1 millim.	1°	0°,5
3 "	3 "	3°,5	2°,5
5 "	8 "	9°	2°,7
7 "	12 "	14°	2°,5
10 "	15 "	17°	1°
12 "	16 "	18°,5	0°,7
18 "	16 "	18°,5	0

Dans toutes les autres expériences, le dégel a pareillement été accompagné d'un redressement des feuilles: aucune des plantes examinées n'a fait exception sous ce rapport. Pourtant, il y en avait plusieurs dont les feuilles, nullement flétries, ne pendaient pas sur la tige, mais conservaient une direction oblique, la pointe

dirigée vers le haut. Outre l'espèce déjà nommée, j'ai employé à ces expériences les plantes suivantes, pour chacune desquelles j'indique entre parenthèses la rotation totale de une ou plusieurs feuilles: *Aucuba japonica* (54°, 44°), *Berberis fasciculata* (7°), *Hedera Helix* (16°), *Helleborus niger* (17°, 27°), *Ilex balearica* (16°, 9°), *Ilex laurifolia* (30°, 23°), *Ilex scotica* (7°, 8°), *Pinus Strobus* (14°, 12°), *Prunus lusitanica* (24°, 17°, 31°), *Rhododendron ponticum* (40°, 25°), *Saxifraga rotundifolia* (9°, 15°).

Dans la plupart des cas, la température du jardin, au moment où l'on y coupait les branches, était comprise entre — 3° et — 5° C.; quelquefois elle était plus haute (jusqu'à — 1°), rarement plus basse (— 8° et — 12°). La température de l'appartement où se faisaient les expériences variait ordinairement entre + 3° et + 5° C.; une couple de fois seulement elle monta à + 8° ou + 9°. La durée des expériences, c'est-à-dire le temps dont les feuilles avaient besoin pour atteindre leur position la plus élevée, était variable et oscillait entre 7 et 30 minutes; la moyenne était 18 minutes.

Toutes ces expériences nous portent donc à conclure: *que les feuilles toujours vertes changent constamment de direction à la suite de la congélation, même là où ce changement n'est pas visible sans précautions spéciales.*

Au cours de l'expérience, les branches coupées n'étaient jamais plongées dans l'eau; mais elles l'étaient aussitôt après, et je voyais alors les feuilles rester longtemps encore fraîches, preuve que le dégel ne leur avait fait aucun tort.

Il n'y a pas lieu de s'étonner que le mouvement des feuilles, lors du dégel, exige un temps beaucoup plus long que la disparition de l'infiltration; car, en général, ce mouvement dépend surtout d'un changement de forme des pétioles, et ceux-ci, étant plus épais que les feuilles, se réchauffent plus lentement.

A l'aide des nombres qui expriment la rotation des feuilles par minute, nombres qui dans le tableau ci-dessus donné occupent la quatrième colonne, il est facile de construire des tracés graphiques, propres à l'étude des variations de la vitesse du

mouvement. Sur ces tracés on reconnaît, cela va sans dire, que la vitesse commence par augmenter, atteint un maximum, puis décroît. Mais j'ai vu, en outre, que dans la plupart des cas l'accroissement de la vitesse s'accomplit en un temps relativement court, tandis que le décroissement se fait avec beaucoup plus de lenteur, de sorte que le maximum ne correspond pas au milieu du mouvement, mais à un moment antérieur. Presque toujours aussi, la chute commence immédiatement après que le maximum a été atteint; celui-ci n'a donc qu'une durée très courte. Une des rares exceptions à cette règle est fournie par l'expérience ci-dessus communiquée, dans laquelle le maximum de la vitesse se maintint pendant trois minutes environ.

Avant de finir, je mentionnerai encore quelques expériences que j'ai faites pour résoudre la question, très importante au point de vue de la mécanique de ces phénomènes, de savoir si le changement de direction est uniquement dû à ce que les feuilles deviennent plus flasques, ou si d'autres facteurs, résidant dans la structure de la feuille, jouent ici un rôle essentiel. Il est clair que si la première alternative doit être adoptée, des branches soumises à la congélation dans une position renversée laisseront pendre leurs feuilles tout comme le font les branches dans la position droite naturelle. Lors du dégel, ces feuilles se relèveront aussi, mais en exécutant un mouvement qui, dans les circonstances ordinaires, serait un abaissement.

L'expérience était facile à exécuter. Des branches coupées et dégelées furent fixées verticalement, le sommet en bas, puis exposées à l'air extérieur, par un temps de gelée. Dès qu'elles se montrèrent gelées, et leurs feuilles infiltrées, on les reporta dans la chambre, où les changements ultérieurs de la position des feuilles furent observés exactement de la manière ci-dessus décrite. Toutes les expériences donnèrent le même résultat, à savoir, que les feuilles se relevaient à la suite du dégel; tel fut le cas, entre autres, pour l'*Aucuba japonica* (20°, 17°), le *Prunus lusitanica* (34°, 20°), le *Rhododendron ponticum* (10°, 17°).

Je conclus donc que *la flaccidité des feuilles*, *dont les cellules*

ont cédé de l'eau en gelant, est la cause principale, sinon unique, de la position penchée des feuilles à l'état de congélation.

D'après ce qui précède, l'inclinaison des feuilles gelées des plantes toujours vertes est une règle constante, et le phénomène doit donc être regardé comme une conséquence des lois générales qui régissent la congélation. L'explication doit s'en trouver, sans doute, dans la perte d'eau que l'abaissement de la température détermine dans les cellules, et qu'accompagne aussi une diminution du volume total des feuilles.

UTRECHT, 1er juillet 1880.

RÉVISION

DES

CHAMPIGNONS

TROUVÉS JUSQU'À CE JOUR DANS LES PAYS-BAS.

PAR

C. A. J. A. OUDEMANS.

(Suite du Tome XIV, p. 319).

Introduction.

La présente révision des Gastéromycètes et Myxomycètes des Pays-Bas a eu pour base l'étude de tous les échantillons de ces plantes qui ont été déposés depuis 40 ans dans l'herbier de la Société botanique néerlandaise et de ceux que j'ai moi-même recueillis au cours des 30 dernières années.

Pour la classification des Myxomycètes, j'ai pris pour guide le Mémoire de M. Rostafinski et le résumé qui en a été donné par M. Cooke dans son ouvrage: *The Myxomycetes of Great Britain.* Celles des espèces de ce groupe dont la détermination me paraissait plus ou moins douteuse ont été revues, avec la plus grande obligeance, par M. Rostafinski lui-même.

Ainsi qu'on le verra par la liste des ouvrages dont les titres sont donnés à la suite de mon travail et qui, à un petit nombre d'exceptions près, font partie de ma bibliothèque, j'ai eu à ma

disposition toutes les publications offrant quelque importance pour l'objet de mes études, ce qui m'a permis, en outre, de renvoyer toujours à des figures exactes.

J'espère pouvoir entreprendre bientôt la révision des Hypodermes, pour passer ensuite à celle des Ascomycètes.

Depuis 1866, date de l'apparition de la partie du *Prodromus Florae Batavae* où sont énumérés les Gastéromycètes et les Myxomycètes, non seulement il a été découvert beaucoup d'espèces intéressantes et nouvelles pour notre pays, mais on a aussi fait de grands progrès dans la connaissance de ces plantes. C'est cette considération qui me détermine à ne pas retarder davantage la communication de ce qui les concerne.

II. GASTEROMYCETES.

I. **HYMENOGASTRI.**

A. Hypogaei.

1. HYDNANGIUM.

1. *H. carneum* Klotzsch (in Dietr. Fl. R. Boruss., n°. 465).
N. K. A. 2e S., I, p. 87; O. I, p. 35.
Sur la terre de bruyère humide de pots à arbustes, dans la serre des végétaux du Cap, au jardin botanique d'Amsterdam [Oct. 1864 ad 1870, Oudemans].
Ic. Tul. F. hyp. t. 21, f. 3; Cda Ic. VI, t. 7, f. 66 (Octaviania carnea); Nees et Henry Pilze t. 27.

2. RHIZOPOGON.

1. *Rh. luteolus* Fr. (S. M. II, p. 294).
N. K. A. 1e S., V, p. 346 titulo „Splanchnomyces Rabenhorstii Cda"; O. II, p. 10; Sprée in Rab. F. Eur. n°. 570 (sicc.).

Lieux sablonneux boisés. — de Boekhorst près de Lochem. — [Eté et aut. 1861, Sprée].

Ic. Krombh. Abb. t. 60 f. 13—15; Cda Ic. VI, t. 7, f. 69 et t. 8, f. 73; Tul. F. hyp. t. 1, f. 5 et 11, f. 5.

2. *Rh. virens* Fr. (S. M., II, p. 294).

H. p. 16, titulo „Hymenangium virens" Kl.

Endroits sablonneux boisés. — Bois de Driebergen [Sept. 1861, Hartsen].

Ic. A. S. Consp. t. 8, f. 3 (Tuber virens); Krombh. Abb. t. 60, f. 16—20; Schnitzlein in Sturm Pilze Bd. VII, Heft 31, t. 8 et 9 (Hymenangium virens); Cda Ic. VI, t. 8, f. 75 (Splanchnomyces Klotzschii).

B. Phalloidei.

3. PHALLUS.

1. *Ph. impudicus* L. (Fl. Suec. n°. 1261; Fr. S. M. II, p. 283).

Hadr. Junius, Phalli ex fungorum genere in Hollandiae sabuletis passim crescentis descriptio et ad vivum expressa pictura, a°. 1564; Dodon. Pemptades II, p. 482 et ej. Cruydt-Boeck a°. 1608, p. 856; a°. 1618, p. 786 et a°. 1644, p. 786; L. Hort. Cliff. p. 478; Comm. Cat. Pl. Holl. ed. 1a p. 39, ed. 2a p. 41; de Gorter Fl. Gelr. Zutph. n°. 597; id. Fl. Belgica, n°. 985; id. Fl. Zutph. n°. 549; id. Fl. VII Prov. n°. 1042; Stekh. Kr. Handb. II, p. 200; Flora Noviom. n° 999; N. K. A. 1e S., II, p. 89—95 et V, p. 346; N. K. A. 2e S., II, p. 337; Prodr. II, pars 4, p. 10.

Dunes, lieux sablonneux et bois ombragés. — Eté et aut. — Haarlemmerhout, Heemstede, Noordwijk-buiten. — Rotterdam. — Doorn. — Velp, Wolfhezen, Lochem, Voorst, Nijmegen. — Veenwouden.

Ic. Mich. Gen. t. 83 (Ph. vulgaris); Fl. Dan. X, t. 175; Bull. Ch. t. 182; Bolton Pilze, t. 92; Sow. Eng. Fgi.

t. 329 (Ph. foetidus); Schaeff. Ic. t. 196—198; Nees Syst. f. 259; Grev. Scott. t. 213, 214; Krombh. Abb. t. 18, f. 10—25; Cda Ic. V, t. 7; Tul. f. hyp. t. 21, f. 10; Nees et Henry Pilze t. 25; Harzer Abb. t. 65, 66; Berk. Outl. t. 20, f. 3.

4. CYNOPHALLUS.

1. *C. caninus* Fr. (S. M. II, p. 284. Synonyma: Phallus sextus, Ph. caninus, Ph. inodorus).

T. N. G. en Ph. XI, p. 392; Prodr. II, pars 4, n°. 2857.

Dans les bois, sur les troncs pourris et parmi les mousses. — Eté. — Leiden. — Zeist.

Ic. Schaeff. Ic. t. 330; Sow. Eng. Fgi t. 330; Fl. Dan. t. 1259; Krombh. Abb. t. 6, f. 1; Nees et Henry Pilze, t. 26.

5. CLATHRUS.

1. *C. cancellatus* Scop. (Fl. Carn. ed. 2a, II, p. 485; Fr. S. M. II, p. 288. Synon.: Cl. ruber, Cl. volvaceus).

L. Hort. Cliff. p. 479; de Gorter Fl. Belg. n°. 986; id. Fl. VII; Prov. n°. 1043; T. N. G. en Ph. XI, p. 392; Prodr. II, pars 4, p. 10.

Entre Haarlem et Amsterdam, au bord d'un chemin parmi les roseaux, a°. 1735, leg. Linnaeus; jardin botanique de Leiden, au bord d'une pièce d'eau, a°. 1844, leg. Dozy et Molkenboer.

Ic. Mich. Gen. t. 93; Batt. Arim. t. 2, f. E; Bull. Ch. t. 441; Nees Syst. f. 261; Krombh. Abb. t. 18, f. 1—9; Cda Ic. V, t. 6, f. 49; Hussey Illustr. t. 86; Nees et Henry Pilze t. 23.

II. NIDULARIACEI.

A. Nidulariei.

6. CYATHUS.

1. *C. striatus* Willd. (Fl. Berol. p. 399; Fr. S. M. II, p. 298. Synon.: Nidularia striata, N. hirsuta; Peziza prima, P. lentifera, P. striata, P. campanulata, P. hirsuta).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 200; T. N. G. en Ph. XI, p. 392; N. K. A. 2e S. I, p. 87; Prodr. II, pars 4, p. 11.

Sur les débris de végétaux dans les endroits ombragés, et sur les planches pourries de couches chaudes. — Eté, aut. — Haarlem. — Delft, Leiden, Naaldwijk. — Doorn. — Renkum. — La Frise.

Ic. Vaill. Bot. Par. t. 11, f. 4, 5; Mich. Gen. t. 102, f. 2; Gled. Meth. t. 4; Bull. Ch. t. 40, f. 1; Hoffm. Veg. Crypt. II, t. 8, f. 3; Bolt. Pilze t. 102, f. 2; Holmsk. Otia, II, t. 2; Sow. Eng. Fgi t. 29; Schaeff. Ic. t. 178; Nees Syst. f. 132; Krombh. Abb. t. 6, f. 3; Nees et Henry Pilze t. 11; Berk. Outl. t. 2, f. 3; Fl. Bat. XV, t. 1135.

2. *C. campanulatus* Fr. (S. V. S. p. 438; ej. S. M. III, p. 298. Synon. Nidularia campanulata, N. vernicosa; Peziza tertia, P. lentifera, P. sericea, P. cyathiformis; Cyathus laevis, C. nitidus, C. vernicosus, C. Olla).

Boerh. Ind. alt. I, p. 13 (Fungoïdes 1); Meese Fl. Fris. n°. 554; de Gorter Fl. Gelr. Zutph. n°. 600; id. Fl. Belg. n°. 987; id. Fl. Zutph. n°. 550; id. Fl. VII Prov. n°. 1045; Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 200; T. N. G. en Ph. XI, p. 392; Prodr. II, pars 4, n°. 2860; N. K. A. 2e S., I, p. 87.

Sur les débris végétaux dans les endroits ombragés et sur les planches pourries de couches chaudes. — Août à Oct. — Amsterdam. — Delft, Leiden. — Doorn. — Zalk. — Goes.

Ic. Vaill. Bot. Par. t. 11, f. 6, 7; Mich. Gen. t. 102, f. 1; Gled. Meth. t. 4; Batt. Arim. t. 3, f. I—M; Fl. Dan. t. 780, f. 1; Bull. Ch. t. 488, f. 1, t. 40, f. 2; Hoffm. Veg. Crypt. II, t. 8, f. 2; Bolt. Pilze t. 102, f. 1; Holmsk. Otia II, f. 3; Sow. Eng. Fgi t. 28; Schaeff. Ic. t. 180; Nees Syst. f. 133 B; Fl. Bat. X t. 760, f. 2; Berk. Outl. t. 21, f. 1.

7. CRUCIBULUM.

1. *C. vulgare* Tul. (A. S. N. 1844, I, p. 90; Fr. S. M. II, p. 299. Synon.: Nidularia Crucibulum, N. laevis, N. glabra; Cyathus laevis, C. cylindricus, C. Crucibulum; Peziza secunda, P. lentifera, P. crucibuliformis, P. laevis).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 200; T. N. G. en Ph. XI, p. 392; Prodr. II, pars 4, n°. 2861; N. K. A. 2e S., I, p. 87.

Sur les planches et les éclats de bois de Pin pourrissants. — Août à Oct. — Amsterdam, Haarlem. — Leiden, Wassenaar. — Doorn. — Groningen.

Ic. Mich. Gen. t. 102, f. 3; Gled. Meth. t. 4; Fl. Dan. t. 105 et 1490, f. 1; Bull. Ch. t. 40, f. 3 et t. 488, f. 2; Hoffm. Veg. Crypt. II, t. 8, f. 1; Holmsk. Otia II, t. 1; Sow. Eng. Fgi t. 30; Schaeff. Ic. t. 179; Nees Syst. f. 133 A; Grev. Scott. t. 34; Schnitzl. in Sturm Pilze, Heft 32 t. 23; Berk. Outl. t. 2, f. 2.

8. NIDULARIA.

1. *N. confluens* Fr. (S. M. II, p. 301). N. K. A. 1e S., V, p. 346; O. II, p. 15.

Sur le côté d'un petit pont. — Heelsum. — [Aut. et hiver 1848 et 1849, Buse]. — Bords d'un chemin dans un endroit sablonneux, en groupes. Lochem, 1879, Mlle J. Staring.

Ic. Ray. Syn. t. 1, f. 2; Roth Catal. Bot. I, t. 7, f. 2.

B. Carpoboli.

9. SPHAEROBOLUS.

1. *S. stellatus* Tode (Fungi Meckl. I, p. 43; Fr. S. M. II, p. 309).
   Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 176; T. N. G. et Ph. XI, p. 392; Prodr. II, pars 4, p. 11.
   Sur les branches décortiquées et les éclats et la sciure de bois de différents arbres. — Eté, aut. — Amsterdam, dans une serre chaude. — Leiden, au jardin botanique. — Utrecht.
   Ic. Mich. t. 101, f. 1, 2; Fl. Dan. t. 895; Sow. Eng. Fgi t. 22; Nees Syst. f. 122; Nees et Henry, t. 11; Grev. Scott. t. 158; Cda Ic. V, t. 6, f. 48; Tul. Fgi hyp. t. 21, f. 11; Berk. Outl. t. 21, f. 2.

10. THELEBOLUS.

1. *T. stercoreus* Tode (Fungi Meckl. I, p. 41; Fr. S. M. II, p. 307).
   Prodr. II, pars 4, p. 12.
   Sur le vieux fumier de vache. — Août, Sept. — Goes.
   Ic. Tode Fungi Meckl. I, t. 7, f. 56; Nees Syst. f. 363.

III. **LYCOPERDACEI.**

A. Geastrides.

11. GEASTER.

1. *G. coliformis* P. (Syn. p. 131; Fr. S. M. III, p. 12. Synon.: Geastrum coliforme; Lycoperdon coliforme).
   O. I., p. 36.
   Dans les dunes près de Katwijk-binnen [Déc. 1865, Hugo

de Vries], et sur le sol sablonneux boisé de plusieurs biens de campagne près de Haarlem; Oct. 1866 et 1867, F. W. van Eeden.

Ic. Dicks. Crypt. t. 3, f. 4; Sow. Eng. Fgi t. 313; Grevillea II, t. 15, f. 1; Fl. Bat. XV, t. 1034.

2. *G. fornicatus* Fr. (S. M. III, p. 12. Synon.: Geastrum quadrifidum; Lycoperdon fornicatum, L. coronatum, L. fenestratum; Plecostoma fornicatum).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 180; N. K. A. 2e S., I, p. 166; O. II, p. 11.

Endroits ombragés des dunes maritimes près de Haarlem et sol sablonneux boisé de plusieurs biens de campagne près de la même ville. — Bloemendaal etc., Mars, Oct., Déc. [1863, F. W. van Eeden].

Ic. Phil. Trans. XLIII t. 2, f. 11, 12; Blackst. Spec. Bot. t. 2; Buxb. Cent. V, t. 28, f. 1, 2; Batt. Arim. t. 39, f. 1—4; Bryant Lycop. f. 15; Schmidel Ic. t. 37; Batsch El. f. 168; Sow. Eng. Fgi t. 198; Schaeff. Ic. t. 183; Nees Syst. f. 128; Krombh. Abb. t. 6, f. 11; Cda Ic. V, t. 4, f. 43; Grevillea II, t. 15, f. 2; Fl. Bat. t. 1205.

3. *G. Cesatii* Rab. (Bot. Zeit. 1851, p. 628).

N. K. A. 2e S., II, p. 99.

Au bord gazonné d'un petit cours d'eau dans les terres de Wildhoef et de Groenendaal en Boschbeek près de Haarlem. [1873, F. W. van Eeden].

Ic. Fl. Bat. t. 1145.

4. *G. striatus* DC. (Fl. Franç. II, p. 267; Fr. S. M. III, p. 13. Synon.: Geastrum striatum, G. coronatum β; Lycoperdon coronatum, L. pedicellatum, L. stellatum β).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 180; N. K. A. 2e S., I, p. 166; O. II, p. 11.

Terre sablonneuse, sur le gazon ou la mousse, mais seulement au côté oriental des dunes maritimes.

Entre Callantsoog et Huisduinen [Sept. 1870, Hugo de Vries]; entre Rockanje et Oostvoorne, Sept. 1871, Oudemans; dunes de Haarlem, au printemps et en automne, 1873, F. W. van Eeden.

Ic. Mich. Gen. t. 100, f. 3; Gled. Meth. t. 6, fig. sup.; Bryant Lycop. f. 19; Grevillea II, t. 16, f. 1; Fl. Bat. t. 1144.

5. *G. fimbriatus* Fr. (S. M. III, p. 16. Synon.: G. tunicatus; Lycoperdon stellatum).

L. Hort. Cliff. p. 479, titulo Lycoperdon 2; de Gorter Fl. Belg. n^0. 995; de Gorter Fl. VII Prov. n^0. 1055; T. N. G. en Ph. XI, p. 397; Prod. II, pars 4, p. 12; N. K. A. 2e S., II, p. 179 et III, p. 149.

Lieux boisés des dunes maritimes de Haarlem.

Ic. Mich. Gen. t. 100, f. 1 (quoad fimbrias); Venturi Bresc. f. 8; Vittad. Mon. Lycoperd. t. 3, f. 3; Berk. Outl. t. 20, f. 4; Grevillea II, t. 17, f. 2; Fl. Bat. t. 1195. — Sow. t. 80 dubia videtur.

6. *G. vulgatus* Vitt. (Mon. Lycoperd. p. 20).

N. K. A. 2e S., II, p. 179.

Sous l'ombre des Pins dans les dunes. — Environs de Haarlem [Oct. 1874; F. W. van Eeden].

Ic. Vitt. Mon. Lycoperd. t. 1, f. 3; Fl. Bat. t. 1165.

7. *G. mammosus* Fr. (S. M. III, p. 17 et Vitt. Mon. Lycoperd. p. 21. Synon.: Lycoperdon recolligens).

Le G. mammosus du T. N. G. en Ph. XI, p. 397 et du Prodr. II, pars 4, n^0. 2866 n'est pas de ce lieu et appartient probablement au G. cryptorhynchus Hazsl.

Terrain sablonneux des dunes maritimes près de Haarlem, plus spécialement: taillis d'Erables et de Chênes sur les terres de Wildhoef [Oct. 1875; F. W. van Eeden].

Ic. Mich. Gen. t. 100, f. 3; Bull. Ch. t. 238, f. F. G. H. (?); Sow! Eng. Fgi t. 401; Vittad. Mon. Lycoperd. t. 1, f. 9; Grevillea II, t. 19, f. 1; Fl. Bat. t. 1185, *non* t. 750.

8. *G. triplex* JUNGHUHN (T. N. G. en Ph. VII, p. 287; ibid. XI, p. 397 et Prodr. II, pars 4, p. 12, titulo „G. rufescens" (?).

N. K. A. 2e S., II, p. 36 et 178.

Pente orientale des dunes maritimes près de Haarlem [Oct. 1871 et 1872; F. W. VAN EEDEN].

Ic. Jungh. in T. N. G. et Ph. VII, t. 8, f. 1—3; Fl. Bat. t. 1125.

9. *G. cryptorhynchus* HAZSLINSZKY (Grevillea III, a°. 1875, p. 162).

N. K. A. 2e S., II, p. 177; Prodr. II, pars 4, p. 12, titulo „G. rufescens".

Pente orientale des dunes maritimes près de Haarlem, et dans le bois de la Haye.

Je ne doute nullement que les nos 8 et 9 devront être réunis sous le nom de *G. triplex* JUNGH., comme d'origine antérieure à celui de M. HAZSLINSZKY. Il faudrait pour cela qu'un examen nouveau de jeunes exemplaires, non encore épanouis, recueillis à l'endroit indiqué par Mr. VAN EEDEN, montrassent le bec long et grêle du péristome, caché parmi les lanières soudées du péridium extérieur.

Ic. Grevillea III, t. 47.

12. *G. hygrometricus* P. (Syn. p. 135; Fr. S. M. III, p. 19. Synon.: Geaster vulgaris; Geastrum hygrometricum; Lycoperdon volvam recolligens, L. stellatum).

Prodr. II, pars 4, p. 12; N. K. A. 1e S., V, p. 346.

Bois de pins et collines sablonneuses. Cette espèce semble être propre à notre province de Gueldre (Wageningen, Renkum, 's Heerenberg) et manque à la région des dunes maritimes.

Ic. Mich. t. 100, f. 5 et 6; Gled. Meth. t. 6; Bull. Ch. t. 238, f. A, B, C, D; Schmid. Ic. t. 27 et 28; Bolton Pilze t. 179; Sow. Eng. Fgi t. 401 (?); Nees Syst. f. 127; Cda Ic. V, t. 4, f. 42; Vitt. Mon. Lycoperd. t. I, f. 8; Grevillea II, t. 14, f. 2.

B. LYCOPERDINI.

12. BOVISTA.

1. *B. nigrescens* P. (Disp. meth. p. 6; Fr. S. M. III, p. 23. Synon.: Lycoperdon globosum, L. Bovista; Sackea nigrescens).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 178; T. N. G. en Ph. XI, p. 397; Prodr. II, pars 4, p. 12; Fl. Noviom. p. 155.

Parmi l'herbe dans les endroits sablonneux. — Août, Sept. — Haarlem. — Naaldwijk. — Nijmegen. — Zuid-Beveland, Walcheren.

Ic. Bocc. Mus. t. 306, f. 2; Bolt. Pilze t. 118; Sow. t. 331; Krombh. Abb. t. 30, f. 1—3 (junior!); Rostkovius in Sturm Pilze Heft 18, t. 15; Berk. Outl. t. 20, f. 5.

2. *B. plumbea* P. (Obs. Myc. I, p. 5; Fr. S. M. III, p. 24. — Synon.: Lycoperdon ardosiaceum, L. arrhizon; Sackea plumbea).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 178; T. N. G. en Ph. XI, p. 397; Prodr. II, pars 4, p. 13; Fl. Noviom. p. 155; N. K. A. 2e S., I, p. 87.

Pâturages, dans les endroits sablonneux. — Mai, Juin, Sept. — Haarlem, Wieringen. — Leiden, Naaldwijk. — Doorn. — Beuningen, Weurt. — Walcheren.

Ic. Mich. Gen. t. 97, fig. 6; Bull. Ch. t. 192; Batsch El. f. 166 *a*, *b*; P. Syn. t. 3, f. 4; Rostkov. in Sturm Pilze Heft 18, t. 16; Corda Ic. V, t. 6, f. 47; Berk. Outl. t. 20, f. 6.

13. LYCOPERDON.

A. Tissu sporifère et tissu stérile séparés par une couche de démarcation.

1. *L. caelatum* Bull. (Ch. p. 156; Fr. S. M. III, p. 32. — Synon.: Lycop. pyriforme verrucosum, L. Bovista).
Dodon. Pempt. II, p. 483 et ej. Kruydt-Boek a°. 1608, p. 857; a°. 1618, p. 786 et a°. 1644, p. 786; Comm. Holl. ed. 1a p. 40, ed. 2a p. 42; Boerh. Ind. alter I, p. 15, n°. 1; de Gorter Fl. Gelro-Zutph. n°. 601; ejusd. Fl. Belg. n°. 994; ejusd. Fl. Zutph. n°. 553; ejusd. Fl. VII Prov. n°. 1054; Meese Fl. Fris. n°. 560 partim; Mulder El. p. 125; T. N. G. en Ph. XI, p. 397; Fl. Rheno-Traj. n°. 189; Prodr. II, pars 4, p. 14.
Dans les prés et parmi les herbes dans les endroits sablonneux. — Juill. à Oct. — Heemstede. — Katwijk, Voorschoten. — Harderwijk, Brummen, Nijmegen. — Zuid-Beveland.
Ic. Vaill. Bot. Par. t. 16, f. 4; Bull. Ch. t. 430; Schaeff. Ic. 186, 189, 190; Nees Syst. f. 125; Krombh. Abb. t. 30, f. 7—10; Harzer Abb. t. 74; Hussey Ill. II, t. 23; Berk. Outl. t. 20 f. 7; Fl. Bat. t. 715.

2. *L. depressum* Bon. (Bot. Zeit. 1857, p. 611).
Prodr. II, pars 4, n° 2877, titulo „L. hyemale" (fide exemplorum in Herb. Societ. bot. Neerl. depositorum); N. K. A. 2e S., I, p. 87 et 166; O. II, p. 11.
Prés sablonneux. — Août, Sept. — Doorn. — Renkum.
Ic. Batt. Arim. t. 31, fig. D.

3. *L. pusillum* Fr. (S. M. III, p. 33. Synon.: L. cepaeforme).
T. N. G. en Ph. XI, p. 397; Prodr. II, pars 4, p. 14).
Terrains dénudés; champs incultes. — Sept., Oct. — Leiden, Naaldwijk. — Goes.

Ic. Typus nostratis Bull. Ch. t. 435, f. 2. — Bona icon etiam Mich. Gen. t. 97, f. 3.

B. Tissu sporifère et tissu stérile non séparés par une couche de démarcation.

4. *L. giganteum* Batsch (El. Contin. 1a p. 237; Fr. S. M. III, p. 29. — Synon.: L. Bovista, L. maximum; Bovista gigantea).

Boerh. Ind. alter I, p. 15, n°. 4; Comm. Holl. ed. 1a p. 40, ed. 2a p. 42; de Gorter Fl. Belg. n°. 994 β; ejusd. Fl. VII Prov. n°. 1054 β; Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 178; T. N. G. en Ph. XI, p. 397; v. Hoven Fl. 's Hert. ed 1a, p. 34; Prod. II, pars 4, p. 14.

Pâturages dans les endroits fertiles. — Juillet à Oct. — Amsterdam. — Leiden. — Bois-le-Duc.

Ic. Typus nostratis: Bull. Ch. t. 447; Batsch El. f. 165; Nees Syst. f. 124; Grev. Scott. t. 336; Cda V, t. 4, f. 40.

5. *L. aculeatum* Bon. (Bot. Zeit. 1857, p. 596).

Lieux sablonneux ombragés près de Driebergen [Sept. 1879, Oudemans.]

Ic. Rostkov. in Sturm Pilze, Heft 18, t. 13.

6. *L. saccatum* Fl. Dan. (t. 1139; Fr. S. M. III, p. 35).

T. N. G. et Ph. XI, p. 397; Prodr. II, pars 4, p 13.

Lieux sablonneux ombragés ou humides, parmi l'herbe ou les mousses. — Août à Oct. — Hilversum. — Voorschoten. — Weurt.

Ic. Fl. Dan. t. 1139; Krombh. Abb. t. 30, f. 11, 12; Huss. Ill. I, t. 14.

7. *L. cupricum* Bon. (Bot. Zeit. 1857, p. 625).

N. K. A. 2e S., I, p. 166 et O. II, p. 11 titulo erroneo L. laxum Bon.

Bois de Hêtres dans les lieux sablonneux. — Doorn. — Août. [1869, OUDEMANS].

Ic. nulla.

8. *L. aestivale* BON. (Bot. Zeit. 1857, p. 630).

N. K. A. 2e S., I, p. 87 et 166; O. II, p. 11.

Lieux sablonneux humides. — Doorn. — Août [1869, OUDEMANS].

Ic. nulla.

9. *L. gemmatum* BATSCH (El. I, p. 147; Fr. S. M. III, p. 36).

Prodr. II, pars 4, p. 13.

Lieux sablonneux ombragés. — Eté et automne.

Var. *α. excipuliforme* SCOP. (Fl. Carn. II, p. 488; Fr. S. M. III, p. 37).

T. N. G. en Ph. XI, p. 397; Prodr. IV, pars 4, p. 13.

Leiden, Wassenaar, Naaldwijk. — Driebergen.

Ic. Mich. Gen. t. 97, f. 1 quoad staturam; Vaill. Bot. Par. t. 12, f. 15, quoad vestitum; Batt. Arim. t. 31 E; Harz. Abb. t. 27; Fl. Bat. t. 715.

β. perlatum P. (Obs. I, p. 4; FR. l. c. — Synon.: L. hirtum),

T. N. G. et Ph. XI, p. 397; N. K. A. 2e S., p. 88; Prodr. II, pars 4, p. 13.

Leiden, Naaldwijk. — Zuid-Beveland.

Ic. Vaill. Bot. Par. t. 12, f. 16; Mich. Gen. t. 97 f. 1; Fl. Dan. t. 1140; Bull. Ch. t. 340 et t. 475, f. B—E; Rostk. in Sturm Fungi Heft 18, t. 6.

γ. echinatum (P. Syn. p. 147; Fr. S. M. III, p. 37).

T. N. G. en Ph. XI, p. 397; Prodr. II, pars 4, p. 13.

Leiden. — Renkum.

Ic. nulla.

δ. hirtum MART. (Fl. Erl. p. 386; FR. l. c. p. 38).

Prodr. II, pars 4, p. 13.

Leiden.

Ic. nulla.

ε. *furfuraceum* Fr. (S. M. l. c. p. 38. — Synon.: L. molle).
T. N. G. en Ph. XI, p. 397; Prod. II, pars 4, p. 13, et nº 2876.
Leiden. — Renkum, Nijmegen.
Ic. Chev. Fl. de Paris, t. 10, f. 2.

η. *papillatum* Schaeff. (Ic. t. 184; Fr. l. c. p. 38).
Prodr. II, pars 4, p. 13.
Westland. — Hoenderloo.
Ic. Schaeff. Ic. t. 184.

10. *L. pyriforme* Rupp. (Jen. II, p. 304; Fr. S. M. III, p. 38).
T. N. G. en Ph. XI, p. 397; N. K. A. 2e S., I, p. 88; Prodr. II, pars 4, p. 13.
Lieux sablonneux ombragés, solitaire ou en groupes. — Leiden, Wassenaar. — Doorn. — Kampen. — Zwake.
Ic. Typus nostratis medius inter icon. Grev. Scott. t. 304 et Schaeff. Ic. t. 185.

11. *L. serotinum* Bon. (Bot. Zeit. 1857, p. 631).
N. K. A. 2e S., I, p. 166, titulo erroneo L. autumnale; O. II, p. 11. — Bois de Pins. — Breda [Oct. 1865, J. B. Nagelvoort].
Ic. non exstat.

Observ. Plusieurs espèces de Lycoperdon commémorées par nos anciens floristes ont dû être négligées, faute de renseignements nécessaires pour leur accorder une place parmi celles mentionnées par les auteurs modernes.

Le nº. 2878 du Prodromus, assimilé par Westendorp (l'auteur de la 4e partie du Tome II) au *Lycoperdon turbinatum* d. *lividum* P. (Journ. Bot. 1809, II, tab. I, fig. 3, 4, 5; West. Herb. Crypt. Belge nº. 1264) n'a pu être examiné par nous, parce que l'exemplaire, recueilli par Wttewaal à Katwijk, sur lequel reposait la détermination, avait disparu de l'herbier de la Société de Botanique des Pays-Bas.

TULOSTOMA.

1. *T. mammosum* Fr. (S. M. III, p. 42. — Synon.: T. brumale; Tulasnodea mammosa; Lycoperdon parisiense, L. mammosum, L. pediculatum, L. pedunculatum).

Boerh. Ind. alter I, p. 15, n°. 6; de Gorter Fl. Belg. n°. 996; de Gorter Fl. VII Prov. n°. 1056; Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 178; Mulder El. p. 124; T. N. G. en Ph. XI, p. 397; Prodr. II, pars 4, p. 15.

Dans les dunes et les terrains sablonneux. — Févr. à Sept. — Overveen. — Leiden, Wassenaar, Katwijk, La Haye, Naaldwijk.

Ic. Tournef. Instit. t. 331 f. E. F.; Bull. Ch. t. 294; Sow. Eng. Fgi. t. 406; Nees Syst. f. 130; Fl. Dan. t. 1740, f. 1; Chev. Fl. de Paris t. 10, f. 1; Cda Ic. VI, t. 6, f. 39; Fl. Bat. X, t. 750.

15. SCLERODERMA.

1. *S. vulgare* Fr. (S. M. III, p. 46. — Synon.: Lycoperdon majus, L. aurantium, L. aurantiacum, L. cervinum).

T. N. G. en Ph. XI, p. 398; Fl. Rh. Traj. n°. 187, titulo erroneo „S. verrucosum"; Fl. Noviom n°. 1001, titulo erroneo „S. verrucosum"; Prodr. II, pars 4, p. 15.

Contrées boisées, surtout dans un sol sablonneux. — Hilversum. — Leiden, La Haye, Westland. — Bilt, Zeist. — Brummen, Wijchen, Nijmegen, Hatert, Ubbergen, Beek.

Ic. Vaill. Bot. Par. t. 16, f. 8; Bull. Ch. t. 270; Bolton Pilze t. 116; Sow. Eng. Fgi t. 268; Fl. Dan. t. 1969, f. 2; Krombh. Abb. t. 60, f. 21, 22; Tul. F. Hyp. t. 21, f. 7; Huss. Ill. I, t. 17, fig. sup.; Berk. Outl. t. 15, f. 4; Fl. Bat. IX, t. 720.

2. *S. verrucosum* P. (Syn. p. 154; Fr. S. M. III, p. 49. — Synon.: Lycoperdon sphaericum, L. verrucosum, L. defossum, L. spadiceum; Sclerod. spadiceum; Lycoperdastrum obscurum).

T. N. G. en Ph. XI, p. 398 (una c. S. pedunculato); Prodr. II, pars 4, p. 15.
Terrains sablonneux ombragés et sables mobiles. — Eté, automne. — Bois de Muiden, Hilversum. — Leiden. — Bois de la Haye. — Bilt, Zeist, Driebergen.
Ic. Bocc. Mus. t. 305, f. 2; Vaill. Bot. Par. t. 16, f. 7; Mich. Gen. t. 99, fig. 3; Bull. Ch. t. 24; Sow. Eng. Fgi t. 311; Nees Syst. f. 123; Grev. Scott. t. 48; Huss. Ill. I, t. 17, fig. inf.

C. Cenococcei.

16. CENOCOCCUM.

1. *C. geophilum* Fr. (S. M. III, p. 66. — Synon.: Lycoperdon graniforme).
T. N. G. en Ph. XI, p. 398; Prodr. II, pars 4, p. 16. — Aux endroits humides des terrains sablonneux et des bruyères. — Durant toute l'année. — Leiden, Lisse.
Ic. Sow. Eng. Fgi t. 270; Vitt. Mon. Lycoperd. t. 3, f. 5; Linnaea 1843, XVII, t. 18; Tul. F. Hypog. t. 21, f. 8.

III. MYXOMYCETES.

I. **AMAUROSPOREAE.**

A. Calcareae.

a. Physaraceae.

1. BADHAMIA.

1. *B. utricularis* Berk. (Linn. Trans. XXI, p. 153 et Outl. p.

308; Cooke Handb. n°. 1147 et Myxom. p. 26; Rostaf. Mon. p. 142; Physarum Fr. S. M. III, p. 139).
N. K. A. 1e S., V, p. 348; O. II, p. 12.
Sur les branches sèches du Hêtre. — De Boekhorst près de Lochem [Nov. 1861, SPRÉE].
Ic. Bull. Ch. t. 417, f. 1 (Sphaerocarpus).

2. *B. inaurata* CURREY (Linn. Trans. XXIV, p. 151; Cooke Handb. n°. 1148 et Myxom. p. 28).
N. K. A. 2e S., III, p. 149.
Sur le Jungermannia albicans. — Utrecht [VAN DER SANDE LACOSTE in Herb. Soc. bot. Neerl.].
Ic. Linnean Trans. XXIV, a°. 1851, t. 25, f. 8.

2. PHYSARUM.

1. *P. cinereum* P. (Syn. p. 170; Rostaf. Mon. p. 102; Cooke Myxom. p. 13; Didymium FR. S. M. III, p. 126 excl. b! et Cooke Handb. n°. 1133; Physarum plumbeum Fr. S. M. III, p. 142).
T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, n°. 2895.
Sur le bois vermoulu en dedans de vieux troncs de Saules. — Automne. — Leiden, Westland. — Zwake, Goes.
Ic. Mich. Gen. t. 96, f. 9 (Mucilago crustacea); Batsch. El. f. 169 (Lycoperdon); Nees Syst. f. 107; Letellier Ch. t. 710, f. 2, 3; Fl. Dan. t. 1980 f. 2 (Ph. violaceum); Nees et Henry Pilze, t. 9, Didymium 1, 2.

2. *P. gyrosum* ROSTAF. (Mon. p. 111; Reticularia muscorum Fr. S. M. III, p. 91).
T. N. G. en Ph. XI, p. 398; Prodr. II, pars 4, n°. 2932.
Sur les mousses, les brins d'herbe, les feuilles, etc. — Automne. — Leiden. — Goes.
Ic. A. S. Consp. t. VII, f. 1 (Fuligo muscorum); Lk. Diss. I, t. 2, f. 37 et Nees Syst. f. 93 (Lignidium griseoflavum).

3. *P. sinuosum* Rostaf. (Mon. p. 112; Cooke Myxom. p. 14; Diderma valvatum Fr. S. M. III, p. 109; Angioridium Cooke Handb. n°. 1142.

N. K. A. 1e S., V, p. 348 et O. II, p. 12 (Carcerina valvata); Prodr. II, pars 4, n°. 2900.

Sur le bois et l'écorce de l'Aune et sur les mousses et hépatiques vivantes. — Beekbergerwoud, de Boekhorst près de Lochem.

Ic. Bull. Ch. t. 446, f. 3 et Sow. Eng. Fgi, t. 6 (Reticularia); P. Obs. I, t. III, f. 2, 3 (Ph. bivalve); Grev. Scott. t. 310 et Nees et Henry Pilze, t. 9 (Angioridium).

3. FULIGO.

1. *F. varians* Somm. (Fl. Lapp. p. 231; Rostaf. Mon. p. 134; Cooke, Myxom. p. 23; Aethalium septicum et A. vaporarium Fr. S. M. III, p. 93 et S. V. S. p. 449; Cooke, Handb. n°. 1101 et 1102.

De Gorter Fl. Belg. n°. 1002; ej. Fl. Zutph. n°. 557; ej. Fl. VII Prov. n°. 1064; Meese Fl. Fris. n°. 564; Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 182 et 184, n°. 1, 2 et 3; Mulder El. p. 125; T. N. G. en Ph. XI, p. 398; Prodr. II, pars 4, n°. 2934.

Sur la tannée et autres substances d'origine végétale en état de putréfaction. — Amsterdam. — Leiden, Naaldwijk. — Leeuwarden.

Ic. March. t. 12 (Eponge); Mich. Gen. t. 96, f. 1 (Mucilago aestiva); Fl. Dan., t. 778 et Bolton Pilze, t. 134 (Mucor septicus); Fl. Dan. t. 1363 f. i. (Fuligo vaporaria); Schaeff. Ic. t. 192 (Mucor primus ovatus) et t. 194 (Mucor tertius); Bull. Ch. t. 424, f. 1 (Reticularia carnosa), t. 424, f. 2 (Retic. hortensis) et t. 380, f. 1 (Retic. lutea); P. Ic. pict. t. 1 (Fuligo violacea); Sow. Eng. Fgi t. 399 (Fuligo cerea); Nees Syst. f. 92; Grev. Scott. t. 272 et Nees et Henry Pilze, t. 8 (Aethalium flavum).

4. CRATERIUM.

1. *C. vulgare* Ditm. (in Sturm Pilze, Bd. I, p. 17; Rostaf. Mon. p. 118; Cooke Myxom. p. 18; C. pedunculatum Fr. S. M. III, p. 150, Cooke Handb. n°. 1149).
T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, n°. 2904.
Sur les rameaux et les feuilles pourrissantes, les mousses, etc. — Août à Sept. — Amsterdam, Haarlem. — Leiden.
Ic. Mich. Gen. t. 86, f. 13 (Fungoides infundibuliforme); Ditm. in Sturm Pilze Bd. I, t. 9; Nees Syst., f. 120; Chev. Fl. de Paris t. 4, f. 26; Nees et Henry Pilze, t. 9, Craterium 1—5.

2. *C. minutum* Fr. (S. M. III, p. 151; Rostaf. Mon. p. 120; Cooke Handb. n°. 1151 et Myxom. p. 19; C. turbinatum Fr. S. M. III, p. 152).
T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, p. 19.
Sur les mousses, les ramilles, etc., en état de pourriture. — Leiden.
Ic. Hoffm. Veg. Crypt. II, t. 2, f. 2 et Sow. Eng. Fgi t. 239 (Cyathus minutus).

3. *C. Friesii* Rostaf. (Mon. p. 122; C. minutum β. aureum Fr. S. M. III, p. 152; C. nutans Fr. S. M. III, p. 151, excl. syn.).
Prodr. II, pars 4, n°. 2905 β.
Sur le Hypnum praelongum. — Leiden.
Ic. Mich. Gen. t. 86, f. 12 (?) (Fungoides minimum, cernuum coccineum totum, pediculo donatum).

4. *C. leucocephalum* Ditm. (in Sturm Pilze, Bd. I, p. 21; Rostaf. Mon. p. 123; Fr. S. M. III, p. 153; Cooke Handb. n°. 1152 et Myxom. p. 19; C. leucostictum Fr. S. M. III, p. 152).

T. N. G. en Ph. XII, p. 272; Prodr. II; pars 4, p. 20; N. K. A. 1e S., V, p. 348; O. II, p. 13.

Sur les branches des Sapins et des Chênes, et sur les mousses. — Sept., Oct. — Amsterdam. — Lochem. — Goes.

Ic. Mich. Gen. t. 86, f. 14 (Fungoïdes minimum infundibuliforme, albicans, pediculo donatum); Hoffm. Fl. Crypt. t. 6, f. 1 (Arcyria leucocephala); Fl. Dan. t. 1314, f. 2 (Trichiae aureae affinis); Ditmar in Sturm Pilze, Bd. I, t. 11; Grev. Scott. t. 65; Nees et Henry Pilze, t. 9, Crat. 6—9; Chev. Fl. de Paris, t. IX, f. 29 (Physarum leucostictum); Cda Ic. VI, t. 2, f. 33 (Crat. pruinosum).

5. LEOCARPUS.

1. *L. fragilis* Rostaf. (Mon. p. 132; Cooke Myxom. p. 23; Diderma vernicosum et D. atrovirens Fr. S. M. III, p. 102 et 103; Diderma vernicosum Cooke Handb. n°. 1108).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 188; T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, n°. 2891.

Sur les mousses, les brins d'herbe, les ramilles et autres débris végétaux en état de pourriture. — Leiden. — Keppel, Renkum. — Ommerschans.

Ic. Dicks. Crypt. t. III, f. 5 et Sow. Eng. Fgi t. 136 (Lycoperdon fragile); P. Obs. I, t. 3, f. 7 et Fl. Dan. t. 1312, f. 2 (Diderma vernicosum); Nees Syst. f. 110; Nees et Henry Pilze, t. 9; Grev. Scott. t. 111 et Corda Ic. V t. 3, f. 32 (Leocarpus vernicosus); Cda Ic. I, t. 6, f. 288 A (Tripotrichia elegans).

2. *L. stipitatus* Bon. (Handb. p. 214; Diderma stipitatum Fr. S. M. III, p. 104).

N. K. A. 1e S., V, p. 347; O. II, p. 12.

Sur les branches mortes, les feuilles tombées, etc. — Lochem. [Oct. 1861, Sprée].

Ic. Bull. Ch. t. 380, f. 3.

6. TILMADOCHE.

1. *T. nutans* Rostaf. (Mon. p. 127; Cooke Myxom. p. 21; Physarum nutans α. albocinereum Fr. S. M. III, p. 128 et Didymium marginatum Fr. S. M. III, p. 115; Physarum nutans P. pp. in Cooke Handb. n°. 1135).

T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, n°. 2902 et 2903.

Sur le bois vermoulu, sur les feuilles pourrissantes, etc. — Août. — Amsterdam. — Leiden.

Ic. Bull. Ch. t. 407, f. 3 (Sphaerocarpus albus); Fl. Dan. t. 1974, f. 2 et 3 (Physarum cernuum et P. bulbiforme); Ditmar in Sturm Pilze, Bd. I, t. 41 (Physarum connatum).

2. *T. mutabilis* Rostaf. (Mon. p. 129; Cooke Myxom. p. 22; Physarum nutans β viride, γ. aureum, δ. coccineum Fr. S. M. III, p. 129 et Ph. striatum c. aurantium Fr. S. M. III, p. 131; Physarum nutans β. viride et γ. aureum Cooke, Handb. n°. 1135 β et γ).

N. K. A. 1e S., V, p. 348; O. II, p. 12 et 13 (n°. 76 et 77).

Sur les troncs pourris. — Lochem. — [Août, Sept. 1861, Sprée].

Ic. Bull. t. 407, f. 1 et 2 (Sphaerocarpus viridis et S. luteus) et t. 484, f. 2 (Sphaeroc. aurantius); P. Disp. meth. t. 1, f. 6; Grev. Scott. t. 124 et Ditmar in Sturm Pilze Bd. I, t. 23 (Physarum aureum); Ditmar ibid. t. 24 et Nees Syst. f. 108 (Phys. viride); P. Syn. t. 3, f. 7—9 (Phys. aurantium).

b. Didymiaceae.

7. CHONDRIODERMA.

1. *C. spumarioides* Rostaf. (Mon. p. 174; Cooke Myxom. p.

38; Diderma spumarioides Fr. S. M. III, p. 104; Cooke Handb. n°. 1109).

T. N. G. et Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, n°. 2894.

Sur les tiges des Graminées, les feuilles, les ramilles pourrissantes. — Leiden.

Ic. Fl. Dan. t. 1978, f. 2 (Spumaria alba).

2. *C. difforme* Rostaf. (Mon. p. 177; Cooke Myxom. p. 39; Diderma cyanescens Fr. S. M. III, p. 109 et Cooke Handb. n°. 1115; Diderma nitens Cooke Handb. n°. 1113; Physarum caesium et P. album Fr. S. M. III, p. 147 et Cooke Handb. n°. 1140).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 188; Prod. II, pars 4, n°. 2893.

Sur les feuilles mortes, les tiges des plantes herbacées, etc. — Goes.

Ic. P. Ic. pictae, fasc. 2, t. 12, f. 3, 4, 5 et Nees Syst. f. 105 (Diderma difforme); Lk. Diss. II, t. 1, f. 6 (Amphisporium versicolor); Grev. Scott. t. 40 (Lycogala minutum); Letell. Ic. t. 710, f. 4 (Physarum album); Cda Ic. II, t. 12, f. 88 (Diderma Neesii); Fres. Beitr. I, t. 4, f. 16—27 (Diderma Libertianum).

3. *C. calcareum* Rostaf. (Mon. p. 179; Diderma liceoides Fr. S. M. III, p. 107).

N. K. A. 1e S., V, p 347; O. II, p. 11.

Sur les feuilles vivantes du Brassica oleracea. — Lochem. — [1861, Sprée].

Ic. non exstat.

4. *C. testaceum* Rostaf. (Mon. p. 179; Diderma testaceum Fr. S. M. III, p. 107).

N. K. A. 1e S., V, p. 347 (non Prodr. II, pars 4, n°. 2892, quod D. globosum Fr).

Sur les mousses, les feuilles tombées, etc. — Lochem [1861, Sprée].

Ic. Bull. Ch. t. 446, f. 2 D (Reticularia sphaeroidalis); Schrad. nova Gen. t. 5, f. 1 et 2 (Didymium testaceum).

5. *C. globosum* ROSTAF. (Mon. p. 180; Cooke Myxom. p. 39; Diderma globosum Fr. S. M. III, p. 106, Cooke Handb. n°. 1114).
Prodr. II, pars 4, n°. 2892.
Sur le Hypnum confertum. — Août. — Amsterdam.
Ic. Mich. Gen. t. 96, f. 6 (Mucilago 7); Bull. Ch. t. 446, f. 2 (Reticularia sphaeroidalis); P. Disp. meth. t. 4, f. 4, 5, Ditm. ap. Sturm, Bd. I, t. 6, Nees et Henry Pilze, t. 9, Diderma 4, 5, 6 et Grev. Scott. t. 122 (Diderma globosum); Chev. Fl. de Paris t. 9, f. 28 (Didymium globosum).

8. DIDYMIUM.

1. D. *farinaceum* SCHRAD. (Nov. Gen. p. 26); Rostaf. Mon. p. 154; Cooke Myxom. p. 31 et Handb. n°. 1123; Did. melanopus, D. hemisphaericum et D. marginatum Fr. S. M. III, p. 114—116; Physarum nigrum Fr. S. M. III, p. 146).
Stekh. Kruidk. Handb. II, 184; T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, p. 18; N. K. A. 1e S., V, p. 348 (Did. hemisphaericum); O. II, p. 12, n°. 73.
Sur le bois pourri, les branches mortes, les feuilles tombées, les mousses, etc. — Août. — Leiden. — Lochem.
Ic. Hall. En. meth. t. I, f. 2 (Sphaerocephalus niger); Hall. Hist. St. t. 48, f. 2 (Trichia); Bull. Ch. t. 446, f. 1 (Reticularia hemisphaerica); Schrad. Nov. Gen. t. 5, f. 6; Sow. Eng. Fgi t. 240 (Trichia sphaerocephala); Nees Syst. f. 104 et Nees et Henry Pilze, t. 9, Did. 3—6 (Didym. lobatum).

2. *D. microcarpon* ROSTAF. (Mon. p. 157; Cooke Myxom. p. 32; Didym. nigripes, D. xanthopus et D. Iridis Fr. S. M. III, p.

119—120; Didym. nigripes et D. xanthopus Cooke Handb. n°. 1124 et 1126).

T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, n°. 2897; N. K. A. 1e S., V, p. 348 et 2e S., III, p. 149, n°. 12; O. II, p. 12.

Sur le bois vermoulu, les feuilles tombées, etc. — Leiden. — Lochem.

Ic. Ditm. in Sturm Pilze, Bd. I, t. 7 (Cionium Iridis), t. 42 (Physarum nigripes) et t. 43 (Cionium xanthopus); Nees Syst. f. 106 (Cionium Iridis); Nees et Henry Pilze, t. 9 (Didym. 7—9).

3. *D. sinapinum* COOKE (Myxom. p. 33).

N. K. A. 2e S., I, p. 314, titulo „D. lobatum”.

Sur les mousses, dans les bois de Pins, près de Baarn [Août, 1872, OUDEMANS].

4. *D. squamulosum* ROSTAF. (Mon. p. 159; Cooke Myxom. p. 33; Didym. costatum, D. herbarum et D. leucopus Fr. S. M. III, p. 118—121; Didym. squamulosum et D. leucopus Cooke Handb. n°. 1122 et 1127).

Prodr. II, pars 4, n°. 2898; N. K. A. 2e S., I, p. 166; O. II, p. 12.

Sur les feuilles pourrissantes etc. — Eté et aut. — Amsterdam. — Leiden, Naaldwijk.

Ic. A. S. Consp. t. 4, f. 5 (Diderma squamulosum); Nees Syst. f. 106 *b* (Cionium farinaceum).

5. *D. praecox* DE BARY (Rab. Fgi Europ. n°. 367; Rostaf. Mon. p. 163).

Prodr. II, pars 4, p. 19.

Sur les feuilles pourrissantes. — Au printemps. — Amsterdam. — Naaldwijk.

Ic. non exstat.

6. *D. effusum* (Fr. S. M. III, p. 124; Rostaf. Mon. p. 163; Physarum confluens Fr. S. M. III, p. 146 (excl. synon.)
N. K. A. 2e S., I, p. 314.
Sur les feuilles pourrissantes. — Au printemps. — Amsterdam. — Naaldwijk.
Ic. non exstat.

9. LEPIDODERMA.

1. *L. tigrinum* Rostaf. (Mon. p. 187; Cooke Myxom. p. 44; Didymium rufipes Fr. S. M. III, p. 116; Didym. tigrinum Cooke Handb. n°. 1121).
Herb. Soc. bot. Neerl.
Sur une espèce de Jungermannia. — Bilt.
Ic. Schrad. Nov. Gen. t. 6, f. 2 et 3 (Didymium tigrinum); Fl. Dan. t. 1434, f. 2 (Physarum tigrinum).

c. Spumariaceae.

10. DIACHEA.

1. *D. leucopoda* Rostaf. (Mon. p. 190; Cooke Myxom. p. 44; Diachea elegans Fr. S. M. III, p. 156; Cooke Handb. n°. 1154).
Prodr. II, pars 4, n°. 2907.
Sur les feuilles tombées, les tiges pourrissantes, les brins d'herbe vivants, les ramilles mortes, etc. — Mars, Sept. — Leiden, Naaldwijk. — Lochem.
Ic. Bull. Ch. t. 502, f. 2 (Trichia leucopoda); Cda Ic., V, t. 3, f. 38.

11. SPUMARIA.

1. *S. alba* DC. (Fl. de France II, p. 261; Rostaf. Mon. p. 191; Cooke Myxom. p. 45 et Handb. n°. 1103; Sp. alba *α*.

laminosa et β cornuta Fr. et Didym. spumarioides Fr. S. M. III, p. 95 et 121).
Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 190; T. N. G. en Ph. XI, p. 398; Prodr. II, pars 4, n°. 2935.
Sur les brins d'herbe, les tiges de plantes herbacées, etc. — Juill. à Sept. — Leiden, Naaldwijk. — Goes.
Ic. Mich. Gen. t. 96, f. 2 (Mucilago 2); Batt. Arim. t. 40, f. G. H. I. (Mucilago crustacea alba); Bonami Fl. Nann. Prodr. t. 3 (Muc. filamentosa); Bull. Ch. t. 326 (Reticularia alba); P. Disp. meth. t. I, f. 1, *a*, *b*, *c*, Sow. Eng. Fgi, t. 280, Grev. Scott. t. 267, Nees Syst. f. 94 et Nees et Henry Pilze, t. 8 (Spumaria Mucilago); Fl. Dan. t. 1978, f. 1 (Spumaria cornuta).

B. Amaurocheteae.

d. Stemonitaceae.

12. LAMPRODERMA.

1. *L. columbina* Rostaf. (Mon. p. 203; Physarum bryophilum Fr. S. M. III, p. 135).
T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, n°. 2901.
Sur le Hypnum purum et autres Mousses et Hépatiques. — Leiden.
Ic. Hoffm. Veg. Crypt. II, t. 2, f. 4 (Trichia violacea); Cda Ic. I, t. 6, f. 287 (Physarum bryophilum β. melanocephalum).

13. COMATRICHA.

1. *C. typhina* Rostaf. (Mon. p. 197; Cooke Myxom. p. 47; Stemonitis typhoides Fr. S. M. III, p. 158 et Cooke Handb. n°. 1157).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 186; T. N. G. en Ph. XII, p. 272.

Sur le bois vermoulu. — Goes.

Ic. Mich. Gen. t. 94, f. 2 (Clathroidastrum obscurum minus); Schaeff. Ic. t. 297 (Mucor Stemonitis); Fl. Dan. t. 758 (Clathrus nudus); Batsch. El. f. 176 (Clathrus pertusus); Bull. Ch. t. 477, f. 2 (Trichia typhoides); Ehrenb. Sylv. Ber. f. 7 (Stemonitis typhoides); Cda Ic V, t. 3, f. 37 (Stemonitis pumila).

2. *C. Friesiana* Rostaf. (Mon. p. 199; Cooke Myxom. p. 48; Stemonitis ovata et S. obtusata Fr. S. M. III, p. 160 et Cooke n°. 1158 et 1159).

Stekh. Kruidk. Handb. II. p. 188; Dozy et Molk. Bijdrage III, p. 9; Prodr. II, pars 4, n°. 2909 et 2911.

Sur le bois vermoulu. — Leiden.

Ic. Sow. Eng. Fgi, t. 259 (Trichia alba).

3. *C. Persoonii* Rostaf. (Mon. p. 201; Stemonitis oblonga Fr. S. M. III, f. 159).

N. K. A. 2e S., I, p. 313; O. II, p. 14.

Dans la tige putrescente d'un Ricinus communis. — Naaldwijk [Oct. 1872, van der Trappen].

Ic. P. Disp. meth. t. I, f. 4 (Stemonitis papillata); Berk. in A. N. H. a°. 1841, t. 12, f. 11 (Stem. pulchella).

14. STEMONITIS.

1. *S. fusca* Roth (Mag. f. Bot. p. 26 et Fl. Germ. I, p. 548; Rostaf. Mon. p. 193; Cooke Myxom., p. 46; Fr. S. M. III, p. 157).

T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, p. 20.

Sur les troncs vermoulus, les poutres pourrissantes, etc. — Hilversum. — Leiden, Rotterdam, Naaldwijk. — Goes, Walcheren.

Ic. Mich. Gen. t. 94, f. 1 (Clathroidastrum obscurum majus); Hall. Enum. meth. t. 1, f. 1 et Hist. St. t. 48, f. 1 (Embolus nigerrimus); Fl. Dan. t. 659, f. 1 (Tubulifera Cremor); Ehrenb. Sylv. Ber. f. 5; Grev. Scott. t. 170; Cda Ic. II, t. 12, f. 87; Sow. Eng. Fgi t. 50 (Trichia nuda).

2. *S. ferruginea* Ehrenb. (Sylv. Ber. p. 25; Rostaf. Mon. p. 196; Cooke Myxom. p. 46 et Handb. n°. 1156; Fr. S. M. III, p. 158).

N. K. A. 1e S., V, p. 349; O. II, p. 13; N. K. A. 2e S., I, p. 253 (Stem. heterospora).

Sur le tronc pourrissant d'un Pin et sur la tannée dans une serre chaude. — Leiden. — Grebbe.

Ic. Bull. Ch. t. 477, f. 1 (Trichia axifera); Bolt. Pilze III, t. 93, f. 1 (Clathrus nudus); Ehrenb. Sylv. Ber. f. 6 A. B.

LAMPROSPOREAE.

† *ATRICHAE.*

C. Anemeae.

e. Liceaceae.

15. TUBULINA.

1. *T. cylindrica* DC. (Fl. de France II, p. 249; Rostaf. Mon. p. 220; Cooke Myxom. p. 54; Licea cylindrica et L. fragiformis Fr. S. M. III, p. 195 et 196 et Cooke Handb. n°. 1193 et 1194.

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 190; Dozy et Molk. Bijdr. III, p. 9; Prodr. II, pars 4, n°. 2916 et 2917.

Sur le bois vermoulu et autres débris de végétaux. — Leiden. — Nieuwersluis. — Goes.

Ic. Fl. Dan. t. 659, f. 2 (Tubulifera ceratum); Jacq. Misc. austr. t. 15 (Tubilifera arachnoidea); Batsch. El. f. 175 (Stemonitis ferruginosa); Bull. Ch. t. 470, f. 3 et t. 384? (Sphaerocarpus cylindricus et Licea fragiformis); P. Syn. t. 4, f. 3, 4 et Nees et Henry Pilze, t. 8 (Tubulina fragiformis); Sow. Eng. Fgi t. 179, marquée 169 (Reticularia multicapsula); Nees Syst. f. 102 (Licea fragiformis) et 103 (Dermodium fallax); Grev. Scott. t. 308 (Licea fragiformis).

D. Heterodermeae.

f. Cribrariaceae.

16. DICTYDIUM.

1. *D. cernuum* Nees (Syst. p. 120; Rostaf. Mon. p. 229; Cooke Myxom. p. 57; Dict. umbilicatum, D. ambiguum et D. trichioides Fr. S. M. III, p. 165 et 166; Dict. umbilicatum Cooke Handb. n°. 1165).

T. N. G. en Ph. XII, pl 272; Prodr. II, pars 4, n°. 2912 et 2913.

Sur le bois pourri des Saules et des Pins. — Leiden. — Goes.

Ic. Batsch El. f. 232 (Mucor cancellatus); Schrad. Nov. Gen. t. 4, f. 1 et 2 (Dict. umbilicatum et D. ambiguum); Nees Syst. f. 117 et Nees et Henry Pilze, t. 9 (Dict.); Grev. Scott. t. 153; Cda Ic. V, t. 3, f. 36 (Dictydium trichioides).

17. CRIBRARIA.

1. *C. vulgaris* Schrad. (Nov. Gen. p. 6; Rostaf. Mon. p. 234; Fr. S. M. III, p. 174).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 188; N. K. A. 1e S., V, p. 349; O. II, p. 14.

Sur les souches pourries des Pins et dans les Saules creux. — Grebbe, Rhenen, Lochem. — [Juill. Août 1861, SPRÉE].
Ic. Schrad. Nov. Gen. t. 1, f. 5.

2. *C. microcarpa* P. (Syn. p. 190; Rostaf. Mon. p. 235; Dictydium microcarpum Fr. S. M. III, p. 166).
Prodr. II, pars 4, n°. 2915.
Sur le bois pourri des Pins. — Aut. — Leiden.
Ic. Schrad. Nov. Gen. t. 4, f. 3 et 4 (Dictydium microcarpum).

3. *C. splendens* P. (Syn. p. 191; Rostaf. Mon. p. 236; Dictydium splendens Fr. S. M. III, p. 166).
Prodr. II, pars 4, n°. 2914.
Sur les souches pourries des Pins et des Hêtres. — Eté et aut. — Leiden.
Ic. Schrad. Nov. Gen. t. 4, f. 5 et 6 (Dictydium splendens).

4. *C. argillacea* P. (Obs. I, p. 90; Rostaf. Mon. p. 238; Cooke Myxom. p. 59; Fr. S. M. III, p. 172; Cooke Handb. n°. 1168).
N. K. A. 1e S., V, p. 349; O. II, p. 14.
Sur l'écorce d'un Bouleau. — Lochem [Juillet 1861, SPRÉE].
Ic. Schrad. Nov. Gen. t. 2, f. 1 et 2.

†† *TRICHOPHORAE.*

E. COLUMELLIFERAE.

g. Reticulariaceae.

18. RETICULARIA.

1. *R. Lycoperdon* BULL. (Ch. p. 95; Rostaf. Mon. p. 240; Cooke Myxom. p. 60; R. umbrina Fr. S. M. III, p. 87; Cooke Handb. n°. 1100).

Meese Fl. Fr. n°. 565; de Gorter Fl. Belg. n°. 1074; ej. Fl. VII Prov. n°. 1111; Dozij et Molk. Bijdr. III, p. 9; Prodr. II, pars 3, n°. 2933.

Sur les souches et les vieilles poutres de Pins. — Eté et aut. — Naaldwijk.

Ic. Mich. Gen. t. 95, f. 1 (Lycogala griseum majus); Bolton Pilze III, t. 133, f. 2 (Mucor Lycogalus); Bull. Ch. t. 446, f. 4 et t. 476, f. 1—3; Schrad. Journ. III, t. 2, f. 1 (Strongylium fuliginoides); Cda Ic. VI, t. 2, f. 36 (Ret. umbrina).

F. Calonemeae.

h. Perichaeniaceae.

19. PERICHAENA.

1. *P. corticalis* Rostaf. (Mon. p. 293; Cooke Myxom. p. 78; Perich. populina Fr. S. M. III, p. 191; Cooke Handb. n°. 1192).

T. N. G. en Ph. XI, p. 400: Prodr. II, pars 4, n°. 2920.

Sur les deux faces de l'écorce pourrissante des Peupliers. — Aut. — Leiden, Katwijk.

Ic. Bull. Ch. t. 417, f. 5 (Sphaerocarpus sessilis); P. Obs. I, t. 6, f. 1 et 2. (Trichia gymnosperma); Grev. Scott. t. 252 (Perich. populina).

i Arcyriaceae.

20. ARCYRIA.

1. *A. punicea* P. (Disp. meth. p. 10; Rostaf. Mon. p. 268; Cooke Myxom. p. 69; Fr. S. M. III, p. 177; Cooke Handb. n°. 1179).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 186; Prodr. II, pars 4, n°. 2929; N. K. A. 1e S., V, p. 349.

Sur le bois pourri d'origine diverse. — Leiden. — Heelsum, Renkum, Lochem. — Veenwouden. — Goes. — Sas van Gend.

Ic. Mich. Gen. t. 94, f. 1 C—E. (Clathroides purpureum); Hall. Enum. meth. t. 1, f. 6 et Hist. St. t. 48, f. 6 (Clathroides purpureum et Trichia); Batsch El. f. 177 (Embolus crocatus); Bull. Ch. t. 502, f. 1, *b. c* (Trichia cinnabaris); Jacq. Misc. Austr. I, t. 6 et Bolton Pilze t. 93, f. 2 (Clathrus denudatus); Sow. Eng. Fgi t. 49 (Trichia denudata); Fl. Dan. t. 1364, f. 2; Nees Syst. f. 114; Grev. t. 130.

2. *A. cinerea* SCHUM. (Saell. n°. 1481; Rostaf. Mon. p. 272; Cooke Myxom. p. 71; Fr. S. M. III, p. 180; Cooke Handb. n°. 1172).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 186; T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Sprée in Rab. Fgi Europaei n°. 569.

Entre les mousses sur les souches pourries et sur le Hypnum purum. — Leiden. — Lochem [1844, DOZY et MOLKENBOER].

Ic. Bull. Ch. t. 477, f. 3 (Trichia cinerea); P. Disp. meth. t. 1, f. 2 (Arcyria albida); Fl. Dan. t. 1975, f. 1; Cda. Ic. II, t. 12, f. 86 (Arcyria trichioides).

3. *A. incarnata* P. (Obs. I, p. 58; Rostaf. Mon. p. 275; Cooke Myxom. p. 71; Fr. S. M. III, p. 178; Cooke Handb. n°. 1171).

T. N. G. en Ph. XII, p. 272; Prodr. II, pars 4, p. 23.

Sur les souches pourries. — Goes.

Ic. Mich. Gen. t. 94, f. 2 (Clathroides purpureum pediculo carens); Bull. Ch. t. 502, f. 1 D. (Trichia cinnabaris); P. Obs. I, t. 5, f. 4, 5; Nees et Henry Pilze, t. 9.

4. *A. nutans* Grev. (Fl. Edin. p. 455; Rostaf. Mon. p. 277; Cooke Myxom. p. 72; Fr. S. M. III, p. 180; Cooke Handb. n°. 1173).

T. N. G. en Ph. XII, p. 272; Prodr. II, pars 4, p. 23.

Sur le bois vermoulu des Saules. — Leiden. — Goes.

Ic. Bull. Ch. t. 502, f. 3 et Sow. Eng. Fgi, t. 260 (Trichia nutans); Grev. Scott. t. 309 (Arcyria flava).

21. DERMODIUM.

1. *D. conicum* Rostaf. (Mon. p. 284; Lycogala conicum Fr. S. M. III, p. 82).

N. K. A. 1e S., V, p. 347; O. II, p. 11.

Entre les mousses sur les souches pourries. — Lochem [1861; Sprée].

Ic. non exstat.

22. LYCOGALA.

1. *L. epidendrum* Fr. (S. M. III, p. 80; Rostaf. Mon. p. 285; Cooke Myxom. p. 75 et Handb. n°. 1095).

De Gorter Fl. Belg. n°. 997; ej. Fl. VII Prov. n°. 1058; Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 182; Mulder El. p. 125; T. N. G. en Ph. XI, p. 398; Prodr. II, pars 4, p. 24.

Sur les troncs, les poutres et autres objets de bois en état de pourriture. — Leiden, Naaldwijk. — Utrecht, Nichtevecht. — Renkum. — Goes.

Ic. Mich. Gen. t. 95, f. 2 (Lycogala globosum aeris recocti colore); Buxb. Cent. V, t. 29, f. 2 (Lycoperdon sanguineum sphaericum); Schaeff. Ic. t. 193 (Mucor secundus et fragiformis); Jacq. Misc. austr. I, t. 7 (Lycop. pisiforme); DC. Bull. phil. an VI, n°. 14, f. 8 A. B. C. (Reticularia rosea); Fl. Dan. t. 720 et t. 2086, f. 2, Holmsk.

Otia t. 31, Bolt. Pilze t. 119, f. 1 et Sow. Eng. Fgi t. 52 (Lycoperdon epidendron); Nees Syst. f. 97, Nees et Henry Pilze, t. 8 et Grev. Scott. t. 38 (Lycogala miniata); Cda Ic. V, t. 3, f. 40; Hussey Ill. II, t. 3; Fl. Bat. XI, t. 805.

k. Trichiaceae.

23. TRICHIA.

1. *T. fallax* P. (Obs. I, p. 59; Rostaf. Mon. p. 243; Cooke Myxom. p. 61; Fr. S. M. III, p. 185; Cooke Handb. n°. 1182 et 1184).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 186; N. K. A., 1e S., V, p. 349. et O. II, p. 14 (Trich. clavata var. cerina).

Sur le tronc pourri d'un Bouleau. — Lochem [1861, Sprée].

Ic. Fl. Dan. t. 647, f. 2 (Mucor capitulis pyriformibus); Schmid. Ic. II, t. 33, f. 1—7; Hoffm. Veg. Crypt. II, t. 1, f. 2 (Trichia graniformis); Bull. Ch. t. 417, f. 3 (Sphaerocarpus ficoides); Hedw. Abh. t. 3, f. 2 (Lycoperdon pusillum); P. Obs. I, t. 3, f. 4, 5; Nees Syst. f. 113; Cda Ic. IV, t. 7, f. 96; Ditm. in Sturm Pilze Bd. I, t. 25 et Nees et Henry Pilze t. 9, Trichia 4—6 (Trichia cerina).

2. *T. varia* P. (Disp. meth. p. 10; Rostaf. Mon. p. 251; Cooke Myxom. p. 63).

α. nigripes (Tr. nigripes P. Syn. p. 178; Fr. S. M. III, p. 186; Cooke Handb. n°. 1185).

β. genuina (Tr. varia Fr. S. M. III, p. 188; Cooke Handb. n°. 1188).

Stekh. Kruidk. Handb. p. 186; T. N. G. en Ph. XI, p. 399; Prodr. II, pars 4, p. 22.

Sur la tannée pourrissante et le bois pourri. — Durant toute l'année. — Leiden, Rotterdam. — Goes.

Ic. var. *α*. Mich. Gen. t. 96, f. 4 (Mucilago minima clavae effigie); Hoffm. Crypt. II, t. 2, f. 3 (Embolus lacteus); Bull. Ch. t. 417, f. 4? (Sphaerocarpus chrysospermus); P. Ic. et Descr. t. 14, f. 3 (Trichia cylindrica); Cda Ic. II, t. 12, f. 85 (Tr. craterioides).

var. *β*. Mich. Gen. t. 95, f. 4 (Lycogala luteum omnium minimum); Schaeff. Ic. t. 296 (Mucor quintus); Bull. Ch. t. 417, f. 4 (Sphaerocarpus chrysospermus); Hedw. Obs. t. 11, A; DC. Org. vég. t. 60, f. 1.

3. *T. chrysosperma* DC. (Fl. Fr. II, p. 250; Rostaf. Mon. p. 255; Cooke Myxom. p. 64; Fr. S. M. III, p. 187; Cooke Handb. nº. 1187).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 186 (Tr. nitens); T. N. G. en Ph. XII, p. 272; Prodr. II, pars 4, p. 22.

Sur le bois vermoulu et les feuilles pourries. — Leiden, Naaldwijk. — Goes.

Ic. Batsch. El. f. 173 (Lycoperdon favogineum Cont. I, p. 257); Bull. Ch. t. 417, f. 4 (Sphaerocarpus chrysospermus); Hall. Enum. meth. t. 1, f. 7 et Stirp. Helv. t. 48, f. 7 (Clathroides flavescens); Bolt. Pilze t. 94, f. 3 (Clathrus turbinatus); Sow. Eng. Fgi t. 85 (Trichia turbinata); Fl. Dan. t. 1313, f. 1 (Trichia ovata); Sprengel Anl. t. 1, f. 11—13.

4. *T. scabra* Rostaf. (Mon. p. 258).

Prodr. II, pars 4, p. 23.

Sur le bois pourri. — Leiden, Bois de la Haye.

Ic. non exstat.

24. HEMIARCYRIA.

1. *H. rubiformis* Rostaf. (Mon. p. 262; Cooke Myxom. p. 67; Trichia rubiformis Fr. S. M. III, p. 183; Cooke Handb. n°. 1177).

Stekh. Kruidk. Handb. II, p. 184; Prodr. II, pars 4, n°. 2924 et 2926; N. K. A. 1e S., V, p. 349 et O. II, p. 14 (Trichia pyriformis).

Sur le bois vermoulu. — Juill. à Oct. — Lochem. — Goes.

Ic. Hall. Enum. meth. t. I, f. 5 (Clathroides pyriforme, caespitosum, purpureum); Hall. Hist. St. t. 48, f. 5. (Trichia); Batsch El. f. 172 (Lycoperdon vesparium); Hoffm. Veg. Cryp. II, t. 1, f. 1 (Trichia pyriformis); P. Disp. meth. t. 1, f. 3 et t. 4, f. 3 *b. c.* (Trichia rubiformis et T. rubiformis β minor); Hedw. Obs. bot. 10, f. 1—4 (Lycoperdon ferrugineum); Chev. Fl. de Paris t. 9, f. 24 (Trichia chalybaea); Nees Syst. f. 112 (Tr. rubiformis); Cda Ic. I, t. 6, f. 288 B et C (Tr. rubif. et Neesiana); Fl. Dan. t. 1365, f. 2 (Tr. rubif.)

EXPLICATION DES ABRÉVIATIONS.

A. N. H. = Annals of Natural History.

A. S. *Consp.* = J. B. von Albertini et L. D. de Schweinitz, Conspectus Fungorum in Lusatiae Superioris agro Niskiensi crescentium. Lipsiae, 1805. I vol. 8°, c. 12 tab. col.

A. S. N. = Annales des Sciences Naturelles.

Batsch, *El.* = A. J. G. K. Batsch, Elenchus Fungorum, cum Contin. 1a et 2a. Halae, 1783—1789. III vol. 4°, c. tab. 42 col.

Batt. *Arim.* = A. Battarra, Fungorum agri Ariminensis Historia. Faventiae, 1755. I vol. 4°., c. 40 tab.

Berk. *Outl.* = M. J. Berkeley, Outlines of British Fungology. London, 1860. I vol. 8°, c. 24 tab. col.

Blackst. *Spec. Bot.* = Blackstone, Specimen botanicum, quo plantarum plurium rariorum Angliae indigenarum loci natales illustrantur. Londini, 1746. I vol. 8°, c. tab. 1.

Bocc. *Mus.* = Paulo Boccone, Museo di piante rare della Sicilia, Malta, Corsica, Italia, Piemonte e Germania. Venezia, 1697. I. vol. 4°. c. 131 tab.

Boerh. *Ind. alter* = H. Boerhaave, Index alter plantarum quae in horto academico Lugduno-Batavo aluntur. Lugduni-Batavorum, 1727. II vol. 4°.

Bolton, *Pilze* = J. Bolton, Geschichte der merkwürdigsten Pilze, übersetzt von C. L. Wildenow, C. G. et T. F. L. Nees von Esenbeck. Berlin, 1795—1820. IV vol. 8°. c. tab. 182 col.

Bon. *Handb.* = H. F. Bonorden, Handbuch der allgemeinen Mykologie, etc. Stuttgart, 1851. I vol. 8°. c. 12 tab. col.

Bonami, *Fl. Nann. Prodr.* = F. Bonami, Florae Nannetensis Prodromus, etc. Nannetis, 1782. I vol. 12°.

Bot. Zeit. = Botanische Zeitung.

BRYANT *Lycop.* = C. Bryant, An historical account of two species of Lycoperdon, etc. London, 1782. I vol. 8°. c. tab. 1.

BULL. *Ch.* = P. Bulliard, Histoire des Champignons de la France etc. Paris 1791—1812. I vol. folio, c. 111 tab. col. et: Herbier de la France, etc. Paris, 1780—1795. XII vol. folio, c. 600 tab. col.

BUXB. *Cent.* = J. C. Buxbaum, Plantarum minus cognitarum centuriae, etc. Petropoli, 1728—1740. Centuriae V, 4°. c. 276 tab.

BUXB. *Hal.* = J. C. Buxbaum, Enumeratio plantarum accuratior in agro Hallensi locisque vicinis crescentium, etc. Halae, 1721. 1 vol. 8° min. c. tab. 2.

CDA *Ic.* = A. K. J. Corda, Icones Fungorum hucusque cognitorum. Pragae, 1837—1854. VI vol. folio c. 64 tab.

CHEV. *Fgi et Byss.* = F. F. Chevallier, Fungorum et Byssorum illustrationes, etc. Parisiis, 1837. Fasc. II, fol. min. c. tab. 83 col.

CHEV. *Fl. de Paris* = F. F. Chevallier, Flore générale des environs de Paris, etc. Paris, 1826—1827. III vol. in 8°. c. tab. 18.

COMM. *Cat. Pl. Holl.* = J. Commelini Catalogus Plantarum indigenarum Hollandiae, Amstelodami, 1 vol. 12°, 1683 (ed. 1a); Lugd. Bat. 1 vol. 12°, 1709 (ed. 2a).

COOKE *Handb.* = M. C. Cooke, Handbook of british Fungi. London, 1871. — II vol. 8°. c. tab. 1 col. et fig. xyl. multis.

COOKE, *Myxom.* = M. C. Cooke, The Myxomycetes of Great Britain. London, 1877. I vol. 8°. c. tab. 24.

D. C. *Bull. phil.* = A. P. de Candolle, Bulletin de la Société philomatiqne de Paris, floréal an VI.

D. C. *Fl. Franç.* = A. P. de Candolle et J. B. de Lamarck, Flore Française, etc. Paris 1805—1815. VI vol. 8°.

D. C. *Org. vég.* = A. P. de Candolle, Organographie végétale etc. Paris, 1827. II vol. 8°. c. 60 tab.

Dicks. *Crypt.* = J. Dickson, Fasciculus Plantarum Cryptogamicarum Britanniae. Londini, 1785. I vol. 8°. c. tab. 3.

Dietr. *Fl. R. Boruss.* = A. Dietrich, Flora Regni Borussici. Berlin, 1833—44. XII vol. 8°. max. c. 864 tab. col.

Dodon. *Cruydt-Boeck* = R. Dodonaeus, Cruydt-Boeck, etc. Leyden, 1608 (ed. 1a), 1618 (ed. 2a), 1644 (ed. 3a). I vol. folio c. ic. xyl.

Dodon. *Pempt.* = R. Dodonaeus, Stirpium historiae pemptades sex, sive Libri XXX. Antverpiae, 1583. I vol. folio c. ic. xyl. (ed. 1a); 1616, I vol. folio c. ic. xyl. (ed. 2a).

Dozij et Molk. *Bijdrage* III = F. Dozij et J. H. Molkenboer, Bijdrage tot de Flora Cryptogamica van Nederland. Derde Stuk. Leyden, 1846. I vol. 8°.

Ehrenb. *Sylv.-Ber.* = C. G. Ehrenberg, Sylvae Mycologicae Berolinenses. Berolini, 1818. I vol. 4°. c. 1 tab. nunc. nigra, tunc. col.

Ehrh. *Beitr.* = F. Ehrhart, Beiträge zur Naturkunde und den damit verwandten Wissenschaften, etc. Hannover und Osnabrück, 1787—1792. VII vol. 8°.

Fl. Bat. = J. Kops, H. C. van Hall, F. A. W. Miquel, J. E. van der Trappen, P. M. E. Gevers Deijnoot et

F. W. van Eeden, Flora Batava etc. Amsterdam 1800—1880. XV vol. c. tab. 1180 col. (contin.)

Fl. Dan. = Flora Danica. Havniae 1761—1880. XVI vol. folio c. 2880 tab. color. (contin.)

Fl. Noviom. = P. M. E. Gevers Deynoot en Th. H. A. J. Abeleven, Flora Noviomagensis, etc. Nijmegen, 1848. I vol. 8°.

Fl. Rheno-Traj. = P. M. E. Gevers Deynoot, Flora Rheno-Trajectina, etc. Utrecht, 1843. I vol. 8°.

Fres. *Beitr.* = J. B. G. W. Fresenius, Beiträge zur Mykologie. Frankfurt a/M., 1850—1863. III Hefte in 4°. c. 13 tab.

Fr. *S. M.* = E. Fries, Systema Mycologicum. Gryphiswaldiae, 1821—1823. III vol. 8°.

Fr. *S. V. S.* = E. Fries, Summa Vegetabilium Scandinaviae, etc. Holmiae, 1846—1849. I vol. 8°.

Fr. *Gast.* = E. Fries, Symbolae Gasteromycorum ad illustrandam Floram suecicam. Lundae, 1817—1818. Fasc. III, 4°.

Fuck. *Symb.* = L. Fuckel, Symbolae Mycologicae. Wiesbaden, 1869. I vol. 8°. c. 6 tab. col.

Gled. *Meth.* = J. G. Gleditsch, Methodus Fungorum, etc. Berolini, 1753. 1 vol. 8°. c. 6 tab.

de Gorter, *Fl. Belgica* = D. de Gorter, Flora Belgica, etc. Trajecti ad Rhenum, 1767. I vol. 8°.

de Gorter, *Fl. Gelr. Zutph.* = D. de Gorter, Flora Gelro-Zutphanica, etc. Harderovici, 1745. I vol. 8°.

de Gorter, *Fl.* VII *Prov.* = D. de Gorter, Flora VII Provinciarum Belgii foederati indigena. Harlemi, 1781. I vol. 8°.

De Gorter, *Fl. Zutph.* = D. de Gorter, Flora Zutphanica. Zutphaniae, 1781. I vol. 8°.

Grevillea = Grevillea, a monthly record of cryptogamic botany and its literature. London, 1872—1880. VIII vol. 8°. c. tab. plurimis (contin.).

Grev. *Fl. Edin.* = R. K. Greville, Flora Edinensis, etc. Edinburgh, 1824. I vol. 8°.

Grev. *Scott.* = R. K. Greville, Scottish cryptogamic Flora etc. Edinburg, 1823—1829. VI vol. 8°., c. 360 tab. col.

H. = F. A. Hartsen, Liste provisoire des Fonges supérieurs qui croissent dans les Pays-Bas du Nord, etc. Utrecht, 1864. I vol. 8°.

Hall. *En. meth.* = A. von Haller, Enumeratio methodica stirpium Helvetiae indigenarum. Goettingae, 1742. II vol. folio c. 24 tab.

Hall. *Hist. St.* = A. von Haller, Historia stirpium indigenarum Helvetiae inchoata. Bernae, 1768. III vol. folio, c. tab. 48.

Harzer, *Abb.* = K. A. F. Harzer, Naturgetreue Abbildungen der vorzüglichsten . . . . Pilze. Dresden, 1842. I vol. 4°. c. 80 tab. col. et 1 tab. nigra.

Hedw. *Abh.* = J. Hedwig. Sammlung seiner zerstreuten Abhandlungen und Beobachtungen über botanisch-ökonomische Gegenstände. Leipzig, 1793—1797. II vol. 8°. c. 6. tab. col.

Hoffm. *Fl. Crypt.* = G. F. Hoffmann, Deutschlands Flora oder botanisches Taschenbuch. Zweyter Theil für das Jahr 1795. Cryptogamie. Erlangen. I vol. 12°. c. 13 tab. col.

HOFFM. *Veg. Crypt.* = G. F. Hoffmann, Vegetabilia Cryptogama. Erlangae, 1787—1790. II vol. 4°. c. 16 tab.

HOLMSK. *Otia* = T. Holmskiold, Beata ruris otia fungis danicis impensa. Havniae, 1790—1799. II vol. folio, c. 75 tab. col.

VAN HOVEN, *Fl. 's Hert.* = F. J. J. van Hoven, Flora van 's Hertogenbosch. Heusden, 1848, I vol. 8°. maj. (ed. 1a); Leeuwarden 1879. I vol. 8°. min. (ed. 2a).

HUSS. *Ill.* = T. J. Hussey, Illustrations of British Mycology, etc. London, 1847—1855. II vol. 4°. c. tab. 140 col.

JACQ. *Misc. austr.* = N. J. Jacquin, Miscellanea austriaca ad botanicam . . . . . spectantia. Vindobonae, 1778—1781. II vol. 4°. c. 44 tab. col.

KROMBH. *Abb.* = J. V. von Krombholz, Naturgetreue Abbildungen und Beschreibungen der . . . Schwämme. Prag, 1831—1847. X Hefte folio, c. 78 tab. col.

LETELLIER *Ch.* = J. B. L. Letellier, Figures des Champignons servant de supplément aux planches de Bulliard, etc. 2e éd. Paris, 1840. I vol. 4°. c. tab. 603—710, col.

L. *Fl. Suec.* = C. Linnaeus, Flora Suecia. Stockholmiae 1745. I vol. 8°. c. tab. 1 (ed. 1a); 1755, I vol. 8°. c. tab. 1 (ed. 2a).

L. *Hort. Cliff.* = C. Linnaeus, Hortus Cliffortianus. Amstelaedami 1737. I vol. folio. c. 37 tab.

LK. *Diss.* = H. F. Link, Observationes in ordines plantarum naturales. Diss. I et II. (Berlin, 1809 et 1816). Editae in: Abhandl. der Gesellschaft naturforschender Freunde, Jahrg. 3 et 7.

MARCH. = J. Marchant, Sur une végétation particulière qui vient sur le tan. Paris, 1727, ed. in Mém. de l'acad. des sciences.

MART. *Fl. Erl.* = K. F. P. von Martius, Flora cryptogamica Erlangensis, etc. Norimbergae, 1817. 1 vol. 8°. c. tab. 6, p. p. col.

MEESE, *Fl. Fris.* = D. Meese, Flora Frisica, etc. Franeker, 1760. I vol. 8°.

MICH. *Gen.* = P. A. Micheli, Nova Plantarum Genera, etc. Florentiae, 1729. II vol. 4°., c. tab. 108.

MULDER *El.* = N. Mulder, Elenchus plantarum, quae prope urbem Leidam nascuntur. Lugdini-Batavorum, 1818. I vol. 4°.

NEES et HENRY *Pilze* = T. F. L. Nees von Esenbeck, A. Henry und T. Bail. Das System der Pilze. Bonn 1837—1858. II vol. 8°. c. 38 tab. col.

NEES, *System.* = C. G. Nees von Esenbeck, Das System der Pilze und Schwämme. Würzburg, 1817. I vol. 4°. c. 44 tab. col.

N. K. A. 1e *S. et* 2e *S.* = Nederlandsch Kruidkundig Archief. 1e Serie, V vol. 8°.; 2e Serie ca III vol. 8°. (contin.) Leiden, Amsterdam, Nijmegen, a°. 1848—1860 et 1874—1880.

O. I *et* II. = C. A. J. A. Oudemans, Matériaux pour la Flore Mycologique de la Néerlande, 1e et 2e parties, publiées dans les Archives Néerlandaises, t. II, a°. 1867 et T. VIII, a°. 1873. 8°.

P. *Disp. meth.* = C. H. Persoon, Tentamen dispositionis methodicae Fungorum, etc. Lipsiae, 1797. I vol. 8°., c. 4 tab.

P. *Ic. et Descr.* = C. H. Persoon, Icones et descriptiones fungorum minus cognitorum. Lipsiae, 1798—1880. II Fasc. 4°. c. tab. 14 col.

P. *Ic. pict.* = C. H. Persoon, Icones pictae rariorum Fungorum. Paris, 1803—1806. Fasc. I—IV in 4°. c. 24 tab. col.

P. *Obs. Myc.* = C. H. Persoon, Observationes mycologicae. Lipsiae et Lipsiae et Lucernae, 1796—1799. II vol. 8°. c. tab. 12 col.

P. *Syn.* = C. H. Persoon, Synopsis methodica fungorum, etc. Goettingae, 1801. I vol. 8°. c. 5 tab.

Phil. Trans. = Philosophical Transactions.

Prodr. = Prodromus Florae Batavae, vol. II, pars IV (Fungi). Lugd. Bat. 1866. I vol. 8°.

Rab. *F. Eur.* = L. Rabenhorst, Fungi Europaei exsiccati. Dresdae, 1859—1880. XXV vol. 4°.

Ray *Syn.* = J. Ray, Synopsis methodica stirpium britannicarum, etc. Londini 1690. I vol. 8°. c. 2 tab. (ed. 1a); 1696. I vol. 8°.; 1724. I vol. 8°. c. 24 tab.

Rostaf. *Mon.* = J. Rostafinski, Sluzowce (Mycetozoa) = Monographia Myxomycetum. Parisiis, 1875. I vol. 4°. c. tab. 13.

Rostkov. = Rostkovius.

Roth, *Catal. Bot.* = A. W. Roth, Catalecta botanica, etc. Lipsiae, 1797—1806. III vol. 8°. c. 29 tab.

Roth, *Fl. Germ.* = A. W. Roth, Tentamen Florae germanicae. Lipsiae, 1788—1800. III vol. 8°.

Roth, *Mag. f. Bot.* = A. W. Roth, Abhandlungen in: Magazin für die Botanik, herausgegeben von J. J. Römer und P. Usteri. Zürich, 1787. Zweites Stück.

Rupp, *Jen.* = H. B. Rupp, Flora Jenensis, etc. Francofurti et Lipsiae, 1726. I vol. c. tab. 3.

Schaeff. *Ic.* = J. C. Schaeffer, Fungorum qui in Bavaria et Palatinatu circa Ratisboniam nascunter icones, etc. Ratisbonae 1762—1774. IV vol. 4°. c. tab. 330 col.

Schmidel *Ic.* = C. C. Schmidel, Icones plantarum aeri incisae atque vivis coloribus insignitae, etc. Norimbergae, 1747, I vol. folio c. 50 tab. col. (ed. 1a); 1762, I vol. folio c. 50 tab. col. (ed. 2a); 1793—1797, III Manipuli folio, Erlangae, c. 75 tab. col. (ed. 3a).

Schrad. *Nova Gen.* = H. A. Schrader, Nova Genera plantarum. Lipsiae, 1797. I vol. folio c. 6 tab. col.

Schum. *Saell.* = C. F. Schumacher, Enumeratio plantarum in partibus Saellandiae septentrionalis et orientalis. Havniae, 1801—1803. II vol. 8°.

Scop. *Fl. Carniol.* = J. A. Scopoli, Flora carniolica, etc. Viennae, 1760, I vol. 8°. (ed. 1a); 1772, II vol. c. tab. 65 (ed. 2a).

Somm. *Fl. Lapp.* = S. C. Sommerfelt, Supplementum Florae Japonicae, quam edidit Dr. G. Wahlenberg. Christianiae, 1826. I vol. 8°. c. 3 tab. col.

Sow. *Eng. Fgi.* = J. Sowerby, Coloured figures of English Fungi or Mushrooms. London 1797—1809. I vol. folio, c. 440 tab. col.

Sprengel, *Anl.* = K. Sprengel, Anleitung zur Kenntniss der

Gewächse. Halle, 1802—1804. III vol. c. tab. 18 (ed. 1a); 1817—1818. III vol. c. tab. 25 p. p. col.

Stekh. *Kruidk. Handb.* = H. Schuurmans Stekhoven, Kruidkundig Handboek, etc. Amsterdam 1815. II vol. 8°.

Sturm, *Pilze* = J. Sturm, Deutschland's Flora in Abbildungen nach der Natur, mit Beschreibungen. Nürnberg. Dritte Abtheilung. Pilze, 1813—1853. Heft 1—36, c. tab. 480 col.

T. N. G. en Ph. = Tijdschrift voor Natuurlijke Geschiedenis en Physiologie, uitgegeven door J. van der Hoeven en W. H. de Vriese. Leiden, 1834—1845. XII vol. 8°.

Tode, *Fungi Mecklenb.* = H. J. Tode, Fungi Mecklenburgenses selecti. Lüneburgi, 1790—1791. II vol. 4°., c. tab. 17.

Tournef. *Inst.* = J. P. de Tournefort, Institutiones Rei Herbariae. Parisiis, 1700. III vol. 4°. c. tab. 476 (ed. 1a); 1719, III vol. c. tab. 489.

Tul. *F. hyp.* = L. R. Tulasne, Fungi hypogaei. Histoire et Monographie des Champignons hypogés. Parisiis, 1851. I vol. folio c. tab. 21, quarum 9 col.

Vaillant, *Bot. Par.* = S. Vaillant, Botanicon Parisiense. Leide et Amsterdam, 1727. I vol. folio c. 33 tab.

Venturi, *Bresc.* = A. Venturi, I miceti dell' agro Bresciano, etc. Brescia, 1845—1860. I vol. folio c. tab. 64 col.

Vittad., *Mon. Lycoperd.* = C. Vittadini, Monographia Lycoperdineorum. Augustae Turinorum, 1842. I vol. 4°. c. 3. tab.

WAHLENB. *Fl. Suec.* = G. Wahlenberg, Flora Suecica, enumerans plantas Sueciae indigenas, post Linnaeum edita. Upsaliae, 1824—1826. II partes 8°.

WILLD. *Fl. Berol.* = K. L. Willdenow, Florae Berolinensis Prodromus, Berolini, 1787. I vol. 8°. c. 7 tab.

WITH. *Arrang.* = W. Withering, A botanical arrangement of all the vegetables, naturally growing in Great Britain. Ed. 2a, Tom. III, Birmingham, 1792. 8°. c. tab. 17.

Les noms et les dates placés entre parenthèses brisées [ ] ne se trouvent que derrière les espèces qui ne figurent pas dans le Prodromus. Ils font connaître par qui et à quelle époque ont été recueillis pour la première fois ces espèces, découvertes depuis la publication de l'ouvrage en question.

ARCHIVES NÉERLANDAISES

DES

Sciences exactes et naturelles.

SUR LES COMBINAISONS

DE QUELQUES

HYDRATES SOLIDES DE DIOXYDES AVEC DES ACIDES, DES SELS ET DES ALCALIS,

PAR

J. M. VAN BEMMELEN.

Dans le présent travail, j'essaierai de démontrer que c'est à tort qu'on exclut ordinairement du domaine chimique proprement dit, en leur appliquant les désignations vagues d'adhésion, d'absorption, de rétention, de précipitation, etc., les phénomènes où il se forme, dans des proportions en apparence tout à fait arbitraires, des combinaisons insolubles entre toutes sortes de substances.

Une série d'expériences sur la manière dont les hydrates amorphes d'oxydes se comportent à l'égard des solutions de sels, d'acides et d'alcalis, m'a amené à conclure: en premier lieu, que la plupart des phénomènes susdits rentrent dans la catégorie générale des phénomènes présentés par les combinaisons chimiques faibles ou lâches, qui se trouvent à l'état de dissociation; et, en second lieu, que des lois constantes président aussi à ces faits en apparence si irréguliers.

Le point de départ de ces recherches a été fourni par les résultats d'un travail antérieur, dans lequel j'avais étudié le pouvoir d'absorption de la terre végétale et de l'acide silicique en présence des solutions de sels alcalins ou d'alcalis [1]).

J'avais trouvé que, avec les solutions des sels à acide faible, tels que les carbonates, les phosphates, les borates, il y avait encore absorption alors même qu'aucun échange n'était plus possible entre la base du sel et une base contenue dans la matière absorbante [2]). Cette absorption se laissait expliquer par la circonstance que les sels en question sont plus au moins dissociés dans leur solution aqueuse et que leur base libre est fixée par l'acide silicique. En opérant sur des solutions de sels alcalins à acide fort (chlorures, nitrates, sulfates), je n'avais pas constaté d'absorption dans le cas susmentionné. Plus tard, toutefois, je remarquai que le phénomène d'absorption ne faisait défaut que si l'acide silicique (ou la terre épuisée par l'acide chlorhydrique) avait été privé, par la dessiccation à 100°, de son eau d'hydratation. Quand, au contraire, on se servait d'acide silicique hydraté, celui-ci enlevait, même à une solution aqueuse de KCl ou de HCl, de petites quantités du sel ou de l'acide; par exemple:

absorbé.

20 gr. d'ac. silicique, et 200 cc. de sol. contenant
40 mol. KCl donnaient: . . . . 1,7 mol. KCl.
20 „ „ „ et 200 cc. de sol. contenant
38 mol. HCl donnaient: . . . . 1,4 „ HCl.

(Dans cette expérience, comme dans toutes les suivantes, on a pris l'unité de poids = 1 mgr. Ainsi: 1 mol. KCl = $74^{mgr},6$, etc.)

---

[1]) *Berichte der deutschen Chem. Gesellschaft*, 1878, p. 2228, et, avec tous les détails, dans: *Landwirthsch. Versuchsstationen*, t. XXI, p. 135—161, et t. XXIII, p. 265.

[2]) 1° Dans le cas où la terre avait été préalablement bouillie avec de l'acide chlorhydrique concentré et lavée; 2° dans le cas où l'on n'employait que l'hydrate d'acide silicique pour l'expérience d'absorption.

Comme l'acide silicique séché à 100° possède la composition $5 (SiO_2) . H_2O$, et que 1 mol. de cet acide reprend environ $5 \times 4 = 20$ mol. H_2O dès qu'il est exposé à l'air humide ou mis en contact avec l'eau, — ainsi que je l'ai fait voir dans un Mémoire antérieur [1]), — il m'avait paru d'abord inexplicable pourquoi il ne montrait pas d'absorption en présence des solutions de KCl. En continuant mes recherches. je fus forcé d'admettre que l'acide silicique enlève réellement une certaine quantité d'acide, de base ou de sel à leurs solutions aqueuses, quantité qui dépend de la quantité d'acide silicique employé et de la concentration des solutions, ainsi que de la température.

S'il est vrai que nous ayons affaire ici à des combinaisons chimiques faibles, à l'état de dissociation, il faut aussi:

1° que le résultat ultime (l'état final après chaque expérience) soit différent selon qu'on a fait varier les proportions relatives de l'acide silicique et des matières dissoutes, et selon qu'on a donné au liquide une concentration différente;

2° que d'autres hydrates amorphes, tels que ceux des oxydes d'étain, de manganèse, d'aluminium, de fer, de titane, etc. se comportent d'une manière analogue;

3° qu'en comparant entre eux divers hydrates d'oxydes, ou diverses modifications d'un même hydrate, on trouve les phénomènes d'absorption plus prononcés chez l'un que l'autre;

4° qu'on observe des passages entre ces phénomènes et les phénomènes de la combinaison chimique ordinaire;

5° qu'aux acides, bases ou sels absorbés on puisse substituer d'autres acides, bases ou sels.

Toutes ces déductions ont été confirmées par l'expérience.

I. Acide silicique.

Pour la première des substances sur lesquelles j'ai expérimenté, l'acide silicique, la quantité fixée ou absorbée de H_2SO_4,

---

[1]) *Archives Néerlandaises,* XV, p. 331.

HCl, HNO_3, K_2SO_4, KCl, KNO_3, en solution aqueuse, a été trouvée — entre certaines limites de concentration, et à la température ordinaire — *approximativement proportionnelle au degré de concentration de la solution et à la quantité d'eau d'hydratation du dioxyde de silicium.*

L'acide silicique employé était une poudre sèche, très ténue, et contenait environ 4 molécules d'eau d'hydratation. Introduit avec les diverses solutions dans des flacons bien bouchés, on l'y laissait digérer pendant 24 heures, en agitant fréquemment. La liqueur était alors filtrée (à l'abri de l'évaporation) et analysée. Voici les résultats obtenus:

Sér. exp. I.

10 *gr. d'ac. silicique* — 100 *cc. de solution.*

a) Force de la solution = 20 éq. de sel ou d'acide [1]) en 100 cc.

	K_2SO_4.	KNO_3.	KCl.	H_2SO_4.	HNO_3.	HCl
Absorbé	1 éq.	0,9 éq.	0,85 éq.	1,1 éq.	0,86 éq.	0,81 éq.
Cette absorption correspondrait à une dilution de la solution par	5,3 cc.	4,7 cc.	4,4 cc.	5,8 cc.	4,4 cc.	4,2 cc. d'eau.

b) Force de la solution = 50 éq. de sel ou d'acide en 100 cc.

	K_2SO_4.	KNO_3.	KCl.	H_2SO_4.	HNO_3.	HCl
Absorbé	2,5 éq.	2,14 éq.	2,16 éq.	2,17 éq.	2,17 éq.	2,27 éq.
Cette absorption correspondrait à une dilution de la solution par	5,2 cc.	4,4 cc.	4,5 cc.	4,5 cc.	4,5 cc.	4,7 cc. d'eau.

c) Force de la solution = 100 éq. de sel ou d'acide en 100 cc.

	K_2SO_4.	KNO_3.	KCl.	H_2SO_4.	HNO_3.	HCl
Absorbé	4,56 éq.	—	—	4,0 éq.	4,0 éq.	4,2 éq.
Cette absorption correspondrait à une dilution de la solution par	4,8 cc.	—	—	4,2 cc.	4,2 cc.	4,3 cc. d'eau.

[1]) 1 éq. = 87,1 mgr. K_2SO_4 ou 49 mgr. H_2SO_4
〃 = 101 〃 KNO_3 〃 63 〃 NHO_3
〃 = 74,6 〃 KCl 〃 36,5 〃 HCl.

C'est pour rendre la comparaison plus simple qu'on a calculé ici en équivalents, et non en molécules.

On voit par ce tableau:

1°. que le pouvoir d'attraction de l'acide silicique sur les trois acides et leurs sels a une valeur à peu près égale pour chacun d'eux. Il est seulement un peu plus grand pour le sulfate de potassium.

2°. que l'absorption d'acide ou de sel par l'acide silicique équivaut à une dilution de la liqueur par l'addition de 5—4 cc. d'eau. Cette quantité n'est que peu inférieure à la quantité d'eau d'hydratation que l'acide silicique tient combinée lâchement et qu'il cède en présence de l'acide sulfurique ou à 100°, — savoir 3,8 mol. H_2O, correspondant, pour 10 gr. d'acide silicique, à 5gr,18 H_2O.

L'absorption est donc à peu près proportionnelle à la concentration de la solution et à la quantité d'eau d'hydratation faiblement unie à l'acide silicique. Pour un degré supérieur de concentration (sér. exp. I *c*), la quantité d'acide ou de sel absorbé est un peu plus faible. La loi énoncée n'est applicable, par conséquent, qu'entre certaines limites de concentration.

L'absorption doit être attribuée à ce que l'acide silicique a fixé de l'acide ou du sel. On ne peut guère supposer que l'eau d'hydratation faiblement retenue soit passée dans la solution acide ou saline. Au contraire, dès que l'acide silicique a été privé, à 100°, de son eau d'hydratation (à 0,2 mol. près), il la reprend déjà peu à peu à l'air humide, et par conséquent beaucoup plus rapidement dans l'eau même. Pour lever tous les doutes, j'ai fait les expériences suivantes, qui fournissent la preuve certaine que les quantités disparues d'acide ou de sel sont réellement absorbées et fixées par l'acide silicique.

Il fallait établir, en premier lieu, que l'acide silicique déshydraté à 100°, introduit dans l'eau ou dans une solution de sulfate de potassium, y produit une diminution de volume correspondant à l'absorption d'environ 4 mol. H_2O.

L'acide silicique employé avait la teneur maximum d'eau d'hydratation pour

la température ordinaire, à savoir 55,7 % (= 4,2 (H_2O) . SiO_2) [1]).
A 100° il perdait 53,9 % d'eau.

10 ou 20 grammes de cet hydrate au maximum furent agités avec 100 cc. d'eau ou de solution saline, puis recueillis rapidement et aussi complètement que possible, sur un filtre de grandeur exactement déterminée et à l'aide d'un cône en platine et d'un robinet de Linnemann. Le liquide filtré fut mesuré. On trouva ainsi que le filtre et l'acide silicique avaient retenu en eau liquide:

	Eau.	Sol. de K_2SO_4
10 gr. d'ac. silicique.	10,1 cc.	10,2 cc.
20 〃 〃 〃	17,0 〃	17,0 〃

On soumit ensuite au même traitement l'acide silicique séché à 100°. Le résultat de cette seconde opération, combiné avec celui de la première, permettait de calculer la diminution de volume que l'eau avait éprouvée par suite de l'hydratation de l'acide silicique:

		Volume du liquide filtré.	Diminution de volume.
20 gr. d'ac. silicique, pesés puis séchés à 100°.......	100 cc. d'eau	72,1 cc.	(100—72,1) —17 = 10,9 cc.
20 gr. d'ac. silicique, idem.	100 〃 de sol. K_2SO_4	72,5 〃	(100—72,5) —17 = 10,5 〃
10 gr. d'ac. silicique, idem.	100 〃 〃 〃 〃	84,7 〃	(100—84,7)—10,2 = 5,1 〃

La diminution de volume donnée par ces dernières expériences est réellement égale (dans les limites de l'exactitude obtenue) à la quantité d'eau que l'acide silicique perd à 100° et reprend dans un espace saturé de vapeur aqueuse, car cette quantité est de 53,9 %, soit, pour 20 gr. d'acide silicique, 10gr,78, et pour 10 gr. d'acide silicique, 5gr,39 H_2O.

L'acide silicique déshydraté à 100°, puis introduit dans une solution de sulfate de potassium, reprend donc son eau d'hydratation, et la fixe.

En second lieu, si l'absorption est à peu près proportionnelle à la concentration de la solution et à l'eau d'hydratation de l'acide silicique, *l'acide silicique déshydraté à* 100° *doit*, *dans les solutions des acides et des sels en question*, *s'hydrater en absorbant la solution telle quelle*, et, par conséquent, la concentration

[1]) L'acide est alors encore parfaitement sec et sans aucune adhérence. Avec une teneur de 57,2 % H_2O, il est déjà humide au toucher et renferme par conséquent de l'eau liquide.

de la solution ne doit éprouver que peu ou point d'altération. C'est ce que l'expérience a confirmé:

Sér. exp. II.

	20 gr. $SiO_2 . \frac{1}{5}(H_2O)$, 100 cc. de sol. de KCl.	10 gr. $SiO_2 . \frac{1}{5}(H_2O)$, 100 cc. de sol. de K_2SO_4.
Force de la solution avant l'exp.	0,2 éq. par cc.	0,498 éq. par cc.
„ „ „ „ après „	0,1985 „ „ „	0,496 „ „ „

Je regarde comme probable que, dans ces phénomènes, une quantité équivalente de molécules d'eau est éliminée par les molécules d'acide et de sel qui sont fixées. Mais il est difficile de vérifier cette présomption; les quantités sont trop petites [1]).

Chez d'autres hydrates d'oxydes nous trouvons, comme cas plus général: 1° que le nombre des molécules d'acide ou de sel enlevées à une solution aqueuse est plus grand que celui qui correspondrait à la partie faiblement unie ou même à la totalité de l'eau d'hydratation de l'oxyde, ainsi qu'à la concentration de la solution; 2° que les différents acides ou sels sont fixés en quantités inégales. Ce cas se prête mieux que le précédent à l'explication générale du phénomène.

Les expériences ont porté sur les hydrates de dioxydes suivants [2]), dont la composition avait été déterminée par des analyses répétées:

---

[1]) Quand 20 gr. d'acide silicique sont traités par 100 cc. d'une solution contenant 1 éq. de sel par cc., l'acide fixe environ 9 éq. de sel. S'il abandonnait en même temps 9 mol. d'eau, cela ne ferait que 0gr,162, ou pas même 0cc,2. Les expériences ci-dessus décrites ne sont pas assez exactes pour permettre de constater une pareille augmentation de volume. Quant à séparer l'acide silicique des solutions, et à l'analyser, cela est impraticable.

[2]) Sur la préparation de ces hydrates et sur leur composition dans des conditions différentes, voir le Mémoire ci-dessus cité (*Arch. Néerl.* XV, p. 321.).

	Composition à la température ordinaire dans l'air humide.	dans l'enceinte sèche.
Acide stannique	$SnO_2 . 3,0 (H_2O)$	$SnO_2 . H_2O$
„ métastannique. . .	$SnO_2 . 2,3 (H_2O)$	$SnO_2 . 0,8 (H_2O)$
„ „ séché à 100°	$SnO_2 . 1,5 (H_2O)$	$SnO_2 . 0,6 (H_2O)$
Hydrate rouge de dioxyde de manganèse	$MnO_2 . 2,5 (H_2O)$	$MnO_2 . 0,8 (H_2O)$
Hydrate noir de dioxyde de manganèse	$MnO_2 . 2,0 (H_2O)$	$MnO_2 . 0,2 (H_2O)$.

II. Acide métastannique.

De tous les dioxydes hydratés sur lesquels j'ai expérimenté, c'est l'acide métastannique qui a été étudié avec le plus de détails.

Il fixe les acides en plus grande proportion que les sels, et, parmi ces derniers, les sulfates en plus grande proportion que les nitrates et les chlorures, à conditions égales.

Sér. exp. III.

100 molécules d'acide métastannique.

	ÉTAT INITIAL de la solution.		ÉTAT FINAL. Quantité d'acide ou de sel fixé.	
	cc. d'eau.	équiv. d'acide ou de sel.	en équival.	p. 100 de la quant. totale.
n°. 1	34	17 HCl	11,5	68 %
„ 2	40	20,6 HCl	12,1	60 „
„ 3	40	20,4 HNO_3	8,3	41 „
„ 4	40	20 H_2SO_4	15	75 „
„ 5	40	20 KCl	1,8	9 „
„ 6	40	20 KNO_3	1,6	8 „
„ 7	40	20 K_2SO_4	3,2	16 „
	100 molécules d'ac. métastannique déshydraté à 100°.			
„ 8	40	20 K_2SO_4	2,5 [1])	12,5 %
„ 9	40	20 H_2SO_4	13 [1])	65 „

[1]) Dans le calcul de ce nombre, on a tenu compte de la circonstance que le volume final de la solution était diminué d'une quantité égale à celle de l'eau d'hydratation que l'acide métastannique reprend, soit 0,7 mol. H_2O.

Les acides et le sulfate de potassium sont fixés en proportion plus grande que celle qui correspondrait à la concentration et à l'eau d'hydratation. C'est ce que montre un calcul très simple. Par exemple, dans l'expérience n° 7 de la Sér. exp. III, on a:

eau d'hydratation: $100 \times 2{,}3 \times 18 = 4{,}14$ grammes.
Si cette eau s'était partagé le sulfate de potassium avec la solution, la concentration finale aurait été:

$$\frac{20}{40 + 4{,}14} = 0{,}453 \text{ éq. } K_2SO_4 \text{ dans 1 cc.},$$

donc, quantité fixée: $20 - (40 \times 0{,}453) = 1{,}88$
Mais, en réalité, il a été fixé 3,2

en plus . . . 1,32.

Lorsque l'acide métastannique a été chauffé à 100,— ce qui lui imprime déjà une modification moléculaire, de sorte que dans l'enceinte humide il ne s'hydrate plus que jusqu'au point $SnO_2 . 1{,}5\ (H_2O)$, — son pouvoir de fixation pour les acides et les sels est devenu plus faible.

Le pouvoir de fixation de l'acide métastannique, contre-balancé par la force dissociante de l'eau, étant ainsi reconnu dépendre de l'état propre de l'acide et de la nature de la substance fixée, il reste à savoir quelle est l'influence exercée sur le phénomène par la force de la solution, c'est-à-dire, pour une même quantité d'acide métastannique, par des quantités variables d'acide ou de sel, et d'eau.

Pour l'acide sulfurique, j'ai fait une série d'expériences (IV. 1—13), dans lesqu'elles variaient tant la force de la solution que sa quantité [1]). L'acide métastannique employé dans ces expé-

[1]) Les quantités d'acide métastannique ont varié dans ces expériences de 4 à 18,6 gr. Les résultats sont tous calculés pour 100 mol. (= 18,6 gr.) d'acide métastannique, attendu que des expériences de contrôle avaient appris que les quantités d'acide fixé sont proportionnelles aux différentes quantités absolues d'acide métastannique, lorsque le rapport entre l'acide métastannique, l'eau et l'acide sulfurique est maintenu constant. Dans ce cas, la force finale de la solution est la même.

riences-ci contenait 18,97 °/₀ d'eau d'hydratation (correspondant à peu près à $SnO_2 . 2H_2O$). La concentration finale de la solution était déterminée exactement par voie de titrage.

Sér. exp. IV.

100 molécules d'acide métastannique.

ÉTAT INITIAL.				ÉTAT FINAL.		
Num. d'ordre.	Mol. SO_3.	cc d'eau.	Force de la solution.	Mol. SO_3 fixées.	Mol. SO_3 en solution.	Force de la solution.
1	10	80	1 mol. SO_3 dans 8 cc d'eau.	$7,0^{8}$	$2,9^{2}$	1 mol. SO_3 dans 27,4 cc d'eau.
2	10	40	" " " " 4 " "	7,4	2,6	" " " " 15,4 " "
3	10	20	" " " " 2 " "	$8,0^{7}$	$1,9^{3}$	" " " " 10,4 " "
4	10	10	" " " " 1 " "	$8,5^{5}$	$1,4^{5}$	" " " " 7,0 " "
5	20	200	" " " " 10 " "	7,5	12,5	" " " " 16,0 " "
6	20	80	" " " " 4 " "	$8,5^{2}$	$11,4^{8}$	" " " " 7,1 " "
7	20	40	" " " " 2 " "	$9,3^{7}$	$10,6^{3}$	" " " " $3,7^{6}$ " "
8	20	20	" " " " 1 " "	$10,3^{6}$	$9,6^{4}$	" " " " $2,0^{7}$ " "
9	20	10	" " " " ½ " "	$11,4^{5}$	$8,5^{5}$	" " " " $1,1^{7}$ " "
10	50	400	" " " " 8 " "	$8,2^{1}$	$41,7^{9}$	" " " " $9,5^{6}$ " "
11	50	50	" " " " 1 " "	11,2	38,8	" " " " $1,2^{9}$ " "
12	50^{64}	20	" " " " 0,4 " "	$15,0^{9}$	$35,5^{5}$	" " " " $0,5^{6}$ " "
13	50^{44}	10	" " " " 0,2 " "	$16,6^{8}$	$33,7^{6}$	" " " " $0,2^{96}$ " "
14	45^{16}	200	" " " " 4,43 " "	$9,0^{4}$	$36,1^{2}$	" " " " $5,5^{2}$ " "
15	29	180	" " " " 6,21 " "	$8,2^{4}$	$20,7^{6}$	" " " " $8,6^{8}$ " "

Si, dans ces expériences, l'état final répond à l'équilibre entre les attractions antagonistes de l'acide métastannique et de l'eau sur l'acide sulfurique, il doit exister, entre la quantité d'acide fixée dans les diverses expériences et la force finale de la solution, une relation qui se laisse représenter par une courbe.

Cette courbe est l'inférieure tracée sur la Pl. VIII. Les ordonnées sont les quantités d'acide sulfurique fixées par 100 mol. d'acide métastannique, les abscisses expriment la force finale de la solution (x cc. d'eau pour 1 mol. d'acide sulfurique).

Voici comment, à mon avis, on doit se représenter l'action chimique qui se produit dans ces circonstances:

Lorsque le dioxyde hydraté solide est introduit dans la solution, ses agrégats moléculaires viennent peu à peu dans une relation telle avec l'acide sulfurique, qu'ils peuvent en fixer une molécule (probablement en échange d'une molécule d'eau d'hydratation) [1]. Ensuite, il est possible qu'un agrégat moléculaire de l'hydrate, après avoir déjà fixé de l'acide sulfurique, réagisse à son tour sur des molécules d'eau, de manière que de l'acide sulfurique soit de nouveau abandonné à celles-ci. *L'équilibre s'établira quand ces actions opposées auront, dans des intervalles de temps égaux, la même valeur.* L'état de repos n'existera pas.

Il suit immédiatement de ces considérations, que la quantité de substance fixée (l'acide sulfurique dans le cas actuel) doit dépendre non seulement de la grandeur des différentes attractions (dioxyde d'étain et eau, hydrate de dioxyde d'étain et acide sulfurique, eau et acide sulfurique), mais aussi de la force initiale de la solution. Aussitôt que celle-ci est plus concentrée, la rencontre d'une molécule de dioxyde hydraté solide avec une molécule d'acide (ou de sel), dans des conditions telles qu'une combinaison puisse se produire, devient plus fréquente et par conséquent influe davantage sur le résultat. Quand l'état d'équilibre est atteint, il y a donc plus d'acide fixé. Mais comme la seconde action, opposée à la première, ne cesse jamais, — c'est-à-dire, comme il y a toujours des molécules arrivant à un état où l'eau reprend de l'acide sulfurique, — il est théoriquement impossible que tout l'acide (ou le sel) soit enlevé à la solution par l'oxyde hydraté solide. Aussi voit-on, sur le tracé graphique, qu'une des branches de la courbe a l'axe des ordonnées pour asymptote. Réciproquement, même en cas de dilution extrême, un peu d'acide sulfurique est encore fixé: l'autre branche de la courbe se rapproche asymptotiquement de l'axe des abscisses.

---

[1]) De quelle nature est cette relation, c'est ce qu'on ne saurait dire. Il faut admettre, toutefois, que les molécules ne sont propres à entrer en combinaison que dans des états déterminés d'énergie potentielle et actuelle, états qui peuvent varier d'un moment à l'autre dans le milieu liquide (Comp. Guldberg et Waage, *Journ. f. pr. Chem.*, Neue Folge, XIX, p. 77.

Si cette interprétation est exacte, l'expérience doit confirmer les conséquences suivantes:

1°. Lorsqu'on opère avec la même quantité d'acide métastannique, mais avec un liquide dont on fait varier la quantité et le degré de concentration, et que, malgré cette inégalité des conditions initiales, une même quantité d'acide sulfurique se trouve fixée, les solutions doivent présenter le même état final. Cette déduction s'est vérifiée dans les expériences 4 et 6.

Si la force finale de la solution ne diffère que peu d'un cas à l'autre, il doit en être de même pour la quantité d'acide fixé, comme le montrent effectivement les expériences 2 et 5, 3 et 10, 9 et 11.

2°. Quand la force initiale de la solution augmente, les autres conditions restant les mêmes, la quantité d'acide fixé doit augmenter dans un rapport plus faible que la force de la solution. C'est ce qu'on constate dans toutes les expériences.

3°. Dès que l'état final est atteint dans une expérience, il faut que l'équilibre ne soit pas troublé par l'addition d'une nouvelle quantité de liquide, pourvu que celui-ci soit au même degré de concentration que dans l'état final. L'expérience suivante a confirmé cette conclusion:

ÉTAT INITIAL.	ÉTAT FINAL [1]).
100 mol. d'acide métastannique	fixé: 7,4 mol. SO_3;
10 mol. d'acide sulfurique	en solution: 1 mol.
40 cc. d'eau.	SO_3 sur 15,4 cc.

Pour l'analyse, il avait été prélevé 20 cc. du liquide éclairci. On ajouta alors 80 cc. de liquide de la force finale, puis l'expérience fut recommencée de la manière ordinaire:

trouvé en solution: 1 mol. SO_3 sur 15,5 cc.

" cinq jours plus tard: 1 mol. SO_3 sur 15,6 cc.

Les petites différences restent dans les limites des erreurs d'expérimentation.

[1]) Conforme à celui de l'expérience 2 de la Série IV.

4°. Lorsque la quantité de la solution augmente, la concentration restant la même dans l'état initial, il doit se fixer plus d'acide. Car, à mesure que la quantité devient plus grande, la force finale de la solution peut aussi être plus grande. Il est facile de voir, toutefois, que l'emploi de volumes plus grands de liquide ne doit produire qu'un accroissement relativement faible de la quantité d'acide fixé.

Ces résultats sont mis en évidence par la comparaison des expériences n°. 4, 8 et 11 de la Série IV:

ETAT INITIAL.		ETAT FINAL.
Force de la sol. = 1 mol. d'acide sur 1 cc. d'eau.	(n° 4) 10 mol. d'acide, 10 cc. d'eau.	Fixé: 8,52. En solution: 1 mol. SO_3 dans 7,0 cc. d'eau.
	(n° 8) 20 " " 20 " "	" 10,36. " " " " " " 2,07 " "
	(n° 11) 50 " " 50 " "	" 11,2. " " " " " " 1,29 " "

On peut comparer de même n° 2 avec n° 6, ou n° 3 avec n° 7.

Finalement, pour contrôler la courbe, j'en ai choisi deux points (nos 14 et 15), dont j'ai mesuré les ordonnées et les abscisses:

Acide sulfurique fixé	8,9 mol. SO_3	8,3 mol. SO_3
Force de la solution	5,5 cc. d'eau sur 1 mol. SO_3	8,7 cc. d'eau sur 1 mol. SO_3.

En partant de ces valeurs mesurées, deux expériences furent faites.

Les quantités absolues d'acide métastannique et de liquide pouvaient être prises arbitrairement, pourvu seulement que l'acide sulfurique dilué eût la force indiquée, et qu'on y ajoutât autant d'acide sulfurique (SO_3) qu'il devait en être fixé par l'acide métastannique (dans le rapport de 8,9 et 8,3 mol. SO_3 pour 100 mol. d'acide métastannique).

On mit en présence:

4,65 gr. = 25 mol. d'ac. métastannique.	4,65 gr. = 25 mol. d'ac. métastannique.
50 cc. d'eau, contenant 11,315 mol. SO_3 [1]).	45 cc. d'eau, contenant 7,245 mol. SO_3 [2]).

Pour l'état final, rapporté à 100 mol. d'acide métastannique, il fut trouvé:

Fixé:	9,0 mol. SO_3 .	. . 8,24 mol. SO_3
Force de la sol.:	5,52 cc. d'eau sur 1 mol. SO_3	. 8,68 cc. d'eau sur 1 mol. SO_3.

On voit que l'accord était extrêmement satisfaisant. L'état final indiqué par la courbe avait été obtenu.

Une nouvelle série d'expériences (Sér. V) fut exécutée sur une autre portion d'acide métastannique fraîchement préparé, dont la teneur en eau était de 21,6 % (formule: $SnO_2 . 2,3 H_2O$). Cette teneur correspond au maximum d'eau d'hydratation que l'acide fraîchement préparé absorbe, à la température ordinaire, dans un espace saturé de vapeur d'eau.

Dans ces expériences, des quantités égales d'acide métastannique (4gr,785) furent agitées avec de l'acide sulfurique à différents degrés de concentration Le volume de la solution était le même dans la plupart des cas.

Sér. exp. V (voir ci-contre, à la pag. 421).

Au moyen des nombres des colonnes 5 et 7 de ce tableau, on a pu de nouveau construire une courbe, la supérieure sur la Pl. VIII. Elle présente la même forme que la première; l'absorption d'acide sulfurique a toutefois été plus forte. Il est facile d'expliquer pourquoi l'acide métastannique employé dans ces expériences ($SnO_2 . 2,3 H_2O$) possède un plus grand pouvoir d'attraction que le précédent ($SnO_2 . 1,95 H_2O$). Celui-ci avait déjà servi à

---

1) D'après le calcul: $\frac{50}{5,5} + 8.9 \times \frac{25}{100} = 11,315$ mol. SO_3.

2) D'après le calcul: $\frac{45}{8,7} + 8,3 \times \frac{25}{100} = 7,245$ mol. SO_3.

Sér. exp. V.

100 molécules d'acide métastannique.

ÉTAT INITIAL.				ÉTAT FINAL.		
Num. d'ordre.	Mol. SO_3.	cc d'eau.	Force de la solution.	Mol. SO_3 fixées.	Mol. SO_3 en solution.	Force de la solution.
1	9^{6}	37^{6}	1 mol. SO_3 dans 3,9 cc d'eau.	$7,8^{2}$	$1,7^{8}$	1 mol. SO_3 dans 21,5 cc d'eau.
2	14	160	″ ″ ″ ″ 10,1 ″ ″	$7,7^{1}$	$6,2^{9}$	″ ″ ″ ″ 25,4 ″ ″
3	15^{4}	160	″ ″ ″ ″ 10,0 ″ ″	$7,9^{0}$	7,5	″ ″ ″ ″ 21,3 ″ ″
4	19^{4}	160	″ ″ ″ ″ 8,2 ″ ″	$8,5^{2}$	$10,8^{8}$	″ ″ ″ ″ 14,7 ″ ″
5	21^{2}	160	″ ″ ″ ″ 7,5 ″ ″	8,8	12,4	″ ″ ″ ″ 12,9 ″ ″
6	30	160	″ ″ ″ ″ 5,3 ″ ″	$9,5^{6}$	$20,4^{4}$	″ ″ ″ ″ $7,8^{3}$ ″ ″
7	50	160	″ ″ ″ ″ 3,2 ″ ″	$10,6^{9}$	$39,3^{1}$	″ ″ ″ ″ $4,0^{8}$ ″ ″
8	74	160	″ ″ ″ ″ $2,1^{6}$ ″ ″	$11,4^{8}$	$62,5^{2}$	″ ″ ″ ″ $2,5^{6}$ ″ ″
9	100	160	″ ″ ″ ″ $1,6^{0}$ ″ ″	12,4	87,6	″ ″ ″ ″ $1,8^{3}$ ″ ″
10	132	160	″ ″ ″ ″ $1,2^{1}$ ″ ″	13,8	118,2	″ ″ ″ ″ $1,3^{5}$ ″ ″
11	188	160	″ ″ ″ ″ $0,8^{5}$ ″ ″	15,0	173,0	″ ″ ″ ″ $0,9^{3}$ ″ ″
12	380	160	″ ″ ″ ″ $0,44^{7}$ ″ ″	18,1	361,9	″ ″ ″ ″ $0,4^{4}$ ″ ″
13	600	160	″ ″ ″ ″ $0,26^{6}$ ″ ″	20,9	579,1	″ ″ ″ ″ $0,27^{6}$ ″ ″
14	1000	200	″ ″ ″ ″ $0,20^{0}$ ″ ″	24,0	976,0	″ ″ ″ ″ $0,20^{5}$ ″ ″

des expériences antérieures et avait par suite été lavé et séché de nouveau; dans ces opérations, il avait dû éprouver déjà une légère altération de sa constitution moléculaire, car il ne s'hydrata plus que jusqu'à 19 % H_2O. Je rappelle que l'acide métastannique fraîchement préparé et devenu sec à la température ordinaire possède la teneur maximum de 21,6 % H_2O ($SnO_2 . 2,3 H_2O$), mais que dans l'enceinte sèche il ne retient que 8,76 % ($SnO_2 . 0,8 H_2O$), et qu'alors, replacé dans l'enceinte humide (ou traité par l'eau), il ne s'hydrate plus au-delà de $SnO_2 . 1,6 H_2O$ (le tout à la température ordinaire). Dans ce dernier cas, l'acide a perdu encore plus de son pouvoir d'attraction, et il en est de même de l'acide séché à 100° (SnO_2 $0,6 H_2O$), qui dans l'eau ou dans l'espace humide s'hydrate jusqu'à $SnO_2 . 1,5 H_2O$. Le point P sur la Pl. VIII appartient à l'expérience 9 de la Série III, page 414. On voit clairement ici combien le pouvoir d'attraction des oxydes hydratés amorphes, tels que

l'acide métastannique, sur les acides, les sels, etc., dépend de leur constitution moléculaire.

Il devient manifeste aussi que la proportionnalité trouvée pour l'acide silicique ne pouvait être qu'approchée, et ne pouvait subsister qu'entre certaines limites de concentration des solutions. Si on construit les courbes correspondant aux absorptions exercées par l'acide silicique dans les expériences ci-dessus rapportées, ces courbes montrent, sur une certaine étendue seulement, une forme presque rectiligne et une ascension presque régulière.

A mesure que dans nos expériences la quantité d'eau diminue et la quantité d'acide sulfurique augmente, l'acide métastannique peut fixer plus d'acide sulfurique. Dans l'expérience 14 (Série V) on a déjà réalisé une teneur d'environ 1 mol. d'acide sulfurique sur 4 mol. de dioxyde d'étain. Une combinaison bien définie, un sulfate stannique normal, n'a pas encore, que je sache, été obtenue et analysée. Même avec un excès d'acide sulfurique concentré ($SO_3 . H_2O$), il ne doit se produire qu'une combinaison en état de dissociation.

J'ai mêlé environ 1 gramme d'acide métastannique avec une quantité telle d'acide sulfurique (étendu) exactement titré, que sur 1 mol. SnO_2 il y eût 2 mol. SO_3, puis ce mélange a été évaporé à une température inférieure à 100° (au-dessus de 100° l'acide sulfurique a déjà une faible tension de vapeur). Lorsque, après un temps assez long, la masse fut devenue entièrement solide, l'augmentation de poids correspondait à peu près à la formation de $SnO_2 . 2(SO_3) . 3(H_2O)$.

Ce composé est extrêmement hygroscopique, et, naturellement, l'eau attirée le décompose en partie. Chauffé à des températures croissantes, chaque fois pendant plusieurs heures (4 au moins), il éprouva une décomposition progressive. A aucun point la dissociation ne s'arrêta entièrement, mais à certaines températures elle était beaucoup plus forte. On la trouva

faible à . . . . 100—130°
plus forte à . . . . 140—160°
très faible „ . . . . 160—220°

forte à . . . . 250—260°
faible „ . . . . 260—320°.

Une légère chaleur rouge réduisit la teneur en acide sulfurique à $\frac{1}{4}$ de molécule tout au plus. A une chaleur rouge plus forte, il ne resta plus qu'une très petite quantité d'acide sulfurique (moins de 0,1 mol.), et la masse prit la couleur jaune de l'oxyde stannique calciné.

Comme, au-dessous de 250°, des traces seulement d'acide sulfurique sont expulsées, la perte de poids a permis de calculer:

que la proportion d'eau d'hydratation s'élevait, à 250°, au moins à 1 mol. H_2O,

et que la proportion d'acide sulfurique s'élevait, à 315°, au plus à 1,5 mol. SO_3.

Je dis „au plus'', parce qu'à 315° une petite quantité d'eau a pu être encore retenue.

Les dernières traces d'acide sulfurique ne sont pas chassées même à une forte chaleur rouge et sous l'influence d'un courant d'air; ainsi, par exemple, dans une de mes expériences, il resta 0,02 mol. d'acide sulfurique, que l'eau ne parvint pas à extraire et que l'acide nitrique étendu n'enleva qu'en partie [1]).

Pour produire et isoler une combinaison d'oxyde stannique et de trioxyde de soufre qui soit durable entre certaines limites de température et à l'air, il n'est pas douteux qu'on devra trouver des conditions dans lesquelles l'action de l'eau soit éliminée, et où il s'établisse entre les deux corps un équilibre si stable (autrement dit, une combinaison si fortement constituée) que le composé ne se dissocie plus sous l'influence de l'eau absorbée à l'air, ou sous celle de la chaleur dans les limites en question. C'est ainsi, par exemple, que la combinaison du

[1]) Le phénomène se présente de nouveau ici, comme lors de l'application progressive de la chaleur aux hydrates (de SnO_2, SiO_2, MnO_2, TiO_2), que de petites quantités de SO_3 ou de H_2O sont retenues par des quantités beaucoup plus grandes d'oxyde. Selon toute apparence, il y a alors en jeu une polymérisation croissante de l'oxyde, par suite de laquelle la fixation de l'eau ou de l'acide sulfurique devient de plus en plus énergique.

tétroxyde de vanadium avec l'acide sulfurique, qui est généralement très décomposable, se laisse mieux séparer et est devenue capable d'une certaine résistance lorsqu'elle a été bouillie pendant longtemps dans le liquide chargé d'acide sulfurique.

III. Acide stannique.

L'acide stannique a été préparé au moyen du tétrachlorure d'étain dissous dans beaucoup d'eau à l'aide du carbonate de chaux, en ayant soin que la liqueur conservât toujours une réaction acide. Le lavage fut continué jusqu'à disparition presque complète du chlore et du calcium. La matière obtenue se dissolvait totalement dans l'acide chlorhydrique concentré.

Les expériences suivantes montrent suffisamment que l'acide stannique se comporte comme l'acide métastannique et que la même explication lui est applicable.

Sér. exp. VI.

100 mol. d'acide stannique (environ $SnO_2 . 3 H_2 O$) furent traitées par l'acide sulfurique étendu et par des solutions de sulfate de potassium et de chlorure de potassium.

Num.	ÉTAT INITIAL.			ÉTAT FINAL.	
		cc. d'eau	Force de la solution.	Equiv. fixés.	Force de la solution.
1	Eq. SO_3 20	40	1 éq. sur 2cc. d'eau	16 éq. SO_3 = 80 %	1 éq. SO_3 sur 10cc. d'eau
2	„ 40	80	Id.	19 „ „ = 49 „	„ „ „ „ 3,9 „ „
3	„ 200	400	Id.	23 „ „ = 11,5 „	„ „ „ „ 2,25 „ „
4	Eq. K_2SO_4 40	80	Id.	4,8 „ K_2SO_4 = 12 „	„ „ K_2SO_4 „ 2,27 „ „
5	Eq. K Cl. 60	120	Id.	2,1 „ K Cl = 3,5 „	„ „ K Cl „ 2,07 „ „

L'acide est attiré plus fortement que les sels, le sulfate plus fortement que le chlorure.

Ainsi qu'on pouvait le prévoir d'après le chiffre plus élevé de son eau d'hydratation et d'après sa consistance plus lâche, l'acide stannique absorbe, dans les mêmes conditions, plus d'acide sulfurique que l'acide métastannique. On peut comparer, à cet égard, n°. 2. IV avec n°. 1. V et n°. 6. IV avec n°. 2. V.

IV. Hydrate de dioxyde de manganèse.

Mes expériences ont porté sur les deux modifications décrites précédemment [1]).

Toutes les deux contenaient encore une petite quantité, environ $\frac{1}{10}$ de mol., d'oxydule de manganèse uni très fortement. L'hydrate rouge (préparé par la méthode de Frémy [2]) est de consistance beaucoup plus légère que l'hydrate noir (séparé par le chlore d'une solution de sel d'oxydule, puis digéré dans l'acide nitrique étendu).

Sér. exp. VII.

100 mol. d'hydrate de dioxyde de manganèse.

Num.	ETAT INITIAL.			ETAT FINAL.		
				Hydrate rouge.		Hydrate noir.
	Eq. SO_3	cc. d'eau.	Force de la solution.	Eq. SO_3 fixés.	Force de la sol.	Eq. SO_3 fixés.
1	20	40	1 éq. SO_3 sur 2 cc. d'eau.	7,9	1 éq. SO_3 sur 3,3 cc.	2,3
2	40	200	" " " " 5 " "	6,2	" " " " 5,9 "	

La modification rouge fixe l'acide sulfurique avec beaucoup plus de force que la modification noire. Cette dernière est aussi unie par un lien si lâche à son eau d'hydratation, que dans l'air

[1]) *Arch. néerl.*, t. XV, p. 333.

[2]) *Comptes rendus*, 1876, t. LXXXII p. 475 et 1231.

de l'appartement, à la température ordinaire, elle n'en retient que ¼ de molécule, bien qu'elle absorbe 2 mol. H_2O dans l'enceinte humide. La modification rouge retient environ 2 mol. d'eau dans l'air de l'appartement, et en prend environ 2,5 mol. dans l'air saturé d'humidité.

M. Frémy (*l. c.*) dit avoir obtenu un sulfate $MnO_2 . 2SO_3$. Dans la préparation de l'hydrate rouge de dioxyde, suivant sa méthode (100 p. de permanganate de potassium, 500 p. d'acide sulfurique et 150 p. d'eau), il se formait, avec dégagement d'oxygène, une solution jaune de peroxyde de manganèse dans l'acide sulfurique en excès. Ce liquide laissait déposer peu à peu des corps noirs, qui contenaient plus ou moins de SO_3, et parmi lesquels il y avait beaucoup de $MnO_2 . SO_3$. C'est au moyen de ce dernier corps, en le traitant par l'acide sulfurique, que M. Frémy a préparé le sel $MnO_2 . 2SO_3$. Les corps en question ne sont sans doute que des combinaisons très instables, plus ou moins dissociées par l'eau; mais, à l'aide du sulfate de manganèse ou du sulfate acide de potassium, M. Fremy a pu obtenir des combinaisons plus solides et de composition plus constante, des sels doubles acides, à l'état cristallin.

Quand les hydrates rouge et noir de dioxyde de manganèse sont traités par les sels alcalins, il se produit un phénomène remarquable. Non seulement *le sel est absorbé en plus grande quantité que l'acide* (bien que ce peroxyde possède, comme on dit, des propriétés basiques), mais *une certaine quantité de sel est décomposée*, *l'alcali étant fixé et l'acide mis en liberté* [1]).

---

[1]) Quelque temps après avoir observé et déterminé cette décomposition, j'ai vu que MM. Alder Wright et Menke l'indiquent, à titre de simple présomption, dans le passage suivant (*Journ. of the Chem. Soc.*, 206, p. 22, janv. 1880): „In presence of certain potassium salts, acetate, nitrate, etc., the precipitate of MnO_4 *appears* to decompose a portion of the salt, setting free the associated acid to a greater or lesser extent". M. Gorgeu mentionne seulement que les solutions des sels alcalins et alcalino-terreux acquièrent une réaction acide au contact de l'hydrate noir de peroxyde, et il ne pense pas que cette réaction doive être attribuée à une trace d'acide retenue par le peroxyde (*Ann. de chim. et de phys.*, t. LXVI, p. 153.

Sér. exp. VIII [1]).

100 molécules d'hydrate de dioxyde de manganèse.

	ETAT INITIAL.			ETAT FINAL.			
				Hydrate rouge.		Hydrate noir.	
				Fixé:		Fixé:	
Num.	Eq. de sel.	cc. d'eau.	Force de la solution.	éq. de sel.	éq. d'alcali.	éq. de sel:	éq. d'alcali.
1	20 K_2SO_4	40	1 éq. de sel sur 2 cc. d'eau	10,8 K_2SO_2 = 54 %	1,0 = 5 %		
2	20 K Cl	40	Id.	$3{,}0^4$ K Cl = 15,2 „	0,5 = 2,5 „	3,3 K_2SO_4	(non déterminé)
3	20 KNO_3	40	Id.	$3{,}5^2$ KNO_3 = 17,5 „	1,7 = 8,5 „		
4	80 K Cl	400	1 éq. de sel sur 5 cc. d'eau	0,9 K Cl = 1 „	3,58 = 4,4 „		

[1]) Il est à peine besoin de dire que les quantités d'alcali fixé ont été obtenues par le calcul, à l'aide des quantités d'acide libre que le titrage avait fait reconnaître dans les liqueurs éclaircies. Ces liqueurs ne contenaient pas d'oxydule de manganèse en solution.

1 éq. K_2SO_4 = ½ mol. K_2SO_4, 1 éq. K Cl = 1 mol. K Cl, etc.

Le sulfate est absorbé en proportion notable, plus grande que celles du chlorure et du nitrate. Quand la dilution augmente, la décomposition du sel alcalin devient relativement plus forte.

Que des sels solidement constitués, tels que les sulfate, chlorure et nitrate alcalins, qui à notre connaissance ne se dissocient pas en solution aqueuse, subissent une décomposition par l'attraction de l'hydrate de dioxyde de manganèse, c'était là un phénomène tout à fait inattendu.

Pour mieux étudier cette action, qui est plus compliquée que celle des oxydes précédents, j'ai exécuté la série d'expériences suivante. Des expériences de contrôle ont en outre fourni la preuve spéciale que, après avoir été agités pendant deux jours, les mélanges avaient atteint l'état final. Les quantités fixées sont données ici en molécules (1 mol. $K_2SO_4 = 174{,}2$ mgr). Avec une grande quantité de solution saline saturée (à 15°), on obtint à peu près: $10(MnO_2).K_2SO_4.x(H_2O)$.

Sér. exp. IX (voir p. 430 et 431).

On peut reconnaître par cette série d'expériences que les lois exposées plus haut sont aussi applicables au cas actuel. Dans deux expériences (nos 17 et 18), où, pour des états initiaux tout à fait différents, la force finale de la solution était la même, les quantités de sel fixé ont aussi été égales. La quantité de sel fixé s'accroît lorsque, dans l'état initial: 1° la quantité de la solution augmente, sa force restant la même, ou 2° la force de la solution augmente, sa quantité restant la même; parce que, dans les deux cas, la force finale de la solution peut rester plus grande. Cette règle souffre toutefois une exception, en ce sens que, dans le premier cas, l'accroissement devient bientôt insignifiant ou même négatif (comparer les nos 3 et 4; 6 et 7; 11 et 12; 13, 14 et 15). Cela serait contraire à l'explication que nous avons donnée, si la décomposition du sulfate ne venait pas compliquer l'action. L'augmentation de la quantité de liquide est favorable à la fixation de la potasse, parce qu'elle occasionne

une plus grande dilution de l'acide sulfurique devenu libre, et par là s'oppose à la reproduction du sel. En comparant les diverses expériences sous le rapport de l'état final du mélange, on voit comment une plus forte absorption de potasse correspond à une proportion plus faible d'acide sulfurique libre (et, en partie, de sulfate acide de potassium) dans la solution. Quand le volume du liquide augmente, la décomposition du sel et concurremment la fixation de la potasse croissent donc, relativement, avec plus de rapidité que l'absorption du sel. La solution de chlorure de potassium donne lieu à la même remarque, comme le montrent les exp. 2 et 4 de la série VIII.

On peut conclure de là que la place que prendrait le sel dans l'hydrate de dioxyde, s'il n'y avait pas de décomposition, est maintenant occupée par la potasse; la quantité de sel ne peut donc plus être augmentée par l'emploi de quantités plus grandes d'un liquide de même force. La comparaison des expériences de la dernière colonne verticale avec celles de l'avant-dernière fait voir que dans celles-ci la limite de l'absorption du sel, pour une solution de même force, était atteinte.

On s'explique maintenant pourquoi l'hydrate de dioxyde de manganèse produit une réaction acide sur le papier de tournesol, ainsi que l'a observé M. Gorgeu.

V. Les hydrates de SiO_2, SnO_2, MnO_2 vis-à-vis de la potasse en solution.

Il s'agissait de savoir si les hydrates en question enlèvent de la potasse à une solution aqueuse, de la même manière qu'ils enlèvent des acides et des sels. L'hydrate de dioxyde de manganèse est celui qui se prête le mieux à cette recherche, parce qu'il ne forme pas de combinaison soluble avec les alcalis, ainsi que cela est le cas pour les autres hydrates.

Sér. exp. IX.

100 molécules d'hydrate r…

	Etat initial.	Etat final.		Etat initial.	Etat final.		Etat init…
	En solution.	Mol. fixées.	Force de la solution. mol. en 100 cc.	En solution.	Mol. fixées.	Force de la solution. mol. en 100 cc.	En solut…
1 mol. $K_2 SO_4$ dans 20 cc. d'eau.				5 mol. K_2SO_4 100 cc.	(No 1.) 2,64 $K_2 SO_4$ 0,27 $K_2 O$	2,09 $K_2 SO_4$ 0,27 SO_3	10 mol. K_2… 200 cc.
1 mol. $K_2 SO_4$ dans 10 cc. d'eau.				10 mol K_2SO_4 100 cc.	(No. 5). 4,19 $K_2 SO_4$ 0,55 $K_2 O$	5,26 $K_2 SO_4$ 0,55 SO_3	
1 mol. $K_2 SO_4$ dans 4 cc. d'eau.	14 mol.K_2SO_4 56^3 cc.	(No. 8.) 6,4 $K_2 SO_4$ 0,6 KO_2	12,44 K_2SO_4 1,06 SO_3	25 mol. K_2SO_4 100 cc.	(No. 9.) 7,07 $K_2 SO_4$ 0,78 $K_2 SO_4$	17,15 K_2SO_4 0,78 SO_3	50 mol.K… 200 cc.
1 mol. $K_2 SO_4$ dans 2 cc. d'eau.							100 mol.K… 200 cc.
Solution saturée de $K_2 SO_4$.	8,7 mol. K_2SO_4 34,9 cc.	(No. 17.) 5,15 $K_2 SO_4$ 0,45 K_2O	8,87 K_2SO_4 1,29 SO_3	$18,4^2$ mol. K_2SO_2 150 cc.	(No. 18.) 5,13 $K_2 SO_4$ 0,79 $K_2 O$	8,83 $K_2 SO_4$ 0,53 SO_3	

xyde de manganèse.

Etat final.		Etat initial.	Etat final.		Etat initial.	Etat final.	
ées.	Force de la solution. mol. en 100 cc.	En solution.	Mol. fixées.	Force de la solution. mol. en 100 cc.	En solution.	Mol. fixées.	Force de la solution. mol. en 100 cc.
2.)			(No. 3.)			(No. 4.)	
SO_4	$3{,}16\ K_2SO_4$	15 mol. K_2SO_4	$3{,}40\ K_2SO_4$	$3{,}49\ K_2SO_4$	20 mol. K_2SO_4	$3{,}21\ K_2SO_4$	$3{,}89\ K_2SO_4$
O	$0{,}32\ SO_3$	300 cc.	$1{,}11\ K_2O$	$0{,}37\ SO_3$	400 cc.	$1{,}22\ K_2O$	$0{,}30^5\ SO_3$
			(No. 6.)			(No. 7.)	
		30 mol. K_2SO_4	$4{,}74\ K_2SO_4$	$7{,}96\ K_2SO_4$	40 mol. K_2SO_4	$4{,}81\ K_2SO_4$	$8{,}44\ K_2SO_4$
		300 cc.	$1{,}36\ K_2O$	$0{,}45\ SO_3$	400 cc.	$1{,}43\ K_2O$	$0{,}35^7\ SO_3$
0.)			(No. 11.)			(No. 12.)	
SO_4	$20{,}60\ K_2SO_4$	75 mol. K_2SO_4	$7{,}80\ K_2SO_4$	$21{,}83\ K_2SO_4$	100 mol. K_2SO_4	$7{,}81\ K_2SO_4$	$22{,}74\ K_2SO_4$
O	$0{,}57\ SO_3$	300 cc.	$1{,}52\ K_2O$	$0{,}50^7\ SO_3$	400 cc.	$1{,}64\ K_2O$	$0{,}41\ SO_3$
3.)			(No. 14.)			(No. 15.)	
SO_4	$44{,}55\ K_2SO_4$	150 mol. K_2SO_4	$9{,}35\ K_2SO_4$	$46{,}30\ K_2SO_4$	274 mol. K_2SO_4	$9{,}01\ K_2SO_4$	$52{,}56\ K_2SO_4$
KO	$0{,}62\ SO_3$	300 cc.	$1{,}75\ K_2O$	$0{,}58\ SO_3$	500 cc.	$2{,}17\ K_2O$	$0{,}43^4\ SO_3$
						(No. 16.)	
					302 mol. K_2SO_4	$10{,}47\ K_2SO_4$	$57{,}9\ K_2SO_4$
					500 cc.	$2{,}29\ K_2O$	$0{,}45^8\ SO_3$

Sér. exp. X.

100 molécules d'hydrate de dioxyde de manganèse.

ETAT INITIAL.				ETAT FINAL.			
				Hydrate rouge.		Hydrate noir.	
Num.	Eq. de potasse.	cc. d'eau.	Force de la solution.	Potasse fixée, en éq. (K O H).	Force de la solution.	Potasse fixée, en éq.	Force de la solution.
1	20	200	1 éq. de pot. en 10 cc. d'eau	au bout de plusieurs jours l'hydrate ne s'est pas encore déposé.			
2	45	200	1 „ „ „ „ 4,4 „ „	29,6 = 68 %	1 éq. K en 1,3 cc.	3,5 = 6,8 %	1 éq. K en 4,8 cc.
3	100	200	1 „ „ „ „ 2 „ „	37,2 = 37 „	1 „ „ „ 3,2 „		
4	200	200	1 „ „ „ „ 1 „ „	40,2 = 20 „	1 „ „ „ 1,25 „		
5	2960	200	1 „ „ „ „ 0,067 „ „	±65 [1]) = 2,2 „	1 „ „ „ 0,069 „		

[1]) Ce nombre a été calculé en admettant que l'hydrate de dioxyde de manganèse a cédé à la solution alcaline, très concentrée, une quantité d'eau équivalente à la quantité de potasse absorbée. Si l'on suppose qu'il n'y a pas eu d'eau cédée, l'absorption s'élève à 73,6 éq. K. Le nombre donné est donc un peu incertain.

Il ressort de ces nombres que dans une solution aqueuse de potasse, de faible concentration, 2 mol. K O H sont déjà fixées par 5 mol. d'hydrate de dioxyde de manganèse (exp. n°. 4), mais que, dans une solution très concentrée, la combinaison $MnO_2 . KOH . xH_2O$ n'est pas encore atteinte (exp. n°. 5).

Pour obtenir une combinaison plus normale, il serait de nouveau nécessaire de pouvoir éliminer, totalement ou en grande partie, l'action de l'eau.

L'hydrate noir possède un pouvoir d'absorption beaucoup plus faible que celui de l'hydrate rouge.

La quantité d'alcali fixé dépend, tout comme celle des acides et des sels, de la concentration de la solution. Dans l'expérience n°. 5, sur 3 mol. d'hydrate de MnO_2 il s'est fixé 2 mol. K O H. Mais on aurait tort d'en conclure la formule

$$3(MnO_2) . K_2O . xH_2O$$

et de prétendre que telle est la combinaison formée. La constitution du composé potassique auquel donnent lieu MnO_2, K_2O et H_2O reste inconnue. De même que pour les composés analogues obtenus avec les acides et les sels, on peut seulement dire que, sur chaque 3 mol. d'hydrate de dioxyde de manganèse, il y a en combinaison 1 mol. K_2O. Si, par exemple, la combinaison formée avait la composition

$$MnO_2 . K_2O . H_2O,$$

il y aurait, dans les conditions de l'expérience n°. 5, pour chaque 3 mol. MnO_2, une molécule de la combinaison potassique et 2 molécules d'hydrate, bien que la solution contienne encore un grand nombre de molécules de potasse. Si l'on admet, ce qui me paraît le plus probable, que la substance consiste en agrégats de plusieurs molécules MnO_2 avec des quantités variables de molécules d'eau et de potasse, agrégats dans lesquels le nombre des molécules de potasse augmente et celui des molécules d'eau diminue à mesure que la solution contient plus d'alcali, la composition ne correspondra pourtant pas à $3(MnO_2) . K_2O . xH_2O$,

car les différents agrégats de molécules doivent avoir, dans leur état de dissociation, une composition très variable.

Il est facile de comprendre maintenant pourquoi beaucoup de chimistes n'ont pas obtenu de nombres constants dans la préparation des manganites, et pourquoi ils ont cherché en vain à réaliser des combinaisons répondant à des formules simples. Ils avaient entre les mains des produits de dissociation, et, en les lavant avec de l'eau froide ou chaude, il ne faisaient que les dissocier davantage.

Tel est le cas du produit que M. Gorgeu [1]) a obtenu en précipitant par l'acide carbonique une solution de permanganate de potassium, produit qu'il représente par $5(MnO_2).K_2O$, ou de celui qu'il a préparé au moyen des solutions de nitrate de manganèse et de chlorure de chaux, auquel il attribue la formule $5(MnO_2).CaO$. Au sujet de ces formules, comme de toutes les suivantes, on ne doit pas oublier qu'elles ne font que se rapprocher des nombres de l'analyse, et qu'entre les unes et les autres l'accord est rarement satisfaisant. M. Alder Wright [2]), en faisant bouillir l'hydrate de peroxyde avec une solution de potasse, et M. Rammelsberg [3]), en calcinant le manganate de potassium et lavant le résidu, ont obtenu des nombres qui ne s'éloignent pas beaucoup de la formule de M. Gorgeu (M. Alder Wright a trouvé: $21 MnO_2 . 4 K_2O . 19 H_2O$). Par contre, M. Jul. Post [4]), en suivant la méthode de M. Rammelsberg et faisant bouillir le produit avec de l'eau, n'obtint pour la teneur en potasse qu'un peu plus de la moitié du nombre de Rammelsberg. M. Post ne réussit pas à préparer les manganites de Gorgeu (avec la formule $5(MnO_2).MO$); le produit contenait toujours beaucoup moins d'oxyde métallique. Il fait remarquer que toutes les combinaisons du dioxyde de manganèse sont

[1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. LXVI, p. 153 (1862).

[2]) *Journ. of the Chem. Soc.*, 1880, vol. 207.

[3]) *Ber. d. d. Chem. Ges.*, VIII, p. 232.

[4]) *Ber. d. d. Chem. Ges.*, XIII, p. 50 (1880). Voir aussi *ibid.* XII, p. 1454.

très difficiles à laver, et que sous l'action prolongée de grandes quantités d'eau elles continuaient à perdre de l'alcali, de la chaux, etc., de sorte qu'il demeurait incertain si la préparation était déjà suffisamment pure pour l'analyse. Il croit, en conséquence, que „l'union entre la chaux etc. et le dioxyde de manganèse ne saurait être de nature chimique". Le dépôt vaseux de M. Weldon, lavé plus ou moins longtemps, ne lui a pas non plus présenté une composition à laquelle s'adaptât une formule simple, ainsi que l'avait annoncé M. Weldon.

Même la combinaison de MM. Morawski et Stingl [1]), — obtenue, avec la formule $(8\ MnO_2) . K_2O$, en réduisant une solution de permanganate de potassium au moyen de la glycérine, de l'alcool, de l'acide oxalique, etc., — ne paraît pas avoir une composition constante. En effet, MM. Alder Wright et Menke [2]) ont obtenu par cette méthode des produits qui, au lieu de renfermer toujours 8 mol. MnO_2 sur 1 mol. K_2O, en contenaient 12, 17½, 6⅓ molécules.

Tous ces produits ne représentent qu'une combinaison, dissociée à des degrés divers par l'eau, entre le dioxyde de manganèse, la potasse et l'eau. Si, au moment de sa préparation, la combinaison contient beaucoup de potasse, de chaux, etc., l'eau la décompose en proportion plus ou moins notable. Ensuite, les lavages étant prolongés, l'eau dissoudra de moins en moins de potasse, de chaux, etc., parce que la résistance opposée par la combinaison à l'action de l'eau devient de plus en plus forte à mesure que diminue la teneur en potasse. L'énergie de cette résistance dépend aussi de la constitution ou de la modification de l'hydrate de dioxyde de manganèse. Comme le montrent nos expériences, l'hydrate rouge possède un beaucoup plus grand pouvoir de fixation que l'hydrate noir. Les recherches relatives à l'acide métastannique nous ont d'ailleurs appris avec quelle facilité la constitution est modifiée. Obtenus par des traitements

---

[1]) *Journ. f. pr. Ch.* CXVIII. p. 94 (nouv. sér.).

[2]) *Journ. Chem. Soc.* 1880, I, p. 6. — Extrait dans: *Ber. d. d. Ch Ges.,* XIII, p. 425.

si divers, aussi en ce qui concerne la température, les produits dont il vient d'être question ont nécessairement dû être constitués très inégalement et par suite décomposables à des degrés très différents. Si la formule $5(MnO_2).MO$ a été calculée si souvent, cela prouve seulement que, dans les conditions de la préparation, la dissociation ultérieure par l'eau marchait beaucoup plus lentement, une fois que ce rapport était à peu près atteint. La combinaison potassique qui prend naissance par la méthode de M. Morawski et Stingl est déjà capable d'une très grande résistance quand elle a perdu assez de potasse pour correspondre à la formule $8(MnO_2).K_2O.3H_2O$.

Le dépôt vaseux de Weldon, — que ce chimiste regarde comme composé essentiellement de $MnO_2.CaO$ et $(MnO_2)^2.CaO$ [1]), mais qui d'après M. Post contient beaucoup moins de chaux, — n'est sans doute qu'un mélange hydraté de manganites de CaO (élément principal), MnO, MgO, Fe_2O_3, plus ou moins dissociés par l'eau. Il doit même renfermer des combinaisons de l'hydrate de dioxyde de manganèse avec des chlorures et des sulfates, combinaisons résistant encore à l'action de l'eau, ainsi qu'il résulte de mes recherches. Plus on le soumet à des lavages prolongés, plus les manganites sont dissociés [2]). La combinaison qui se rapproche de la formule $MnO_2.CaO.xH_2O$, ou de la formule $MnO_2.2CaO.xH_2O$, ne peut pas prendre naissance ou subsister dans une solution aqueuse, lorsqu'il n'y a pas un excès de chaux.

D'autres oxydes hydratés amorphes, tels que ceux de fer et de chrome, forment avec la potasse des combinaisons qui se comportent vis-à-vis de l'eau d'une manière analogue. M. List [3])

---

[1]) *Jahresbericht* 1869, p. 1031; et 1874, p. 1098.

[2]) M. Lunge (*Chem. News*, 41. p. 1454 et 1537) a obtenu, dans ses analyses du dépôt de Weldon, des nombres qui s'accordent mieux avec la formule primitive. Il pense que M. Post, en lavant avec de très grandes quantités d'eau non dépouillée d'acide carbonique, a enlevé aux manganites une partie de leur base.

[3]) Fresenius, *Zeitschrift f. Anal. Ch.*, t. XVIII, *Ergänzungsheft.*

a décrit un ferrite de soude obtenu en précipitant le chlorure ferrique par une solution de soude, et qui contenait 85,35 °/₀ d'oxyde de fer, c'est-à-dire 1,6 °/₀ de trop pour la formule $2(Fe_2O_3) . Na_2O . xH_2O$. Ce corps n'est aussi, très probablement, qu'un produit partiellement dissocié par l'eau.

Si la constitution du dioxyde de manganèse potassé et des combinaisons analogues est celle d'un hydrate de dioxyde, dans lequel une portion plus ou moins grande de l'eau d'hydratation a été remplacée par une base, il n'est pas surprenant que ces combinaisons présentent les mêmes propriétés que j'ai décrites précédemment comme appartenant aux dioxydes hydratés. En présence de l'acide sulfurique, ou à 100°, elles perdent une partie de leur eau d'hydratation, qu'elles attirent de nouveau dans l'air humide. A l'air ordinaire, elles ne peuvent pas avoir une teneur constante en eau. A la chaleur rouge elles ne peuvent perdre les dernières traces d'eau [1]) que s'il se forme une combinaison anhydre d'oxyde de manganèse et de potasse.

L'acide silicique et l'acide stannique exercent sur une solution de potasse la même action que l'hydrate de dioxyde de manganèse, quand cette solution est très étendue. Comme il peut toutefois se former aussi une combinaison soluble, l'action est en général plus complexe. Sér. exp. XI (voir p. 438).

Dans ces expériences, on obtint à la fois une combinaison insoluble et une combinaison soluble. Un excès d'acide silicique, en présence d'une petite quantité de potasse, la fixait presque complètement. Quand la proportion de potasse était plus grande, de l'acide silicique entrait en dissolution. On aurait tort, toutefois, de conclure des résultats ci-dessus qu'il se forme un sel soluble de la formule constante $4(SiO_2) . 3KOH . x(H_2O)$ ou

[1]) M. J. Post insiste sur la difficulté d'obtenir un point de départ fixe pour l'analyse. Ni sur l'acide sulfurique, ni à 100°, il n'a réussi à déshydrater les corps qu'il avait préparés (*l. c.*, p. 1457).

Sér. exp. XI.

100 molécules d'acide silicique.

ETAT INITIAL.		ETAT FINAL.					
		Non dissous.			Dissous.		
Mol. K O H.	cc. d'eau.	Ac. silicique en cent.	Potasse en cent.	Rapport entre la potasse et l'ac. silicique.	Ac. silicique en cent.	Potasse en cent.	Rapport entre la potasse et l'ac. silicique.
5	66	99,7	92	mol. 1 K O H sur mol. 20 SiO_2	une faible quantité d'acide silicique et de potasse.		
10	66	98,4	88	1 „ „ 11 „			
16,7	66	93,5	71	1 „ „ 7,6 „	6,5	29	mol. 1 K O H sur 1,34 SiO_2
25	66	85,8	54,4	1 „ „ 6,2 „	14,2	45,6	1 „ „ 1,24 „
50	66	50,2	23,3	1 „ „ 5,2 „	49,8	76,7	1 „ „ 1,31 „
72	72	21,2	10	1 „ „ 2,8 „	78,8	90	1 „ „ 1,24 „

$5(SiO_2).4(KOH).x(H_2O)$. Car, en premier lieu, les recherches calorimétriques de M. Thomsen nous ont déjà appris que lorsqu'on mêle des solutions étendues, dans le rapport de 1 mol. d'acide silicique pour 1 mol. de potasse, une petite partie seulement de la potasse est saturée, c'est-à-dire, transformée en une combinaison non dissociée, semblable à celle qu'elle forme avec l'acide sulfurique; même en grand nombre, les molécules d'acide silicique n'ont pas ce pouvoir de saturation complète. En second lieu, j'ai trouvé qu'à mesure que le contact entre l'acide silicique et la potasse se prolonge, il se dissout plus d'acide silicique. Les nombres du tableau ont été obtenus après 1—2 heures d'agitation du mélange. En continuant l'agitation pendant 12 heures, 1 mol. KOH (dissoute dans 1 cc. d'eau) put opérer la dissolution de 2 mol. $SiO_2 . 4H_2O$.

A mon avis, on doit admettre dans une pareille solution l'existence d'agrégats liquides de molécules SiO_2, KOH et H_2O, agrégats dont quelques-uns auraient même une constitution saline très stable et se rapprocheraient des sels alcalins des acides forts.

L'acide stannique, traité par la potasse, donne lieu à une combinaison cristalline (que le microscope montre composée de petites aiguilles). Tant qu'on emploie moins de 1 mol. K_2O pour 16 mol. d'acide stannique, dans 16 cc. d'eau, toute la potasse, à une faible trace près, est absorbée et la substance cristalline prend naissance. Il faut avoir soin de n'ajouter la solution alcaline que par très petites fractions; autrement, il se dissout d'abord de l'acide stannique, qui plus tard se sépare de nouveau entièrement à l'état de coagulum, en ne laissant toutefois qu'une trace de potasse en solution. Lorsque la potasse est en quantité plus grande que 1 mol. K_2O sur 16 mol. SnO_2, de l'acide silicique est maintenu en solution permanente (environ dans le rapport de 8—9 mol. SnO_2 pour 1 mol. K_2O). Avec les proportions:

100 mol. d'ac. stannique — 12 mol. K_2O — 100 cc. d'eau
(1 K_2O sur 8,3 SnO_2)
100 „ „ „ 13 „ „ 600 cc. d'eau
(1 K_2O sur 7,7 SnO_2),
tout fut dissous. L'influence de la quantité d'eau est donc faible, bien que ce liquide doive nécessairement opérer une dissociation du stannate de potassium. Celle-ci est d'ailleurs accusée par le fait que, en cas de dilution plus grande, il faut un peu plus de potasse pour dissoudre complètement une même quantité d'acide stannique.

M. Frémy (de même que M. Moberg et M. Marignac) a préparé des cristaux de $SnO_2 . K_2O . 3H_2O$. Il dit que leur solution peut être saturée aux ¾ par un acide, sans se troubler; il se formerait alors $4(SnO_2) . K_2O$.

M. Weber a pu dissoudre, dans la solution de ces mêmes cristaux, assez d'acide stannique pour que le liquide renfermât $5{,}4(SnO_2).K_2O$ [1]).

Ainsi qu'on l'a vu plus haut, j'ai trouvé que la potasse est capable de dissoudre une beaucoup plus forte proportion d'acide stannique.

L'acide métastannique peut également former, dans une solution de potasse, une combinaison insoluble et une combinaison soluble. Les expériences que j'ai faites à ce sujet ne m'ont pas encore donné de nombres constants. En opérant sur 100 mol. d'acide métastannique dans 100 cc. d'eau, il n'a fallu que 16,6 mol. KOH — c'est-à-dire, environ 1 mol. K_2O sur 12 mol. SnO_2 — pour effectuer la dissolution complète. La combinaison potassique soluble contient donc encore plus d'oxyde d'étain que le stannate potassique soluble [2]). La combinaison insoluble n'était

[1]) Gmelin Kraut, *Handb. d. Anorg. Chemie*, 6e Auflage III, 142.

[2]) M. Weber, en dissolvant de l'acide métastannique dans la potasse, a obtenu $6{,}6(SnO_2) . K_2O . H_2O$ (γ-métastannate potassique de Gmelin-Kraut), par conséquent une teneur en SnO_2 égale à la moitié seulement de celle qui a été trouvée par moi.

M. Frémy, en faisant bouillir l'acide métastannique avec une solution faible

pas cristalline. Le phénomène de la coagulation s'observait dans les mêmes circonstances que pour l'acide stannique.

Les actions sont ici plus compliquées et demandent des recherches beaucoup plus approfondies. Si j'ai communiqué les faits précédents, c'est seulement pour montrer que la combinaison stannico-potassique nous offre un passage entre les combinaisons qui se forment à l'état de dissociation et les combinaisons stables et cristallines, — bien qu'elle prenne naissance de la même manière et dans les mêmes conditions que les premières.

VI. Phénomènes de substitution.

De nombreuses observations ont mis en évidence que les molécules d'acide ou de sel absorbées ou fixées, dans une solution aqueuse, par les hydrates de dioxydes, peuvent céder leur place à des molécules d'autres acides ou d'autres sels. C'est ainsi, par exemple, qu'à l'acide sulfurique fixé par l'hydrate de dioxyde de manganèse peut se substituer en partie le sulfate de potassium :

	traitées par :	fixèrent :
100 molécules d'hydrate rouge de dioxyde de manganèse	215 cc. d'eau contenant 43,8 éq. SO_3	6,6 éq. SO_3

¼ du liquide fut alors décanté pour servir à l'analyse. Au reste on ajouta du sulfate de potassium solide, puis on recommença l'expérience :

Ajouté.	Fixé.	Dissous.
37,4 équiv. K_2SO_4 (solide)	9,91 éq. K_2SO_4	2,155 éq. SO_3

En passant de la première à la seconde expérience, rien n'était

de potasse, a obtenu environ 10 $(SnO_2).K_2O$ (α-sel de Gmelin-Kraut).

Ces sels, de même que les autres sels formés par l'acide métastannique avec la potasse, (β, δ, ε de Gmelin-Kraut), ne sont probablement pas des combinaisons bien définies, mais des mélanges accidentels de combinaisons à l'état de dissociation (Gm. Kr. Band III, 142, 143).

changé dans l'état d'équilibre entre l'acide et l'hydrate de dioxyde de manganèse, puisqu'on n'avait pas ajouté d'eau. Mais l'état d'équilibre devint différent après la dissolution du sulfate de potassium. Tandis qu'environ ¼ de celui-ci était absorbé par le dioxyde, 2,15 éq. d'acide sulfurique fixé étaient de nouveau mis en liberté et venaient augmenter la richesse en acide de la solution. Le sel potassique avait pris en partie la place de l'acide sulfurique auprès des molécules de l'hydrate de dioxyde de manganèse.

De pareils changements dans l'état d'équilibre, qui présentent le caractère d'une substitution, se laissent observer partout. Un hydrate d'acide silicique ($SiO_2 . 4H_2O$) fut digéré avec du chlorure d'aluminium, puis lavé jusqu'à ce que l'eau ne lui enlevât plus de traces sensibles du sel absorbé. Un traitement subséquent par le chlorure de potassium (dont une partie fut fixée) amena immédiatement dans la solution une quantité appréciable de chlorure d'aluminium, décelé aussi par sa réaction acide. De l'acide métastannique, qui avait absorbé une petite quantité d'acide sulfurique et avait été chauffé au-dessus de 200°, ne cédait pas d'acide sulfurique, en quantité appréciable, à l'eau, mais bien à l'acide nitrique étendu.

C'est à la même catégorie de phénomènes que je crois devoir rapporter l'observation de M. Volhard [1]). Lorsqu'à la solution d'un sel d'oxydule de manganèse on ajoute une solution de caméléon minéral, il se forme un précipité d'hydrate de peroxyde de manganèse, qui retient une petite quantité de MnO, raison pour laquelle la méthode de dosage du manganèse, fondée sur cette réaction, manque d'exactitude. Ce MnO peut être éliminé par substitution, à l'aide d'une solution de CaO, ZnO, MgO, BaO, CuO. Si donc, dès le début, la liqueur renferme une quantité suffisante d'un sel d'une de ces bases, celle-ci se portera, au lieu de MnO, sur l'hydrate de peroxyde de manganèse. Selon toute probabilité, c'est le sel lui-même qui est alors fixé, tout comme dans les expériences ci-dessus décrites.

---

[1]) *Annalen der Chemie*, CXCVIII, p. 325.

De la même manière, la potasse se laisse, réciproquement, remplacer par l'oxyde de plomb dans la combinaison $PbO_2.K_2O$ [1]).

Les phénomènes d'absorption auxquels donnent lieu les silicates de la terre végétale doivent être regardés, en grande partie, comme des substitutions de ce genre; c'est un point sur lequel je communiquerai ailleurs de nouvelles recherches.

En général, on peut s'attendre à observer de pareils échanges chez tous les oxydes hydratés qui se sont séparés, d'une solution, à l'état gélatineux (colloïdal). Pour la pratique, il en résulte la notion que des substances qui s'attachent, comme on dit, „opiniâtrement'' à une combinaison, qui ne se laissent pas enlever par des lavages à l'eau, peuvent être éliminées par une solution d'une autre substance. On peut aussi par ce moyen découvrir des impuretés, qui autrement passeraient inaperçues dans l'analyse qualitative. C'est ainsi que, dans un hydrate d'oxyde de chrome bien lavé, une trace de chlorure de calcium, que l'eau était incapable de chasser, a pu être déplacée par une forte solution de sulfate de potassium, dans laquelle sa présence était ensuite facile à constater.

VII. Le pouvoir de déposition dans l'eau.

Il me paraît très probable que la formation de combinaisons semblables à celles qui viennent d'être décrites joue un rôle dans les phénomènes qu'on observe lorsque les substances en question, ou d'autres analogues, se déposent dans l'eau, sous l'influence de petites quantités d'acides, de sels ou d'alcalis.

J'ai préparé par la voie humide les hydrates des dioxydes d'étain, de silicium et de manganèse. Dès qu'ils étaient assez lavés, pour ne plus retenir qu'une petite quantité de sel ou d'acide, — ce qui exige, comme on sait, de très grandes quantités d'eau, — ils ne se déposaient plus qu'avec une excessive lenteur. Dans une masse d'eau suffisante, ils pouvaient rester

---

[1]) Seidel, *Journ. f. pr. Ch.*, XX, p. 200.

suspendus presque indéfiniment. Ils se trouvaient dans un état de division extrême, et la force d'attraction capillaire de l'eau faisait équilibre à la pesanteur. Avec l'hydrate rouge de dioxyde de manganèse, le liquide chargé de particules flottantes offrait exactement l'aspect d'une solution brune. Ces liquides troubles ne s'éclaircissaient pas par la filtration; ils passaient en entier à travers le filtre. Si j'ajoutais à ces liquides une petite quantité d'acide chlorhydrique, d'acide nitrique, d'acide sulfurique ou de leurs sels alcalins, l'état de suspension cessait. Le liquide devenait tout à fait clair. Les particules se déposaient rapidement; elles se laissaient de nouveau séparer par le filtre. En recommençant à les laver, ou en les délayant dans beaucoup d'eau, on les ramenait à leur état antérieur, et elles restaient de nouveau suspendues dans le liquide.

Le même phénomène s'observe, de la manière la plus frappante, avec l'argile grasse [1]). Aussitôt que par le lavage l'argile a été dépouillée, jusqu'à un certain degré, des sels solubles faiblement unis, elle perd pour ainsi dire la faculté de se déposer dans l'eau; si le liquide est en quantité suffisamment grande, elle ne s'en sépare ni par le repos, ni par la filtration. Une couche d'argile qui se trouve dans cet état laisse traverser l'eau avec une lenteur extrême. En ajoutant au liquide laiteux une très petite quantité d'un acide, d'un sel ou d'un alcali, on voit les particules infiniment petites se coaguler en flocons, qui en peu de temps tombent tous au fond du vase, et qu'on peut facilement recueillir sur le filtre. Si on les y lave avec beaucoup d'eau, il vient un moment où ils se divisent de nouveau à l'infini et passent à travers le papier.

Suivant la nature de la substance qui provoque la coagulation et la précipitation, cette substance doit être employée en quantité plus ou moins grande. Dans l'expérience n°. 1 de la série X, 1 équiv. KOH, dissous dans 10 cc. d'eau et mêlé avec 5 mol. d'hydrate de

---

[1]) A ma connaissance, le phénomène du floconnement a été décrit pour la première fois par M. Schlösing, dans les *Comptes rendus*, LXVIII, p. 1438.

dioxyde de manganèse, n'était pas en état de faire cesser la suspension. M. Ad. Mayer [1] a déterminé, pour des solutions aqueuses d'ammoniaque, d'acide phosphorique, de potasse, de sulfate de sodium, d'hydrate de chaux, d'acide sulfurique, la limite de concentration au-dessous de laquelle une terre argileuse fine (privée par l'acide chlorhydrique de ses sels solubles) peut encore rester suspendue dans la solution, et au-dessus de laquelle elle s'y floconne et se dépose. Les nombres extrêmes sont [2]):

ammoniaque . . 2,5 %
acide sulfurique 0,025 % (de même pour l'acide chlorhydrique, l'acide nitrique et leurs sels alcalins).

Puisqu'il a été démontré que lorsque l'argile, l'acide silicique, l'hydrate de dioxyde de manganèse etc. sont traités par des solutions de sels etc., une certaine quantité de ceux-ci entre en combinaison et n'est éliminée que peu à peu sous l'action de grandes quantités d'eau pure, on ne saurait guère contester qu'il existe un rapport entre cette combinaison et le dépôt des matières susdites, si même le premier phénomène n'est la cause principale du second. On pourrait peut-être se représenter les choses de la manière suivante. Les molécules de la matière excessivement divisée se réunissent en agrégats plus grands, à la formation desquels la substance ajoutée prend part. Pour cela, la solution doit avoir un degré déterminé de concentration, parce qu'autrement trop d'agrégats de molécules sont de nouveau décomposés par l'eau et ramenés à l'état de division moléculaire. A mesure que la solution est plus concentrée, un plus grand nombre de molécules de la substance dissoute peuvent entrer dans la composition des agrégats. Si les circonstances sont favorables, il peut même se former une combinaison stable et à

[1]) *Forschungen auf dem Gebiet der Agricultur-Physik, herausg. von* Wollny, t. III, fasc. 2.

[2]) Ces nombres s'appliquent à un mélange de 100 grammes de terre et de 500 cc. de liquide. M. Mayer a provisoirement négligé l'influence du rappor entre les quantités de terre et de liquide.

proportions simples, ayant une densité plus grande, se laissant séparer du liquide sans décomposition, et rentrant plus ou moins dans la catégorie des combinaisons chimiques normales.

VIII.

Les résultats obtenus me paraissent avoir pour signification générale de montrer que les phénomènes de l'adhésion physique ne doivent souvent être regardés que comme un degré de combinaison chimique peu intime. Même si l'on ne voit dans toute action chimique que la réalisation d'un certain équilibre entre des quantités finies de molécules réagissant les unes sur les autres, et qu'on avoue ignorer quelle espèce de réaction doit être appelée chimique, on ne saurait sans doute mieux faire que de rechercher — sans s'inquiéter des définitions courantes — les phénomènes qui paraissent établir un passage entre la formation de combinaisons fortes, en proportions simples, et la formation de combinaisons moléculaires, à liens très lâches. Dans les phénomènes chimiques les plus ordinaires, en effet, on rencontre partout, à côté de l'individualisation de composés fortement constitués, des actions incomplètes, dans lesquelles il ne se produit qu'un équilibre précaire entre des molécules de substances différentes, en proportions très variables.

Lorsque des substances différentes agissent l'une sur l'autre par voie d'attraction, l'équilibre doit finalement dépendre de la nature de chaque substance, de sa masse, de sa température, — bref, de toutes les influences réciproques des systèmes moléculaires doués d'énergies potentielles et actuelles déterminées. S'il n'en résulte qu'un petit nombre de combinaisons fortes, — comme par exemple lorsque l'acide sulfurique étendu est mis en présence d'une solution barytique étendue, — c'est là un cas d'équilibre très particulier, dans lequel l'action de plusieurs facteurs est devenue nulle, ou du moins s'est rapprochée de zéro. Dans la plupart des cas, il se forme à la fois des combinaisons fortes et des combinaisons faibles; de ces dernières, il existe souvent

plusieurs degrés l'un à côté de l'autre, en quantités relatives variables, et généralement à l'état de dissociation. Cela est facile à comprendre si l'on considère que, dans de pareils mélanges, des molécules se font et se défont continuellement, et que l'état d'équilibre est atteint lorsque, dans l'unité de temps, le nombre des molécules nouvellement formées est égal à celui des molécules détruites. Ces vues, que MM. Guldberg et Waage ont développées et étayées par l'expérience dans leur important Mémoire sur l'affinité chimique [1]), me paraissent trouver ici leur application.

Dans un travail antérieur, j'ai montré que les oxydes hydratés dont je me suis servi pour les présentes recherches retiennent très faiblement une grande partie de leur eau d'hydratation, qu'ils perdent déjà à la température ordinaire dans l'air sec, mais qu'ils reprennent à l'air humide. Ils se trouvent donc dans un état de dissociation; des rapports simples entre l'oxyde et l'eau d'hydratation ne se rencontrent point, ou sont très rares; la teneur en eau dépend de la température et du degré d'humidité du milieu. Une certaine fraction de l'eau d'hydratation est d'ailleurs retenue avec beaucoup plus de force. La quantité d'eau d'hydratation et l'intimité de l'union dépendent, en outre, de l'état moléculaire de l'oxyde hydraté (de sa modification), état qui, pour l'acide stannique gélatineux par exemple, est très différent suivant que ce corps a été séché à la température ordinaire, ou chauffé à 100°, ou calciné.

Ce sont aussi des combinaisons de ce genre, affectant l'état de dissociation et constituées en partie plus fortement, en partie plus faiblement, qui se forment, à mon avis, entre les oxydes hydratés et les acides, les sels ou les alcalis. L'hydrate de dioxyde de manganèse enlève à une solution aqueuse du sulfate de potassium, ou de l'acide sulfurique, ou de la potasse, mais les combinaisons qui en résultent sont dans l'état de dissociation, de sorte que les molécules déjà fixées sont incessamment reprises

---

[1]) *Journ. f. pr. Ch.*, t. XIX, p. 69.

par l'eau, tandis que sur d'autres points de nouvelles molécules entrent en combinaison. Ce pouvoir de fixation des oxydes hydratés gélatineux dépend, en une forte mesure, de leur propre état d'équilibre moléculaire. Plus celui-ci est lâche, plus les oxydes possèdent le pouvoir en question; lorsqu'ils ont été amenés à un état plus dense, par exemple sous l'influence de la chaleur, ce pouvoir est considérablement réduit. C'est ce qu'on observe, par exemple, chez les hydrates noir et rouge de dioxyde de manganèse, ainsi que chez l'acide métastannique, suivant qu'ils ont été séchés à la température ordinaire ou à 100°.

La force avec laquelle les molécules de sel, d'acide ou d'alcali sont fixées paraît dépendre aussi de leur quantité, comme on peut le déduire du fait qu'il est si difficile d'éliminer complètement les substances une fois fixées [1]).

Bien que la combinaison du dioxyde de manganèse avec le sulfate de potassium se montre très altérable en présence de l'eau, et ne contienne, dans une solution saturée de sulfate de potassium, que 1 mol. K_2SO_4 sur (environ) 10 mol. de peroxyde, elle est pourtant de la même espèce que les combinaisons de ce dioxyde avec l'acide sulfurique ou avec la potasse. Ces dernières sont comptées parmi les combinaisons chimiques, parce qu'on attribue aux dioxydes d'étain et de manganèse des propriétés acides et basiques. Une combinaison analogue, mais encore plus forte, est, par exemple, le corps $PbO_2 . K_2O . 3H_2O$, que M. Seidel [2]) a obtenu cristallisé, en exposant sur l'acide sulfurique une solution alcaline concentrée de plumbate de potasse

[1]) C'est une observation générale, en chimie analytique, que certaines substances, dites adhérentes, ne peuvent être enlevées par le lavage qu'à l'aide de très grandes quantités d'eau. En se servant d'eau chaude, l'opération est accélérée, parce que, à une température supérieure, la combinaison devient plus faible. Mais c'est par l'emploi d'une solution d'une autre substance qu'on parvient le mieux à chasser la substance fixée. Les corps, au contraire, qui n'exercent pas une attraction du genre de celle que nous considérons, se laissent laver facilement et rapidement, c'est-à-dire, dans le cas en question, séparer du liquide dans lequel ils se sont formés.

[2]) *Journ f. pr. Ch.*, t. XX, p. 201.

(préparé par voie de fusion). Cette combinaison aussi est décomposée par l'eau, et elle ne peut exister dans ce liquide qu'en présence d'un excès de potasse; la potasse peut y être remplacée par d'autres oxydes.

Les carbonates, sulfites, borates, sulfates acides sont constitués encore plus fortement, mais eux aussi sont plus ou moins décomposés par l'eau. Sous ce rapport, il ne paraît y avoir qu'une différence de degré [1]).

Beaucoup de combinaisons peuvent toutefois éprouver une modification par laquelle elles deviennent plus denses et plus capables de résister, où, par conséquent, elles jouissent d'un équilibre plus stable. On n'a qu'à comparer, par exemple, le carbonate de manganèse naturel avec le même sel précipité à l'état gélatineux, ou les silicates zéolithiques amorphes avec ceux qui n'ont pas subi de désagrégation à l'air, etc.

Il est certain que la combinaison chimique est possible entre des molécules de toute espèce. L'hydrate de peroxyde de manganèse, dit M. Frémy, a le caractère d'un acide, d'une base, d'une substance indifférente. Mais, comme il s'unit tout aussi

---

[1]) Dans les ouvrages de Chimie, on trouve souvent la remarque que telle ou telle combinaison n'est pas de nature chimique, parce qu'elle se décompose trop facilement: ainsi, par exemple, le corps cristallin KI_3, qui est décomposé par le dissolvant de l'iode (le sulfure de carbone). A ce compte, une foule de combinaisons, entrées dans l'état de dissociation, devraient être rayées de la liste; par exemple, le carbonate de chaux, à la température où il subit une dissociation partielle. Les expressions: mélanges mécaniques, mélanges solidifiés, mélanges isomorphes etc. ne répondent pas à une notion bien définie, car le mot *mélange* n'a de signification nette que si on le réserve pour exprimer qu'aucune espèce d'action n'a eu lieu entre les particules rapprochées, de sorte que l'énergie totale des masses de molécules (des môles) est restée la même. Dès qu'il y a dissolution, modification de l'état d'agrégation ou de la densité, etc., il est difficile de déterminer, dans ce changement d'équilibre, quel phénomène (par exemple, une polymérisation ou une dissociation) doit déjà être regardé comme une action chimique, en d'autres termes, de décider à quel point a commencé la combinaison ou la décomposition chimique. La décision est d'autant plus difficile, que le rapport entre les molécules qui se sont unies les unes aux autres peut être très compliqué et, de plus, voilé par la dissociation.

bien à des molécules salines, il vaut mieux dire: un équilibre chimique est possible entre les molécules de l'hydrate rouge de peroxyde de manganèse et toute sorte d'autres molécules que nous distinguons, en vertu de certaines considérations, par les noms d'acides, de bases, de sels, etc.

La meilleure preuve qu'une force chimique considérable intervient dans la formation des combinaisons de l'hydrate de peroxyde de manganèse, c'est que ce corps décompose les sulfate, chlorure et nitrate de potassium. En premier lieu, le sel est fixé intégralement, de la même manière qu'il l'est par l'acide métastannique (lequel ne produit pas de décomposition), et de la même manière que sont fixés aussi l'acide sulfurique et la potasse. En second lieu, une petite quantité de sel potassique est décomposée, et la potasse est fixée, conjointement avec les molécules salines, par l'hydrate manganique, effet qui suppose évidemment une attraction très forte. Néanmoins, la potasse n'est pas fixée d'une autre manière que l'acide ou le sel. Ces phénomènes sont donc du même ordre.

Une autre question est de savoir à quelle impulsion première est due la décomposition de sels aussi fortement constitués que K_2SO_4, KCl, KNO_3. De leur dissociation dans une solution aqueuse, jamais aucun indice n'a été observé; ils n'ont pas de réaction acide, et la diffusion ne les décompose pas. Si, malgré cela, on voulait admettre avec les physiciens (comme pour l'explication de l'électrolyse) que dans la solution étendue d'un acide ou d'un sel il existe un petit nombre de molécules dissociées, on comprendrait aisément que la potasse de ces molécules soit fixée par l'hydrate manganique, après quoi une nouvelle dissociation et une nouvelle absorption de potasse pourraient avoir lieu, jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint. D'ailleurs, même si les choses se passent ainsi, l'attraction chimique exercée par l'hydrate de dioxyde de manganèse sur la potasse doit être très notable, et la combinaison formée doit offrir une résistance d'une énergie correspondante; sans cela, l'acide sulfurique, chlorhydrique ou nitrique, libre dans la solution, s'emparerait de nouveau de la potasse.

Dans ces actions, comme en général dans tous les phénomènes

chimiques de combinaison et de décomposition, la cause première, qui les incite et les provoque, reste encore à découvrir. Je rappellerai seulement, à cet égard, la combinaison du chlore et de l'hydrogène à la température ordinaire, laquelle ne s'effectue pas spontanément, mais peut être mise en train par diverses influences qui, quantitativement, sont loin d'être en rapport avec la chaleur dégagée dans la formation de l'acide chlorhydrique.

NOTICE

SUR LE

DÉVELOPPEMENT DU SAC EMBRYONNAIRE

DANS QUELQUES

ANGIOSPERMES,

PAR

M. TREUB et **J. F. A. MELLINK.**

On sait que l'état de nos connaissances sur le sac embryonnaire et son développement a tout à fait changé dans les quatre dernières années. Ce changement est dû à une série de recherches dont l'initiative a été prise par MM. Strasburger et Warming. M. Strasburger a fait plus que cela encore, car c'est à la suite de ses recherches que les opinions ont pu se fixer sur ce qui concerne le développement du sac embryonnaire. Les investigations de M. Fischer et de M. Marshall Ward sont venues ensuite offrir de nouveaux documents. S'il reste quelque chose à désirer, c'est qu'on étende les recherches sur un plus grand nombre de plantes encore, mais surtout qu'on n'aille pas se hasarder trop avant dans des généralisations et des spéculations hypothétiques. La courte notice que nous publions aujourd'hui ne renferme que peu de faits d'un ordre plus ou moins nouveau; faits qui méritent cependant d'être connus, à ce que nous croyons,

ne fût-ce qu'à titre d'exceptions à des schémas crus généraux.

L'historique de la question a été traité à plusieurs reprises, surtout dans les travaux cités ci-dessous [1]), auxquels nous nous permettons de renvoyer. Le présent article n'a pour but que de donner un aperçu succinct de nos propres observations.

Une cellule du nucléus, d'origine sous-épidermique, produit une rangée longitudinale de 2 à 5 cellules. La cellule inférieure de cette rangée s'agrandit et devient sac embryonnaire, les autres sont refoulées vers le haut du nucléus et finissent par disparaître complètement. Voilà, en peu de mots, un des résultats essentiels des récentes recherches sur la genèse du sac embryonnaire des Angiospermes. L'hypothèse d'après laquelle il n'y aurait pas de refoulement des cellules supérieures de la rangée, mais au contraire fusion de deux ou plusieurs de ces cellules, pour former le sac embryonnaire, n'est plus acceptable. Cette hypothèse, séduisante à cause des déductions théoriques qui s'y rattachaient, ébauchée en quelques mots par M. Warming, élaborée et défendue avec talent par M. Vesque, se trouve être mal basée; les observations sur lesquelles elle repose sont loin d'être exemptes d'erreurs.

Nos recherches furent commencées avant la publication du travail de M. Fischer et du dernier article de M. Marshall Ward [2]); aussi avons-nous d'abord voulu nous faire nous-mêmes une idée sur les différences dans les descriptions de M. Strasburger et de M. Vesque. Dans ce but nous avons étudié plusieurs plantes, à commencer par le *Senecio vulgaris*. Nous avons suivi pas à pas le développement du sac embryonnaire dans cette plante, et nous sommes arrivés à des résultats s'accordant entièrement, jusque dans les moindres détails, avec ceux obtenus par M. Strasburger. Pas plus que le Seneçon, d'autres plantes étudiées par nous (*Luffa petola*, *Centradenia grandiflora*, *Anthurium sp.*, *Convallaria majalis*, *Polygonatum vulgare*, *Hyacinthus orientalis*,

[1]) Strasburger, *Gymnospermen und Angiospermen*; Ward, *Quart. Journ. Micr. sc.* jan. 1880; les deux travaux de Vesque, *Annales des sc. natur.*, 6me série; Fischer, *Jenaische Zeitschrift*, Bd. VII, Heft 1, 1880.

[2]) Fischer, *loc. cit.*; Marshall Ward, *Journ. Linnean Society Bot.* Vol. XVII.

Haworthia subfasciata) ne nous ont donné des résultats qui confirment les vues de M. Vesque; ces plantes aussi, dont l'étude a été faite tantôt plus, tantôt moins complètement, entrent dans le cadre établi par M. Strasburger. C'est à dessein que nous passons sous silence des détails peu importants que nos recherches sur ces plantes nous ont fait connaître. Quatre autres plantes méritent que nous nous y arrêtions plus spécialement.

Narcissus Tazetta. Normalement la cellule-mère du sac embryonnaire ne produit que deux cellules-filles, dont la supérieure est refoulée et disparaît; alors le développement ne présente rien de particulièrement intéressant. Mais très souvent nous avons rencontré des cas anomaux, où la cellule-fille supérieure, au lieu de disparaître, prend aussi un développement considérable, s'agrandissant et offrant bientôt plusieurs noyaux cellulaires. Dans ces cas, la cellule-fille inférieure peut tout aussi bien se développer en sac embryonnaire normal que dans les cas entièrement normaux (voir les fig. 6, 7, 8, Pl. IX). Des anomalies de ce genre tendent à faire admettre une plus grande égalité entre les deux cellules-filles de la cellule-mère du sac embryonnaire, ou plutôt à faire considérer la cellule-fille inférieure comme un peu moins privilégiée; un pas de plus dans la voie anomale, et la cellule supérieure aurait produit aussi un sac embryonnaire.

Agraphis patula. Ici encore la cellule-mère du sac embryonnaire ne produit que deux cellules-filles. Mais c'est ici normalement la cellule-fille *supérieure* qui se transforme en sac embryonnaire (voir les fig. 1—5, Pl. IX) [1]). Dans un très jeune état les deux cellules-filles sont de la même grandeur et renferment constamment chacune deux noyaux (fig. 1). Bientôt la cellule supérieure s'accroît et s'étend vers le haut, à chaque extrémité se place un des noyaux, le milieu de la cellule est occupé par une grande vacuole (fig. 2, 3). Ensuite les noyaux se divisent (fig. 4), et cette division se répète, de sorte qu'il y en a quatre en haut et quatre en bas.

---

[1]) Dans le *Pyrethrum balsaminatum*, le développement du sac embryonnaire présente, d'après M. M. Ward, plusieurs points de rapport avec celui de l'*Agraphis patula*. Voir *Journ. Linn. Soc. Bot.* Vol. XVII, p. 532.

Autour de trois des noyaux d'en haut il y a formation de cellules, les synergides et l'œuf (fig. 5); parfois il y a production d'antipodes en bas, mais généralement les noyaux paraissent y rester libres, comme dans le cas de la fig. 5. Pendant ce temps, la cellule-fille inférieure (la „synergide") reste à peu près de la même grandeur, constamment elle présente plus tard quatre noyaux (fig. 3); dans de rares cas on la trouve divisée par une mince cloison verticale (fig. 5). Dans l'ovule adulte la synergide est toujours bien visible; la cloison qui la sépare du sac embryonnaire est considérablement épaissie, comme l'indiquent les figures.

Nos observations sur l'*Agraphis patula* et sur le *Narcissus Tazetta* peuvent servir à expliquer, en partie du moins, plusieurs descriptions de M. Vesque. On commence à pouvoir se rendre compte de quelle manière cet observateur a été induit en erreur. Nous avons peine à croire que l'*Agraphis patula* doive être considéré comme représentant unique d'un autre mode de développement du sac embryonnaire.

Tulipa Gesneriana. Dans cette plante *une grande cellule sous-épidermique du nucléus devient elle-même sac embryonnaire*, sans subir auparavant aucune division. Un coup d'œil jeté sur les fig. 1—9 de la Pl. X suffira à donner une idée du développement que prend cette cellule jusqu'à ce qu'elle renferme quatre nucléus. Dans la fig. 5 on voit que le faisceau de filaments connectifs n'est pas résorbé après la division du noyau; cela explique comment on peut voir très souvent (comme dans les fig. 6 et 7) quatre jeunes noyaux superposés, unis par trois faisceaux de filaments connectifs. Après le stade de la fig. 9, une vacuole commence à se former, et normalement il n'y a *qu'un seul* des noyaux qui reste en haut dans le sac; les trois autres occupent la partie inférieure (fig. 10). Ensuite il y a division de tous les noyaux du sac (fig. 11, 12), de sorte qu'on trouve alors en haut deux noyaux (fig. 13) et en bas deux groupes de trois noyaux. Plus tard les deux noyaux d'en haut se divisent encore une fois, il se forme deux synergides et l'œuf,

tandis que le quatrième nucléus reste, comme d'ordinaire, inactif (fig. 16).

Les deux groupes de trois noyaux qui se trouvent dans le fond du sac embryonnaire peuvent se comporter de différentes manières. Souvent les noyaux du groupe supérieur s'unissent, en présentant ensemble une bande en forme de croissant (fig. 13); d'autres fois cette fusion n'est qu'incomplète (fig. 15, 16); quelquefois les noyaux de ce groupe se divisent encore une fois (fig. 14). Dans le sac embryonnaire adulte tous les noyaux de ce groupe se sont d'ordinaire fusionnés en un grand nucléus (fig. 17), qui peut-être s'unit plus tard au quatrième noyau d'en haut. Les trois noyaux du groupe inférieur se soudent quelquefois; très rarement il se forme des antipodes autour d'eux; le plus souvent ces noyaux restent dans le même état fig. (13—16) et finissent par dégénérer (fig. 17).

Lilium bulbiferum. Comme dans le *Tulipa*, une grande cellule sous-épidermique se transforme directement en sac embryonnaire. Sous d'autres rapports le développement est plus simple; après qu'il s'est formé quatre noyaux, deux vont se placer en haut et les deux autres en bas dans le sac, ce qui n'arrive qu'à titre d'exception chez le *Tulipa.* Après de nouvelles divisions de noyaux, on trouve dans la partie supérieure du sac, outre l'œuf, deux synergides et un noyau libre; dans la partie inférieure, un grand noyau libre et trois antipodes. Quant à des détails, nous ne citerons ici que deux faits: d'abord la formation très fréquente de parois cellulaires autour des synergides (fig. 19), ensuite la disposition radiée du protoplasma autour des noyaux (fig. 19—20); comme dans d'autres cas connus, cette disposition devient très prononcée lorsque les nucléus sont en voie de division (fig. 18).

Octobre 1880.

EXPLICATION DES FIGURES.

Pl. IX.

Agraphis patula.

Fig. 1. Deux cellules-filles renfermant chacune deux noyaux. Gross. 360 diam.

Fig. 2. Jeune sac embryonnaire avec anticline. Gross. 360 diam.

Fig. 3. Partie d'une coupe longitudinale d'un jeune ovule. Gross. 200 diam.

Fig. 4. Jeune sac embryonnaire avec anticline. Gross. 270 diam.

Fig. 5. Sac embryonnaire adulte avec anticline segmentée. Gross. 270 diam.

Narcissus Tazetta.

Fig. 6—8. Développement anomal de la cellule-sœur du sac embryonnaire; le troisième antipode et l'œuf sont cachés par les cellules superposées. Gross. ± 275 diam.

Pl. X.

Tulipa Gesneriana.

Fig. 1, 2. Jeunes sacs embryonnaires Gross. 220 diam.

Fig. 3—17. Sacs embryonnaires dans des stades successifs de développement (voir le texte). Gross. 390 diam.

Lilium bulbiferum.

Fig. 18. Sac embryonnaire avec quatre noyaux en division. Gross. 290 diam.

Fig. 19. Partie supérieure d'un sac embryonnaire. Des parois cellulaires se sont développées autour des synergides. Gross. 660 diam.

Ffg. 20. Partie inférieure du sac embryonnaire de la fig. 19. Gross. 290 diam.

CONTRIBUTIONS

à LA

CONNAISSANCE DE LA RACE HOTTENTOTE,

PAR

J. A. ROORDA SMIT.

I.

Différents voyageurs, qui ont eu l'occasion de comparer les Hottentots et les Chinois, ont trouvé une grande analogie entre ces deux races.

Les premiers qui la remarquèrent furent les anciens colons du Cap, qui donnèrent même à quelques tribus le nom de Hottentots chinois.

En Angleterre, John Barrow appela l'attention sur ce fait singulier [1]).

Lorsque plus tard des coulies chinois arrivèrent au Cap, leur ressemblance avec les Hottentots frappa généralement, et il en résulta même des erreurs assez fréquentes.

Wood parle d'un voyageur qui croyait avoir un domestique hottentot, et qui découvrit seulement au bout de quelque temps que c'était un Chinois [2]).

---

[1]) Barrow, *Voyage to Cochinchina.*

[2]) *Natural History of Man*, p. 241.

Durant mon séjour dans l'Afrique méridionale, j'ai été plus d'une fois témoin de faits semblables. Au Cap, par exemple, j'ai vu un Chinois et un Hottentot servant tous les deux dans le même hôtel; comme ils étaient habillés à peu près de la même façon, nous les confondions à chaque instant, prenant l'Asiatique pour l'Africain et réciproquement. Aux champs diamantifères, j'ai rencontré un cas du même genre.

Pour donner une caractéristique générale des Hottentots, je ne saurais mieux faire que de citer le passage suivant de von Siebold: „La largeur et la rudesse de la figure, la proéminence des pommettes, le développement des mâchoires, la forme écrasée de la racine nasale et les ailes élargies du nez, la grandeur de la bouche, l'épaisseur des lèvres, l'apparente obliquité des yeux, la chevelure raide, abondante, d'un noir brunâtre ou tirant sur le roux, l'épaisseur des sourcils, la rareté de la barbe et enfin un teint couleur de froment, rouge-jaunâtre, les font connaître . . . . etc." [1]).

Je dois seulement faire remarquer, au sujet des cheveux, que chez les Hottentots ils sont crépus et ne couvrent pas la tête uniformément; ils forment des îlots, séparés par des couloirs nus. De plus, en ce qui concerne le teint, l'expression de „brun-jaunâtre" conviendrait mieux, au moins dans certains cas, que celle de „rouge-jaunâtre".

Or, en faisant cette description, von Siebold n'avait pas en vue les Hottentots, mais les Mongols qui habitent la Corée, pays tributaire de la Chine.

M. Carpenter décrit les Hottentots dans les termes suivants: „Thus the face présents the very wide and high cheek-bones, with the oblique eyes and flat nose, of the Northern Asiatics; at the same time that, in the somewhat prominent muzzle and thick lips, it ressembles the countenance of the Negro . . . The hair is woolly, like that of the Negroes, but it grows in small tufts scattered over the surface of the scalp (like a scrubbing-

[1]) Prichard, *Nat. Hist. of Man*, I, p. 232. — *Catalogue du Musée Vrolik*, par Dusseau, p. 32.

brush), instead of covering it uniformly; thus resembling in its comparative scantiness that of the Northern Asiatics" [1]).

Longtemps avant que la Compagnie hollandaise des Indes orientales eût pris possession du Cap, des vaisseaux d'autres nations avaient déjà jeté l'ancre dans la baie de la Table et fait connaissance avec les habitants du pays (1497—1652). Mais les relations de ces voyages, dont le commerce était l'unique but, nous donnent peu de renseignements sur ces habitants.

Les Portugais, qui changèrent le nom primitif „Quai-qua, Khoi-Khoin, Kaminou-qua?" en celui de „Saldanhas", apprirent plus d'une fois à leurs dépens que la population, bien que faible et peu nombreuse, pouvait se défendre et était vindicative (1497 Vasco de Gama, 1510 Francesco d'Almeida, 1516? Emmanuel de Souza).

Les Hollandais et les Anglais eurent un peu moins à s'en plaindre (1598 John Davis, 1601 Compagnie anglaise des Indes orientales et Paul de Corniden, 1608 Maaklof, 1648 Leendert Jansz. et Nic. Proot, Van Riebeek).

Les naturels du Cap reçurent des Hollandais le nom de „Ottentos", devenu plus tard „Hottentots". A l'époque où les Européens firent connaissance avec eux, c'étaient des nomades, qui changeaient continuellement de séjour et vivaient dans des „kraals", dont les huttes étaient faciles à démonter et à dresser ailleurs. Ils connaissaient les métaux, au moins le fer, qu'ils savaient travailler. La connaissance de ce métal ne paraît toutefois pas avoir été très générale, car il était considéré comme un article précieux, bien que les minerais de fer ne soient pas rares au Cap, surtout dans le pays des Namaqua. En 1601, des vaisseaux anglais, appartenant à la Comp. des I. O, achetèrent des moutons et des têtes de gros bétail en échange de petits morceaux de vieux fer.

Leurs armes étaient l'arc et la flèche. Lorsque plus tard ils vinrent en contact avec les Cafres, ils prirent de ceux-ci la „zagaie".

---

[1]) Carpenter, *Physiology*, 5e éd., p. 897.

A l'époque du voyage de Le Vaillant (1781), l'emploi de cette arme était encore très peu répandu chez eux, et les Hottentots qui possédaient déjà des zagaies n'avaient pas encore appris à s'en servir très adroitement. Leurs vêtements consistaient en peaux préparées et plus ou moins ornées. Ils savaient très bien dépiler les peaux.

Une particularité, qu'on trouve aussi chez les Cafres, c'est la forme circulaire de leurs huttes et de leurs camps. Il paraît qu'aucune race sud-africaine ne sait tracer facilement des lignes droites.

La distribution géographique des Hottentots est souvent décrite d'une manière inexacte. A en juger d'après mes propres recherches, ils devaient habiter originairement la partie sud-ouest et ouest-sud du Cap, c'est-à-dire, *uniquement la région littorale.*

Tandis que les Hottentots étaient en possession de la partie occidentale du Cap, les Cafres en occupaient la partie orientale (1500 Cabral). Les naufragés du navire de la Souza atteignirent à l'est (côte orientale) un village *éthiopien*, où ils s'embarquèrent (1515). On ne peut songer ici à une confusion avec des Hottentots, attendu que les marins en question connaissaient parfaitement ces derniers, pour les avoir vus antérieurement. En 1684, une expédition de 39 Boers trouva, dans la partie orientale du Cap, des Cafres, qui n'avaient encore jamais vu de blancs. Il paraît que les Hottentots, en ce temps-là, n'avaient pas connaissance du voisinage des Cafres. C'est probablement vers 1700 qu'ils sont entrés en rapport avec eux. De ces rapports sont nées les races mixtes des Gonaqua et des Gonaquebi. Au moment où Le Vaillant voyageait parmi les Gonaqua (1781), ceux-ci ne paraissaient plus se souvenir de leur vraie origine.

La nature du sol obligeait les Hottentots à se tenir près de la côte méridionale. Plus au nord, ils se seraient heurtés à la grande plaine du Karrou, qui par le manque d'eau et de bons pâturages ne convenait nullement à leur bétail. Aussi, lorsque Le Vaillant visita le Karrou, il n'y trouva pas d'autre population

que des Bosjesmans et des Souzouana. Sous ce dernier nom, il désigne aussi des Bosjesmans, non des Bechuana.

Tandis que les Quaiqua occupaient la partie la plus méridionale du pays, ils confinaient au nord aux Koranna. Le Vaillant trouva encore ceux-ci dans leur station originaire. Mais, vers 1790, ils émigrèrent vers l'intérieur et s'établirent sur le territoire du Transvaal, là où la rivière le Harts se jette dans le Vaal. Le vieux chef Mossou Ryt Taaibosch affirma en 1872 à M. Burgers, qui était alors Président du Transvaal, qu'à l'âge d'environ 14 ans (au moment de cette déclaration il en avait plus de 100) il était parti avec sa tribu, et qu'antérieurement ils avaient habité la côte orientale [1]).

Au nord des Koranna, au N. et au S. du fleuve Orange, demeuraient les Namaqua. Ceux-ci, visités pour la première fois par Van der Stell (1685), paraissent s'être unis à des tribus plus septentrionales (non hottentotes), spécialement aux Damara, de sorte que les représentants actuels de ces derniers descendraient en partie d'eux. Il existe du moins, chez les Damara, une légende d'après laquelle ils auraient pour souche première un père Namaqua et (*horribile dictu!*) une mère guenon. Cette légende, qui m'a été racontée par des chasseurs, est aussi rapportée par Wood [2]).

Les Bosjesmans sont maintenant suffisamment reconnus pour des Hottentots. Toutes les tribus hottentotes paraissent avoir fourni leur contingent à ces pionniers. Néanmoins, il y a lieu de croire qu'outre ces déserteurs ils comprenaient aussi des tribus originelles, et Le Vaillant regarde même celles-ci comme les vrais et purs Hottentots.

Ils pénétrèrent plus loin que tous les autres dans le Karrou. Ce n'étaient pas des nomades, mais ils vivaient exclusivement de la chasse.

C'est probablement à une époque déjà éloignée que les Bosjesmans (Sa-an ou Sa-qua) se sont séparés des autres Hotten-

[1]) *Correspondance between* Thom. Fr. Burgers *and* Sir Henry Barkly.

[2]) Wood, *Nat. Hist. of Man.*

tots. Il étaient craints des tribus plus septentrionales; quant à celles qui vivent plus au sud, elles paraissent ne les connaître que peu ou point.

On lit à leur sujet la curieuse annotation suivante, datée du 24 avril 1654, dans le journal de Van Riebeek, le premier gouverneur de la colonie du Cap: „Aujourd'hui on a trouvé dans la montagne un „*bosmanneken*" mort, ce qu'on nomme à Batavia un orang-outang. Il avait la grandeur d'un petit veau, les bras et les jambes longs et velus, et une couleur gris foncé. Poussés par la faim, nos gens l'ont mangé . ." [1]). Je dois ajouter, à la décharge de Van Riebeek, qu'à ce moment ses relations avec les Hottentots voisins n'étaient guère amicales, de sorte qu'il ne pouvait recevoir d'eux aucun éclaircissement.

Les Bosjesmans ont toujours été repoussés vers l'intérieur du pays. Aujourd'hui on ne les rencontre plus que dans les montagnes du Basutoland et dans les plaines du Kalihari

Jamais les Hottentots n'ont été un peuple puissant. D'après le recensement de 1865, on en comptait 81600 dans la colonie du Cap. En réunissant toutes les tribus, je pense qu'on peut évaluer leur nombre total actuel à 270,000, peut-être à 300,000. Il est possible qu'autrefois ils aient été plus nombreux, mais la différence ne saurait être grande. Ils n'ont jamais eu à souffrir très fortement de guerres ni d'épidémies. En outre, à considérer le climat, la polygamie qui régnait chez eux, etc., les circonstances étaient favorables à leur multiplication.

Je crois avoir toutes raisons d'admettre qu'en 1500 leur nombre était beaucoup moindre qu'aujourd'hui. Ils avaient été incapables, avant l'établissement de la colonie hollandaise, de refouler les animaux féroces, si dangereux pour eux et pour leurs troupeaux. Les lions, par exemple, étaient encore, en 1653, si nombreux sur les bords de la baie de la Table, que van Riebeek écrivait dans son journal: „Cette nuit on aurait dit que les lions voulaient prendre le fort d'assaut" [2]).

---

[1]) Hall, *Manual of South-African Geography. Chron. tables.*

[2]) Ibid.

Bien qu'habitant la côte, ils n'avaient encore, en 1500 et même plus tard, aucune connaissance de la navigation, de sorte qu'ils n'entretenaient pas de communications avec l'île des Phoques (Robben-island), située en face de la baie de la Table.

Les différentes tribus des Hottentots peuvent être divisées en: 1° Quai-qua ou Hottentots proprement dits, 2° Nama-qua, 3° Koranna, Kora ou Kora-qua, 4° Sa-an, Sa-qua ou Bosjesmans, 5° Gonaqua et Gonaquebi, races mixtes provenant du mélange des Cafres et des Hottentots, 6° Griqua, race mixte issue de pères blancs et de mères hottentotes. Des hybrides de Hottentots et de femmes blanches n'ont jamais été observés, que je sache, et probablement n'existent pas.

Les Griqua se réunirent, vers 1780—1790, en tribus, qui abandonnèrent la colonie du Cap, et allèrent s'établir dans le pays formant aujourd'hui le Vrystaat (Etat libre) et dans le Griqua-land West. Plus récemment, aux environs de 1850, beaucoup de Griqua sont retournés vers le littoral, dans la partie appelée Griqua-land East et connue antérieurement sous le nom de Niemandsland (No-mansland).

Toutes les tribus, y compris les Gonaqua et les Griqua, appartiennent par leurs caractères physiques et leur langue à un même groupe naturel.

Sous le rapport de la langue, je dois faire remarquer que l'idiome des Gonaqua est un mélange des idiomes cafre et hottentot, et que la plupart des Griqua parlent le hollandais.

La langue des Bosjesmans est la plus pauvre de toutes; on peut l'appeler un hottentot dégénéré. Le fait s'explique aisément par la manière de vivre très primitive de ces chasseurs-pionniers. Un exemple analogue de dégénérescence de la langue et des caractères physiques peut s'observer aujourd'hui aux confins N.-E. du Transvaal, chez les Cafres-Vaalpens, débris de grandes tribus de Béchuana, qui ont été exterminées par des voisins plus puissants. On pourrait très bien donner à ces Vaalpens le nom de Bosjesmans-béchuana.

Un trait caractéristique des dialectes hottentots est l'emploi

des „clics", dont les Koranna surtout font un usage très fréquent.

Ces dialectes diffèrent essentiellement des dialectes cafres. Souvent, à la vérité, on a cru (particulièrement dans la colonie du Cap) qu'il existait une parenté entre les deux langues, et quelques-uns même considéraient le hottentot comme un idiome cafre modifié. Mais cette opinion est tout à fait erronée. Avant 1500, les Hottentots avaient eu très peu de contacts avec les Cafres, si même ils en avaient eu.

L'origine de l'erreur en question est facile à découvrir. Lorsque les Hottentots entrèrent en rapports avec les Cafres, il en résulta les races mixtes des Gonaqua et des Gonaquebi, qui toutes les deux, surtout la dernière, se répandirent parmi les Cafres- Galeka. Ainsi s'introduisirent dans la langue des Galeka les „clics" et quelques mots hottentots. Mais ces „clics" ne se rencontrent que chez les Cafres qui confinent à la colonie du Cap, et chez les Basuto (en majeure partie Bechuana) qui, vers 1830, se sont constitués en peuple distinct et ont admis parmi eux des Hottentots fugitifs.

Chez les autres Cafres, par exemple chez ceux du Natal et du Zoulouland, on ne trouvait aucune trace des „clics", ni des autres particularités des langues hottentotes. Ils sont également étrangers à la langue des Béchuana établis au nord du Transvaal.

Depuis quelque temps, toutefois, les „clics" paraissent tendre à se propager, surtout dans le midi du Natal.

Comme les Gonaqua se mouvaient aussi parmi les Hottentots, plusieurs mots cafres ont obtenu droit d'existence dans la langue hottentote.

Les Koranna, après leur immigration au Transvaal, se sont fréquemment mêlés avec des tribus béchuana (noires), ce qui a aussi occasionné l'abâtardissement de leur langue.

Dans la colonie du Cap, beaucoup de Hottentots, sinon le plus grand nombre, ne parlent que le hollandais et ne connaissent plus leur langue originelle. Cette langue est encore parlée, seule et exclusivement, par les Bosjesmans et les Namaqua. Mais ceux-ci également ont des contacts de plus en plus fréquents

avec les blancs et avec d'autres races. Dans 50 ans, leur langue aura peut-être entièrement disparu.

J'ai fait quelques recherches sur la question de la distribution des races au Cap, question qui m'intéressait spécialement. L'étude en est rendue assez difficile par les déplacements très multipliés des différentes tribus, et comme en outre je ne disposais que de matériaux incomplets, je ne donne que sous toutes réserves les résultats obtenus.

Ces résultats se laissent résumer ainsi:

1°. La partie centrale des pays du Cap, maintenant connue sous le nom de Karrou, jusqu'au fleuve Orange, de Vrystaat, de Griqualand-West et de Kalihari, était jadis inhabitée et visitée seulement par des Bosjesmans. A partir de 1790 environ, le Vrystaat et le Griqualand-West furent colonisés par des Koranna et des Griqua, et un peu plus tard par des Béchuana (Barolongs, Bawanketsis, etc). Les Koranna et les Griqua venaient de la colonie du Cap (du littoral), en se dirigeant du S. au N.; les Béchuana arrivaient du nord (probablement de la partie septentrionale du Transvaal.

2°. La partie orientale du Cap, au S. des Stormbergen, le long de la côte et à l'E. des Drakenbergen (qui sont la continuation des Stormbergen), était déjà habitée, en 1500, par des Cafres (Cafrerie anglaise, Natal, etc.).

3°. Le Transvaal fut également habité de bonne heure, surtout la partie septentrionale, par des tribus de Béchuana, qui se mouvaient toujours vers le sud (1600?).

4°. Le pays à l'O. du Transvaal, que Livingstone et d'autres ont désigné sous le nom de „Sechele's Country", n'a été colonisé que vers l'an 1824, par des tribus de Béchuana (parmi lesquelles les Makololos, qui plus tard se sont de nouveau portés vers le nord), qui avaient été chassées du Transvaal par les Matabéle de Moselekatsé (Cafres du littoral).

Les Béchuana et les Cafres paraissent être venus de parties plus septentrionales de l'Afrique. Ils présentent une certaine analogie de caractères. Leurs mouvements s'exécutèrent parallèlement

l'un à l'autre, du N. au S., les Cafres marchant le long des côtes, les Béchuana à travers la région centrale. Au S. du Limpopo ils furent séparés par les Drakenbergen, de sorte que les Cafres restèrent à l'E. de cette chaîne de montagnes, et les Béchuana à l'O. Ces races sont toutes les deux noires, et on trouve souvent parmi elles, surtout chez les Béchuana, des types arabes et juifs.

5°. Le Basutoland, qui était jadis entièrement inhabité, n'a été colonisé que de 1820 à 1830, par des tribus de Béchuana, venues surtout du Transvaal, et par un petit nombre de Fetcannets (les Fingoe actuels de la colonie du Cap, qui avant 1820 étaient les Cafres de Natal), de Koranna, de Bosjesmans, etc., etc., que le chef Moshesh réunit en un même peuple, sous le nom de Basuto (1830).

6°. Le pays situé entre les deux fleuves le Limpopo et le Zambèse, au N. du Transvaal, était primitivement occupé par des Béchuana, mais, postérieurement à 1836, il fut envahi par des Cafres, — les Matabèle de Moselekatsé, — qui quittèrent le Transvaal et se dirigèrent, à travers le Sechele's country, d'abord à l'O., plus tard au N., et encore plus tard au N.—E. Dans le pays de Moselekatsé (ou plutôt de son successeur Lo-bengula) quelques missionnaires (Merensky, etc.) cherchent l'Ophir et la Saba de l'Ancien Testament. Mauch y a découvert les grandes ruines de Zimbaye.

Les traces d'industrie humaine que j'ai trouvées moi-même au Transvaal appartiennent à une date assez récente. Telles sont plusieurs anciennes mines de cuivre (à gangue quartzeuse) dans les monts Makhali, chaîne de porphyre quartzeux qui, à environ 6 milles anglais au nord de Prétoria, court de l'E. à l'O. Telles sont encore d'anciennes mines de plomb, que j'ai trouvées dans le district Waterberg, à environ 18 milles anglais au N.-O. du Nylstroom. La galène, riche en argent, y est disséminée dans un filon de quartzite, qui a été exploité très méthodiquement par des travaux à ciel ouvert. Ni les Béchuana ni la population blanche du district ne savaient par qui ni à quelle époque ces

travaux avaient été exécutés. Je présume qu'ils sont dus aux Portugais, qui déjà de très bonne heure avaient pris pied dans l'Afrique australe et se livraient aux opérations commerciales.

La conclusion générale de ces recherches est que les Hottentots n'occupaient pas la partie centrale du Cap. Comme les plaines fertiles du Transvaal et du Vrystaat n'étaient jadis pas habitées, ils auraient pu y vivre tranquillement, tout aussi bien qu'ailleurs, s'ils étaient arrivés au sud par cette voie.

Je suis porté à croire que le sud et l'est des pays du Cap doivent être regardés comme leur séjour originaire.

Nous trouvons donc, au 15e siècle, dans la partie méridionale du Cap, une race *jaune*, comptant 2 à 300,000 individus, limitée au N. par des tribus *noires* (Damara et Ovampo) et par des contrées désertes (Karrou, etc.) et à l'E. également par des tribus noires (Cafres).

II.

Ainsi que je l'ai déjà fait remarquer ci-dessus, les Hottentots ressemblent sous beaucoup de rapports (surtout par la couleur jaune et l'habitus général) à la race mongole. Un examen crâniologique comparatif m'ayant paru propre à élucider cette question, j'ai exécuté différentes mesures sur 5 crânes de Hottentots et 2 crânes de Griqua, que MM. les professeurs Zaayer et Fürbringer avaient bien voulu mettre à ma disposition, et j'en ai comparé les résultats, autant que possible, avec des mesures prises sur des crânes de Chinois. Avant de faire connaître et de discuter ces mesures, je crois devoir donner une description générale des crânes étudiés, qui servira en même temps à expliquer les figures.

Femme Hottentote (musée anatomique de Leyde), Pl. XI, fig. 1 et 2. Orbites un peu quadrilatères, à diamètre le plus long dirigé horizontalement, avec inclinaison de dehors en dedans. Racine du nez large. Nez plat et large, à os propres montant très haut. Le portion faciale de la mâchoire supérieure n'est pas

excavée, mais convexe et bombée. Une suture sous-orbitaire à chaque côté. Dans l'orbite gauche, la lame papyracée est perforée en trois points; les bords de ces trous sont parfaitement lisses. La perforation a eu lieu durant la vie. Il en résulte une communication entre la cavité orbitaire et les cellules ethmoïdales. A ce même côté gauche il y a dans la partie orbitaire de la suture sous-orbitaire une longue ouverture en forme de fente, à bords tout à fait lisses, de sorte qu'il existe aussi une communication entre l'orbite et l'antre d'Highmore. Age présumé: environ 35 ans.

La mâchoire inférieure a conservé toutes ses dents, y compris les dents de sagesse. A la mâchoire supérieure manquent, à droite, les 2 incisives et la canine; à gauche, les deux premières molaires.

Les incisives et canines encore existantes, de même que leurs racines, ont une courbure dont la convexité est tournée en avant. A cette courbure en correspond une pareille de l'apophyse alvéolaire. Les incisives supérieures s'avancent d'environ 1 cm. au-delà des incisives inférieures.

La mâchoire inférieure n'est pas très fortement développée, et les lignes d'insertion musculaire, au crâne, ne sont nulle part très distinctes. Toutes les sutures sont normales, sauf la présence d'une couple de petits os wormiens (environ $1\frac{1}{2}$ mm. de longueur et de largeur) dans la suture lambdoïde gauche et entre la portion écailleuse du temporal et la grande aile du sphénoïde à ce même côté. Bosses pariétales bien développées. La voûte du crâne promine un peu dans la ligne médiane, de sorte que, vu par derrière, le crâne présente une forme plus ou moins pentagonale. Prognathe. Os zygomatiques et arcades zygomatiques proéminents.

Hottentot ♂ (musée anatomique de Leyde). La voûte du crâne, surtout la partie frontale, fait une saillie aiguë dans la ligne médiane. Pas de sutures anomales, sauf un seul os wormien dans la suture lambdoïde, uni à la suture sagittale et appartenant manifestement au pariétal gauche. La face est asymé-

trique, la moitié gauche ayant été comprimée durant la vie. La distance de l'os zygomatique à la ligne médiane est, par conséquent, plus petite à gauche qu'à droite. De même, le trou sous-orbitaire gauche est plus rapproché de la ligne médiane que le trou droit correspondant. Dans le conduit lacrymal gauche une incision a été faite, après la mort, au côté facial. Les orbites sont asymétriques; celle de droite (côté non comprimé) a distinctement une forme quadrangulaire allongée, celle de gauche est plus arrondie, par suite de la compression latérale.

Le côté facial de la mâchoire supérieure est peu excavé. Les incisives et les canines manquent à cette mâchoire. Je n'ai pu constater, dans les alvéoles des dents en question, une courbure convexe en avant, bien que l'apophyse alvéolaire possède une semblable courbure. Les angles de la mâchoire inférieure sont légèrement courbés en dehors. Le trou auditif externe est un peu comprimé d'avant en arrière. Les os nasaux se terminent en pointe vers le haut, la racine du nez est large, le nez large et plat. Synostose des os nasaux. Prognathe. Vu par derrière, le crâne est un peu oblique et moins développé au côté gauche comprimé. Bosses pariétales distinctes, mais moins fortement développées que dans le crâne précédent. Au côté non comprimé, la pommette et l'arcade zygomatique sont très saillantes. Age présumé: 45 à 50 ans.

Hans Vigilant, *Bosjesman* n°. 146 Vrolik. Pl. XI, fig. 3 et 4. Les crânes du musée Vrolik sont décrits dans l'excellent catalogue de Dusseau. Je n'ai que peu de chose à ajouter à cette description.

Les fig. 3 et 4 montrent que les angles de la mâchoire inférieure sont fortement recourbés en dehors. Le trou auditif externe est distinctement comprimé d'avant en arrière. Pas de sutures anomales, sauf un os wormien dans la suture lambdoïde gauche, et un autre entre le pariétal, la partie mastoïde du temporal et la partie squameuse de l'occipital. Pas de suture sous-orbitaire. Orbites de forme quadrilatère allongée. Prognathe. Le côté facial de la mâchoire supérieure est bombé. Nez large et plat,

bosses pariétales très développées, pommettes et arcades zygomatiques fortement saillantes.

Femme *Bosjesmane*, n°. 147 Vrolik. Les dents de sagesse existent déjà toutes, mais il n'y a pas encore de synostose entre l'os basilaire et le corps du sphénoïde. Age présumé: 18 ans. Le crâne est remarquablement petit (capacité = 985 cc.), mais du reste très bien conformé. Pommettes et arcades zygomatiques fortement proéminentes. Distance entre les trous sous-orbitaires remarquablement grande. Côté facial de la mâchoire supérieure bombé. Prognathe. Les incisives supérieures sont courbées, la convexité en avant, et s'avancent d'environ 8 mm. au-delà des incisives inférieures. A chaque côté une suture sous-orbitaire. Orbites en quadrilatère allongé, le plus grand diamètre étant horizontal. Pas de sutures anomales, sauf un petit os wormien dans la suture lambdoïde gauche. Mâchoire inférieure médiocrement développée, à angles très peu saillants et recourbés en dehors. Nez large et plat. Bosses pariétales fortement développées. La voûte crânienne s'élève un peu en arc dans la ligne médiane. Vu par derrière, le crâne est plus ou moins pentagonal.

La mâchoire supérieure gauche est un peu moins développée que la droite. En rapport avec cette inégalité, le vomer, les ouvertures nasales postérieures, les os palatins et la suture entre les apophyses palatines de la mâchoire supérieure ont une position oblique. Lignes musculaires nulle part très apparentes.

Le crâne a appartenu autrefois à Sandifort, qui paraît l'avoir pris pour modèle de sa planche de jeune Bosjcsman ♂ [1]); la ressemblance, du moins, est frappante.

Hottentot ♂, n°. 148 Vrolik, Pl. XI, fig. 5 et 6. Bien que ce crâne, comme le remarque M. Dusseau, ait probablement servi de modèle pour une des planches de Sandifort, j'ai cru devoir en donner un dessin, surtout à cause du très grand développement des bosses pariétales. Age présumé: environ 70 ans. Dents

[1]) Sandifort, *Tabulae craniorum*, Lugd. Bat. 1838.

presque toutes tombées, et apophyse alvéolaire commençant à s'atrophier fortement. Le côté facial de la mâchoire supérieure est légèrement concave. Nez large et plat. Les orbites sont en quadrilatère allongé (H = 30, L = 40) et paraissent, de même que dans la plupart des crânes précédents, incliner en dehors et en bas. Synostose presque complète de la suture sagittale. Ouverture pyriforme large et courte. Crâne, vu par derrière, un peu pentagonal.

Jack, *Griqua* ♂ (musée anatomique de Leyde) Pl. XI, fig. 7 et 8. Nez étroit et proéminent. Synostose des os nasaux. Le côté facial de la mâchoire supérieure est plus concave que dans tous les crânes précédents. Face étroite. Angles de la mâchoire inférieure légèrement courbés en dehors et saillants. Trou auditif externe un peu comprimé d'avant en arrière. Pas de suture sous-orbitaire. Synostose complète des sutures sagittale et coronale. Synostose presque complète de la suture entre l'os de la pommette et la mâchoire supérieure. Bosses pariétales très développées. Lignes temporales supérieure et inférieure distinctes. Suture mastoïdienne soudée seulement à gauche. La portion écailleuse de l'occipital est grande et à insertions musculaires et tubérosité externe bien accusées. Crâne, vu par derrière, un peu pentagonal. Toutes les dents cylindriques, fortement usées au sommet et ne joignant pas entre elles. Les orbites sont plus grandes et plus arrondies que dans tous les autres crânes (H = 37, L = 39). Pommettes et arcades zygomatiques peu saillantes.

En raison de l'étroitesse et proéminence marquées du nez, ainsi que de la forme haute et étroite de l'ouverture pyriforme de ce crâne, le caractère hottentot, ordinairement si frappant, y est moins accusé que dans tous les précédents. Il s'est ici perdu plus de caractères de race que chez l'autre Griqua, le:

N°. 149 Vrolik. Région temporale étroite, par suite de la faible largeur de la grande aile du sphénoïde. Lignes temporales supérieure et inférieure très distinctes. Prognathe. Rien d'anomal dans les sutures, sauf la synostose de la suture mastoïdienne droite et des parties de la suture coronale qui sont

situées au-dessous de la ligne temporale supérieure. La racine du nez est large, mais pourtant moins que chez les Hottentots proprement dits. Le nez est aussi moins plat, plus proéminent. Le côté facial de la mâchoire supérieure est modérément concave. Angles de la mâchoire inférieure saillants et un peu recourbés. Trou auditif externe comprimé d'avant en arrière.

Les orbites sont plus grandes et plus arrondies que chez les Hottentots, mais moins que chez Jack. Il n'y a de suture sous-orbitaire qu'au côté droit. Bosses pariétales saillantes. Aux deux côtés une apophyse mastoïde bipartite.

Blumenbach a figuré dans sa *Decas quinta* (tab. XLV) un crâne de Bosjesman ♂. Ce crâne paraît dolichocéphale; fosse malaire peu excavée, nez plat et large, synostose incomplète des os nasaux (l'individu avait environ 60 ans), pommettes saillantes, apophyse alvéolaire de la mâchoire supérieure ni projetée en avant ni courbée, prognathisme nul ou très faible. Les dents sont cylindriques et fortement usées au sommet, comme chez Jack. Synostose de la suture coronale.

Ce crâne était un des quatre que Lichtenstein avait rapportés de son voyage dans la colonie du Cap, exécuté en compagnie du général Janssens. Blumenbach remarque que ces 4 crânes offraient entre eux une ressemblance telle qu'il n'en avait jamais vue entre 2 crânes d'Européens („*ut difficile fuerit tantam similitudinem inter bina Europaeorum crania reperire*").

Je ne puis pas dire la même chose des 5 crânes hottentots examinés par moi.

Sandifort a figuré 3 crânes de Hottentots dans ses *Tabulae craniorum*, 1838; j'ai donné la description de deux de ces pièces, marquées nos 147 et 148 Vrolik.

M. Wyman (*Proceedings Boston Society*, IX, 352) a décrit un crâne de Hottentot. Bien que l'individu fût encore jeune, il y avait synostose complète des os nasaux. Cette particularité semble être assez fréquente chez les Hottentots, puisque le Bosjesman de Blumenbach paraît aussi l'avoir possédée et qu'elle se rencontre dans les crânes Hott. ♂ et Jack ci-dessus décrits.

Sur 9 crânes dont il a été question, il y en a donc 4 où la synostose existe. De ces 4 crânes, 3 provenaient d'individus âgés, en tout cas, de plus de 55 ans, tandis que le quatrième, celui décrit par M. Wyman, paraît avoir été âgé d'environ 20 ans. M. Wyman ajoute immédiatement que cette synostose apparaît de très bonne heure, avant la fin de la première dentition, chez les Gorilles et les Chimpanzés. Etait-il, en faisant cette remarque, quelque peu sous l'influence du „bosmanneken'' de van Riebeek?

Les autres caractères du Hottentot de Wyman sont un nez large et des orbites quadrilatères allongées. Les pommettes et les arcades zygomatiques ne sont *pas* très saillantes.

M. Lucae fait mention d'un crâne de Hottentot dans sa *Morphologie der Rassenschädel.*

M. Barnard Davis, dans son *Thesaurus craniorum*, mentionne 3 Bosjesmans ♀, 1 Bosjesman ♂ et 3 Hottentots ♀. Il ne donne que de très courtes descriptions. J'ai fait usage, dans mes tableaux et dans la discussion, de plusieurs de ses mesures.

Des dents cylindriques se trouvent chez le Bosjesman de Blumenbach et chez Jack (Griqua). M. Barrow (*Voyage to Cochinchina*, p. 382) paraît croire que chez les Bosjesmans les dents ne tombent jamais, ou que très rarement: „It was remarked that the eldest Bosjesmans they saw, had not lost a single tooth, but that in many instances they were worn down in a remarkable manner''.

Peut-être M. Barrow n'a-t-il pas vu beaucoup de Bosjesmans; durant son séjour au Cap, du moins, il n'en avait pas souvent l'occasion. Pour moi, j'ai vu *in vivo* plusieurs Bosjesmans, et aussi des Hottentots, des Koranna et des Griqua, qui avaient souffert de maux de dents, tout comme les Européens civilisés, et dont par suite les mâchoires étaient plus ou moins dégarnies.

Les dents cylindriques sont chez eux très rares, comme chez les autres races humaines.

Nos deux crânes de Griqua, n°. 149 Vrolik et Jack, surtout ce dernier, ont le nez passablement étroit et proéminent. C'est

là un caractère purement accidentel, et qui ne peut en aucune façon être regardé comme propre aux Griqua. J'ai vu plusieurs individus vivants de cette race, qui avaient le nez plat et large, les pommettes très saillantes, etc., et qui ne se distinguaient des vrais Hottentots que par leur couleur *plus claire.*

L'intérieur d'un crâne de Hottentot a été décrit par M. Wyman (*loc. cit.*). L'auteur mentionne seulement „l'étroitesse et la faible capacité des fosses servant à loger les lobes cérébraux antérieurs. Les lames orbitaires des os frontaux s'élèvent, plus que dans les crânes ordinaires, au-dessus de la lame cribriforme de l'ethmoïde et rendent la fosse olfactive plus profonde; elles montent rapidement de chaque côté, se projetant ainsi dans la cavité de la tête, aux dépens de l'espace habituellement occupé par les lobes antérieurs du cerveau".

Je n'ai eu l'occasion d'examiner par moi-même l'intérieur d'aucun crâne.

Comme caractères *très* constants des crânes hottentots on peut indiquer: 1° le nez large et plat, 2° les pommettes et arcades zygomatiques saillantes, 3° le menton pointu. J'ai assez souvent constaté ces caractères *in vivo*, pour être autorisé à les appliquer aux crânes hottentots en général.

Dans les 5 crânes de Hottentots examinés par moi, on rencontre en outre, *assez* constamment, les caractères suivants: 1°. os nasaux montant assez haut, 2°. orbites de forme quadrilatère oblongue, 3°. côté facial de la machoire supérieure convexe ou peu concave, et trous sous-orbitaires très éloignés l'un de l'autre, 4°. apophyse alvéolaire présentant une courbure à convexité antérieure, à laquelle correspond une courbure pareille des dents incisives et de leurs racines, 5°. bosses pariétales fortement développées, 6°. voûte du crâne un peu proéminente dans la ligne médiane.

Ces caractères sont le plus accentués chez les vrais Hottentots; ils sont moins prononcés chez les 2 Griqua, où quelques-uns d'entre eux font même entièrement défaut.

III.

Pour avoir des termes de comparaison entre les Hottentots et les Chinois, j'ai pris, relativement à ces derniers, les données qu'on trouve dans le *Thesaurus craniorum* de Barnard Davis, dans le *Catalogue du musée Vrolik* de Dusseau et dans la *Dissertation* du Dr. de Koning. J'ai, en outre, exécuté moi-même quelques mesures sur le petit nombre de crânes chinois qu'il m'a été donné d'examiner.

La capacité des crânes hottentots est, en centimètres cubes:

Noms:	Hott. ♀	Hott. ♂	146 Vrolik ♂	147 V. ♀	148 V. ♂	149 V. ♂	Jack ♂
Capacité:	1245	1350	1423	985	1325	1310	1245
	Hottentots et Bosjesmans.					Griqua.	

M. de Koning, opérant sur 51 crânes chinois, a trouvé pour maximum de capacité 1710 cc. et pour minimum 1250 cc.; la moyenne de son tableau est 1485 cc. Tous les Hottentots restent donc au-dessous de la moyenne, les deux femmes et Jack même au-dessous du minimum. Il faut tenir compte, toutefois, de la circonstance que parmi les crânes chinois de la collection de Leyde, étudiés par M. de Koning, il y en a plusieurs de très grande capacité (3 qui mesurent plus de 1700 cc.) et qui tous proviennent d'individus mâles.

Bien que les Hottentots n'aient pas une très grande capacité crânienne, leur chiffre n'est pourtant pas faible.

C'est pur hasard, sans doute, si le maximum et le minimum de capacité sont fournis justement par les 2 Bosjesmans. J'ai déjà noté plus haut que le crâne n°. 147 Vrolik est remarquablement petit et encore jeune, puisqu'il n'y a pas encore de synostose entre l'os basilaire et le corps du sphénoïde. Je ne pense pas qu'il faille y voir un cas de „réduction pathologique", dans le sens que Virchow donne à cette expression.

Je ne crois pas non plus que, des chiffres communiqués, on

doive conclure que les crânes des Hottentots sont, en général, plus petits que ceux des Chinois.

La longueur, la largeur, la hauteur, et les indices qui s'en déduisent, sont consignés dans le tableau suivant:

						Griqua.		De 51 Chinois.		
Noms. . .	Hott. ♀	Hott. ♂	146 V. ♂	147 V. ♀	148 V. ♂	149 V. ♂	Jack ♂	max.	min.	med.
Longueur	181	189	193	160	186	185	173	193	162	178
Largeur .	135	130	135	125	135	134	131	155	125	138
Hauteur .	131	136	135	120	137	132	126	154	126	138
L. D....	74,6	68,7	69,9	78,1	72,5	72,5	75,7			
L. H....	72,3	71,9	69,9	75	73,6	71,3	72,7			

Quant à la longueur du crâne, il y a beaucoup d'analogie entre les Chinois et les Hottentots, avec cette différence, toutefois, que les Hottentots se rapprochent plus du maximum des Chinois. Il en est autrement de la largeur, qui est relativement plus petite chez les Hottentots, comme il ressort surtout de la comparaison des indices longueur-largeur et longueur-hauteur.

En ce qui concerne le rapport de la longueur à la largeur, j'ai suivi la nomenclature de Welcker [1]) et distingué 5 classes de crânes, à savoir: dolichocéphales (indice = 67—71), subdolicéphales (ind. = 72—73), orthocéphales (ind. = 74—78), subbrachycéphales (ind. = 79—80) et brachycéphales (ind. 81 et plus). Suivant cette nomenclature, Hottentot ♂ et 146 V. ♂ sont dolichocéphales, 148 V. ♂ et 149 V. ♂ (Griqua) subdolichocéphales, Hottentot ♀, Jack (Griqua) et 147 V. ♀ (Bosjesman) orthocéphales, ce dernier se rapprochant du type brachycéphale. Ainsi, 2 dolichocéphales, 2 subdolichocéphales et 3 orthocéphales.

M. Barnard Davis, dans son *Thes. Cran.*, décrit trois Hottentots ♀, qui ont tous pour indice 76, trois Bosjesmans ♀, dont

---

[1]) *Untersuch. üb. Wachsthum u. Bau*, Leipz., 1862. *Kraniologische Mittheilungen*, 135.

les indices sont 73,9, 72 et 73,9, et un Bosjesman ♂, à indice 67,1.

L'indice longueur-largeur du Hottentot ♂ de Wyman (*loc. cit.*) s'élève à 75.

Les femmes hottentotes de B. Davis sont donc toutes orthocéphales, les trois femmes bosjesmanes subdolicéphales, mais se rapprochant du type orthocéphale.

Le ♂ de B. Davis est dolichocéphale, celui de Wyman orthocéphale.

En somme, des 15 crânes, il y en a 3 dolichocéphales, tous ♂, 5 subdolichocéphales, dont 2 hommes (1 Griqua) et 3 femmes, 7 orthocéphales, dont 5 femmes et 2 hommes (1 Griqua).

Prenons maintenant le rapport L : D chez les Chinois mentionnés par B. Davis, par de Koning et par Dusseau. Pour les crânes de ce dernier, j'ai calculé les indices suivants, en me bornant aux pièces dont la provenance était tout à fait certaine:

Noms..	N°. 96 V.	97 V.	98 V.	99 V.	100 V.	101	102	103	104	110	111	112
L : D..	76	75,7	71	71	68	77,3	88,2	80,5	75,6	90,4	88,2	81,8
	hommes.								femmes.			

L'ensemble des données fournit alors le tableau suivant:

	Chinois. ♂	Chinois. ♀	Hottentots. ♂	Hottentots. ♀
dolichocéphales	11	1	3	1
subdolichocéphales	9	1	2	3
orthocéphales	36	2	2	5
subbrachycéphales	3	2		
brachycéphales	18	3		

Chez les Chinois, le type orthocéphale est donc fortement représenté, tandis que, des 15 Hottentots, 7, c'est-à-dire la petite moitié, appartiennent à ce même type. On en peut conclure que presque la moitié des Chinois et des Hottentots appartient au type orthocéphale.

Les indices L : D de tous les Hottentots mesurés par B. Davis et par moi sont compris entre le maximum et le minimum des 51 Chinois mesurés par de Koning (max. = 91,1, min. = 66,1),

tandis que beaucoup de ces Hottentots approchent de la moyenne chinoise (76,9). Il faut convenir, toutefois, que l'intervalle entre le maximum et le minimum en question (90,1 et 66,1) est passablement grand.

Si nous comparons les chiffres qui expriment la hauteur absolue des crânes, nous sommes frappés de ce que les Hottentots restent tous beaucoup au-dessous du maximum des Chinois, et même au-dessous de leur moyenne, tandis que cela n'était pas le cas pour la longueur. Il en résulte que non seulement la hauteur absolue, mais aussi l'indice hauteur-longueur est plus petit chez les Hottentots

Pour tous les Hottentots mesurés par moi, l'indice L : H tombe entre 69,9 (minimum, Bosjesman ♂) et 75 (maximum, Bosjesman ♀), et, ces deux crânes exclus, l'indice reste compris pour tous les autres entre 72,7 et 71,3.

Dans les tableaux de B. Davis, nous trouvons, pour les trois Hottentots ♀, L : H = 73, 76, 71, pour les trois Bosjesmans ♀, 71, 72, 72, et pour le Bosjesman ♂, très dolichocéphale, 68. Aussi bien chez Davis que chez moi, c'est un Bosjesman qui donne le minimum de l'indice L : H.

Au moyen des tableaux de Dusseau et de Koning, j'ai calculé l'indice L : H pour 20 Chinois (17 hommes et 3 femmes); dans ceux de Davis, je trouve les indices de 23 Chinois (19 hommes et 4 femmes).

Des tableaux de Davis, il résulte, pour les 19 Chinois ♂: valeur moyenne 78, max. 82, min. 75; et pour les 4 ♀: moyenne 86,6, max. 90,4, min. 83.

Avec un peu de bonne volonté on pourrait trouver ici un point de ressemblance entre les Hottentots et les Chinois, puisque leurs minima généraux diffèrent peu l'un de l'autre.

Mais les maxima et les moyennes offrent des différences trop fortes et donnent pour résultat: 1° que la hauteur absolue est moindre chez les Hottentots que chez les Chinois, 2° qne l'indice L : H est aussi plus petit chez les Hottentots, et même notablement, comme je l'ai déjà fait observer ci-dessus.

Les deux Bosjesmans ♂ (146 Vrolik et 388 B. Davis) ont le plus petit indice L : H et, comparativement aux autres mesures, la plus petite hauteur absolue.

On ne saurait voir là, toutefois, un caractère des Bosjesmans, attendu que précisément le maximum de l'indice L : H est fourni par la jeune Bosjesmane 147 Vrolik.

L'infériorité de l'indice L : H chez les Hottentots ne dépend pas uniquement de ce que la hauteur absolue de leur crâne est plus petite, mais aussi de ce que sa longueur est relativement plus grande, de sorte qu'ils appartiennent, plus que les Chinois, au type dolichocéphale.

La plupart des Chinois et des Hottentots sont prognathes.

Pour exprimer le degré de prognathisme, j'ai fait usage de l'angle de *Koster*, que fournit très simplement le calcul du triangle formé par: 1° la distance du milieu de la suture fronto-nasale au milieu du bord antérieur du grand trou occipital, 2° la distance du milieu de la suture fronto-nasale à l'apophyse alvéolaire de la mâchoire supérieure, et 3° la distance de l'apophyse alvéolaire au milieu du bord antérieur du grand trou occipital.

Voici les résultats que j'ai obtenus pour ces diverses grandeurs, comparés avec ceux que M. de Koning a trouvés pour 51 crânes de Chinois:

NOMS.	De la suture fronto-nasale au foramen magnum.	De la suture fronto-nasale à l'apoph. alvéolaire.	De l'apoph. alvéolaire au foramen magnum.	Angle de Koster.
Hott. ♀ . . .	102	61,5	102,5	72°,3′
Hott. ♂ . . .	99	64	103	68°,10′
146 V. ♂ .	99,8	69	100,6	69°,14′
147 V. ♀ . .	82,6	55	83,4	69°,52′
148 V. ♂ .	97,6	59	97	72°,53′
Gri-qua. 149 V. ♂ . .	89,5	66	92	68°,38′
Gri-qua. Jack ♂ . . .	98	66,5	96,5	70°,29′
51 Chin. max. . .	107	80	106	72°,28′
51 Chin. min. . . .	87	62	82	57°,28′
51 Chin. moyenne	98,3	72,5	94,3	65°,11′

On voit, dans ce tableau, que sous le rapport des distances inscrites aux colonnes 1 et 2, il y a un accord très satisfaisant entre les Hottentots et les Chinois. Seul le crâne Bosjesman ♀ 147 Vrolik reste dans toutes les mesures au-dessous du minimum, parce que, comme je l'ai déjà remarqué, il est encore jeune et exceptionnellement petit. Quant à la distance de la suture fronto-nasale à l'apophyse alvéolaire, elle reste pour tous nos Hottentots inférieure à la moyenne des Chinois, et même, pour les 2 femmes, inférieure au minimum. Il semblerait résulter de là que cette distance, et par conséquent la hauteur de la face, est généralement plus petite chez les Hottentots. Cela n'est pourtant pas entièrement le cas; la hauteur faciale des Hottentots concorde assez bien avec celle des Chinois, ainsi que me l'a appris la comparaison des mesures de M. Barnard Davis. C'est un point sur lequel je reviendrai plus loin. Chez le Hottentot ♂ 148, Vrolik, la distance de la suture fronto-nasale à l'apophyse alvéolaire est extrêmement petite; mais cela tient à ce que ce crâne est vieux, que presque toutes les dents sont tombées et que l'apophyse alvéolaire commence fortement à s'atrophier.

N'ayant mesuré moi-même, pour aucun crâne, l'angle de Camper, je citerai à cet égard le *Catalogue* de Dusseau, dans lequel cet angle est déterminé pour 4 des Hottentots que je décris. Pour les Chinois, les mesures prises sur 9 hommes et 3 femmes ont donné:

	hommes.	femmes.
maximum	72°	68°
minimum	62°	60°
moyenne générale. . . .	66°36′	

Les 4 Hottentots du musée Vrolik ont donné:

Noms: . . . . . . N°.	146 ♂	147 ♂	148 ♂	149 ♂ (Griqua)
Angle de Camper:	62	63°	66°	60°

On voit qu'il y a un accord passable quant à la valeur de l'angle. Notons, en passant, que le maximum de toutes ces

données a été fourni par un Chinois aliéné, et le minimum des Hottentots par un Griqua.

J'ai mesuré sur mes crânes de Hottentots l'arc longitudinal total et sa corde, et j'ai comparé ces mesures avec celles données pour 52 Chinois par Dusseau et de Koning. Pour les uns et les autres, j'ai calculé le rapport de l'arc à sa corde. L'arc total a été pris de la suture fronto-nasale au milieu du bord antérieur du grand trou occipital; la corde correspondante est la distance des mêmes points mesurée au compas (linéairement). La tableau suivant contient les résultats obtenus:

(Voir tabl. *a*, p. 483).

Les tableaux de M. B. Davis ne renferment pas ces mesures et ne peuvent par conséquent servir à la comparaison. Les Chinois diffèrent beaucoup entre eux sous le rapport en question, car chez ceux du musée Vrolik l'arc total est plus petit et la corde totale proportionnellement plus grande que chez ceux du musée de Leyde. L'indice arc-corde est par suite le plus grand chez les Chinois du musée Vrolik. Les valeurs trouvées pour les crânes de Hottentots sont toutes comprises entre le maximum et le minimum de l'ensemble des Chinois.

Le Hott. ♂ a le plus grand arc total et le plus petit indice arc-corde. Cela doit être attribué surtout à la forte saillie de la voûte crânienne dans la ligne médiane, saillie qui augmente notablement la valeur de l'arc total, comme aussi celle des arcs partiels, à l'exception de l'arc de la portion squameuse de l'occipital.

L'arc frontal et l'arc fronto-sagittal, ainsi que leurs cordes, ont été mesurés par moi chez tous les Hottentots et chez 10 Chinois. Voici les résultats de ces mesures, avec les valeurs qui s'en déduisent pour l'indice arc-corde. Les crânes chinois étaient tous du sexe masculin:

(Voir tabl. *b*, p. 483).

Comme on le voit, le rapport entre l'arc frontal et sa corde présente des valeurs suffisamment concordantes. Une exception est faite par le Hott. ♂; chez lui l'indice est plus petit, parce

TABLEAU *a*.

								51 Chinois.			11 Chinois Vrolik.		
Noms.	Hott. ♀	Hott. ♂	146 V.	147 V.	148 V.	149 V.	Jack.	max.	min.	moyenne	max.	min.	moyenne
Arc total . .	390	427	383	329	385	370	382,7	455	380	414	390	320	369
Corde totale.	102	99	99,8	82,6	97,6	89,5	97,6	107	87	98,3	108	92	98,7
Indice A—C.	26,1	22,8	26,0	25,1	25,1	24,2	25,5	26,09	20,87	23,82	28,1	25,2	26,69

TABLEAU *b*.

	Hottentots.				Griquas.			Chinois.					Chinois m. Vrolik.				
Noms.............	Hott ♀	Hott. ♂	146 V. ♂	147 V. ♀	148 V. ♂	149 V. ♂	Jack.	K. Asie	Tjong	Ch. 102	Sinensis	Ch. 101	96 V.	97 V.	98 V.	99 V.	102 V.
Arc frontal.........	125	142	130	118	135	125	124	133	125	134	128	124	125	125	122	128	135
Corde frontale......	110	112	115,5	101	114,2	111	109,5	116,8	108,5	116	114,5	109	114	113	109	107	112
Indice............	88	78,8	88,8	85,7	84,6	88,8	88,2	87,3	86,8	86,5	89,3	87,9	91,2	90,4	89,3	82,8	82,9
Arc fronto-sagittal...	252	284	264	230	270	260	241	262	255	254	270	245	265	260	250	260	230
Corde fronto-sagittale	180	180	190	160	178,4	179,5	172	176	170	171,5	180	165	176	175	174	180	170
Indice............	71,4	63,3	71,9	69,5	66	69	71,3	67,1	66,6	67,5	66,6	67,3	66,4	67,3	69,6	69,2	73,4

que la voûte crânienne proémine fortement dans la ligne médiane. Il en est de même pour l'indice fronto-sagittal, qui est aussi un minimum dans ce crâne, tandis qu'il montre un accord satisfaisant chez tous les autres.

Les rapports entre l'arc et la corde de la portion squameuse de l'occipital n'ont pu être comparés qu'avec ceux de 4 crânes chinois, l'occasion m'ayant fait défaut de mesurer un plus grand nombre de ces derniers.

(Voir tabl. *a*, p. 486).

Bien que, en ce qui concerne les dimensions absolues, le petit crâne 147 Vrolik fasse ici exception, comme dans tous les autres tableaux, son indice arc-corde harmonise pourtant très bien avec les autres.

Serait-il permis de conclure, de ce tableau et du précédent, *qu'il y a accord entre les Hottentots et les Chinois quant à la courbure de l'os frontal, de la suture sagittale et de la portion squameuse de l'occipital?*

Parmi les cordes situées dans le plan sagittal, j'ai donné, dans les précédents tableaux: 1° la distance de l'apophyse alvéolaire au grand trou occipital (*A*), 2° la distance de la suture fronto-nasale au grand trou occipital (*B*), 3° la distance de la suture fronto-nasale à l'apophyse alvéolaire de la mâchoire supérieure (*C*), 4° la corde de l'os frontal (*D*), 5° la corde fronto-sagittale, ou la distance du milieu de la suture fronto-nasale au sommet de la suture lambdoïde (*F*), 6° la corde de la portion squameuse de l'occipital (*L*).

J'ai mesuré en outre: 1° la corde de la suture sagittale (*E*), 2° la distance du milieu du bord antérieur du grand trou occipital au point de rencontre des sutures sagittale et coronale (*G*), 3° la distance du milieu du bord postérieur du grand trou occipental à ce même point de rencontre (*H*), 4° la longueur du grand trou occipital (*I*), 5° la distance du sommet de la suture lambdoïde au milieu du bord antérieur du grand trou occipital (*K*), 6° la distance de la protubérance occipitale externe à ce

même point (M), 7° la corde partielle inférieure de la portion squameuse de l'occipital (N), et 8° la corde partielle supérieure de cette portion squameuse (O).

Ces mesures ont été prises sur les crânes hottentots et sur 10 crânes chinois. J'ai ensuite construit graphiquement, à ½ grandeur naturelle, ce système de cordes (valeurs moyennes) pour les Hottentots et les Griqua, et, comme termes de comparaison, j'ai tracé 3 figures idéales: 1° avec les valeurs maxima, 2° avec les valeurs minima et 3° avec les valeurs moyennes des 10 Chinois. (Pl. XII). Je dois faire remarquer seulement que, dans ces trois traces, le triangle formé par les droites joignant la suture fronto-nasale, l'apophyse alvéolaire de la mâchoire supérieure et le milieu du bord antérieur du grand trou occipital, a été construit à l'aide des valeurs données, pour 51 Chinois, dans le tableau de M. de Koning. Tous ces tracés n'ont pas besoin d'autre explication.

Les 10 crânes chinois, dont je me suis servi pour la mesure des cordes, sont: 1° trois crânes appartenant au musée anatomique d'Utrecht, sous la désignation de Chinois 101, Sinensis et Chinois 102; deux crânes faisant partie du musée anatomique de Leyde, et appelés Koean Asie et Tjong; enfin cinq crânes du musée Vrolik, à savoir les n°s 96, 97, 98, 99 et 102 (Dusseau, *Catalogue*).

(Voir tabl. *b*, p. 486).

La longueur de la corde sagittale E varie, tant chez les Chinois que chez les Hottentots, entre des limites assez larges. Il n'y a donc pas grand'chose à en conclure.

Il n'en est pas de même des distances du milieu des bords antérieur et postérieur du grand trou occipital au point de rencontre des sutures sagittale et coronale. Ces distances sont chez les Hottentots plus petites que chez les Chinois, ainsi qu'on pouvait s'y attendre à priori, d'après la circonstance, déjà remarquée plus haut, que la hauteur du crâne et l'indice longueur-hauteur ont aussi une valeur plus petite chez les Hottentots.

La longueur du grand trou occipital est plus variable chez les Hottentots que chez les Chinois. Surtout chez les deux

TABLEAU *a*.

Noms	Hott. ♀	Hott. ♂	146 V. ♂	147 V. ♀	148 V. ♂	149 V. ♂	Jack.	K. Asie	Tjong	Ch. 102	Sinensis
Arc port. squam.	112	110	118	96,5	115	119	105	116	112	112	115
Corde port. squam.	95	93	99,3	82,5	94,5	95	91	96	89	96,5	98
Indice	84,8	84,5	84,1	85,4	82,1	79,9	86,6	82,7	79,4	86,1	85,2
	Hottentots.					Griqua.		Chinois.			

TABLEAU *b*.

Noms.		E.	G.	H.	I.	K.	M.	N.	O.	
Hott. ♀	Hottentots.	115	127	142,5	36,5	114,8	88	56	53,5	Hottentots.
Hott. ♂		121	133,5	151	37	114	76,5	42,3	63,2	
146 V. ♂		129,7	129,8	146,6	42,8	123,5	90	50	62	
147 V. ♀		103	117	128,5	35	104	61	28,5	61	
148 V. ♂		118	132,6	144,8	33,7	114,5	77,2	45	65	
149 V. ♂	Griqua.	121	129,2	143	42,8	123,8	72,5	32	67,8	Griqua.
Jack ♂		109	126	141	41	112	85	48,2	54,8	
K. Asie	Chinois.	113	134	149,6	39,5	119	90	55	58,8	Chinois.
Tjong		116	130	143	33	112	74,5	42	61,2	
Chinois 102		107	137,5	152	39,5	114	74	40,1	69,6	
Sinensis		129	148	161	36	122	86	40	68	
Chinois 101		106	140	154,5	39	122	74	39	78	
96 Vrolik		116	143	153,5	39	126	85	48	66	
97 "		116	142,5	155	38,5	122	68	55	58	
98 "		112	142,5	155	36,5	124,5	91	63	65	
99 "		124	143	160	40,5	128,5	92	52	66,2	
102 "		101	131	144	36	122	75	46	70	

Griqua, et plus encore chez le Bosjesman, cette ouverture est de forme oblongue.

La distance (*K*) du sommet de la suture lambdoïde au bord antérieur du grand trou occipital est, en général, plus petite chez les Hottentots que chez les Chinois. Le Bosjesman 146 Vrolik et le Griqua 149 font exception sous ce rapport.

La distance de la protubérance occipitale externe au bord antérieur du grand trou occipital offre, tant chez les Hottentots que chez les Chinois, des discordances assez notables. On doit en dire autant du rapport existant entre les cordes partielles de la portion squameuse de l'occipital.

Aucune déduction précise ne peut donc être tirée de ces valeurs.

Toutes les mesures en question figurent dans les représentations graphiques des crânes, de sorte qu'une discussion ultérieure serait entièrement inutile.

L'arc longitudinal total et le rapport de cet arc à sa corde ont déjà été donnés précédemment. Dans le tableau suivant j'introduis encore une fois cet arc, afin d'en faciliter la comparaison avec l'arc transversal et avec le périmètre horizontal. L'arc transversal a été mesuré entre les bords supérieurs des trous auditifs externes, en passant par le point le plus élevé du crâne; le périmètre horizontal a été conduit par la glabelle et par le point le plus saillant de l'occiput.

A l'arc transversal j'ai joint la longueur de sa corde, c'est-à-dire, la distance en ligne droite entre les bords supérieurs des trous auditifs externes.

								51 Chinois ♂			13 Chinois.		
Noms.	Hott. ♀	Hott. ♂	146 V.	147 V.	148 V.	149 V.	Jack.	max.	min.	med.	max.	min.	med.
Arc longit.	390	427	383	329	385	370	382,7	455	380	414	390	320	369
Arc transv.	297	303	285	276	292	297	283	340	283	—	295	220	267
Corde transv. . . .	97	100	102	80	99	98	98	—	—	—	115	98	107,6
Périmètre horiz .	505	528	535	472	525	515	495	—	—	—	535	470	509

M. de Koning a mesuré d'une autre manière la distance des trous auditifs externes et le périmètre horizontal, de sorte que je ne pouvais faire ici usage de ses chiffres.

Le rapport de l'arc longitudinal à l'arc transversal est sensiblement le même chez les Chinois et chez les Hottentots. Une exception est offerte seulement par Hott. ♂, qui, à raison de la saillie de la voûte crânienne sur la ligne médiane, présente un arc longitudinal relativement beaucoup plus grand, ainsi que je l'ai déjà fait remarquer plus haut, en discutant les indices arc-corde.

Le périmètre horizontal a aussi des valeurs sensiblement égales dans tous ces crânes, et il en est par conséquent de même du rapport de ce périmètre aux arcs longitudinal et transversal.

La corde transversale est chez les Hottentots plus petite que chez les Chinois. Tous les crânes hottentots restent en effet, quant à la distance des trous auditifs externes, au-dessous de la moyenne des Chinois, et le petit crâne 147 Vrolik reste même beaucoup au-dessous du minimum. Le fait doit frapper d'autant plus que des différences analogues n'existent pas pour l'arc transversal (des Chinois du musée Vrolik). D'après cela, le rapport de la corde transversale à l'arc est plus petit chez les Hottentots que chez les Chinois, et il en est de même quant à la largeur de la base du crâne.

Je dois faire observer, toutefois, que les mesures dont il s'agit sont en beaucoup trop petit nombre pour qu'on puisse en déduire des lois absolues sur la forme du crâne. Si nous prenons, comme seconde fonction de la largeur de la base crânienne, la distance des deux apophyses mastoïdes, et que nous comparions sa valeur chez nos Hottentots et chez les 51 Chinois, le caractère indiqué s'évanouit en partie:

							51 Chinois.		
Hott. ♀	Hott. ♂	146 V.	147 V.	148 V.	149 V.	Jack.	max.	min.	moyenne
98	99,5	108	92	104	100	101	111	95	104

Les différences, on le voit, sont ici beaucoup moindres que pour la distance des conduits auditifs.

Tant chez les Chinois que chez les Hottentots, les bosses pariétales sont ordinairement bien prononcées, et souvent même très fortement développées. Comme, chez les uns et les autres, la voûte crânienne fait souvent saillie dans la ligne médiane, il en résulte que beaucoup de ces crânes, vus par derrière, présentent une forme plus ou moins pentagonale. M. de Koning a fréquemment observé cette forme chez les Chinois, et je l'ai rencontrée chez la majeure partie de mes 7 Hottentots.

La mesure de la distance des bosses pariétales a donné:

								13 Chinois.		
Noms..	Hott. ♀	Hott. ♂	146 V.	147 V.	148 V.	149 V.	Jack.	max.	min.	med.
	128	131	130	125	147	130	140	155	120	137.

On ne saurait attribuer à la grandeur de cette distance la valeur d'un caractère distinctif de race, car j'ai vu aussi des bosses pariétales très saillantes chez des individus de la race caucasique, etc.; néanmoins, je la signale comme établissant un rapprochement entre les Hottentots et les Chinois.

M. Dusseau (*Catalogue*) donne encore, comme mesures générales, pour les crânes du musée Vrolik: 1° la distance (*a*) du pore acoustique à la glabelle, 2° la distance (*b*) de l'occiput (dans sa partie la plus saillante) à la glabelle, 3° l'arc (*c*) joignant les pores acoustiques, en passant par la partie la plus saillante de l'occiput, 4° la longueur (*d*) et 5° la largeur (*e*) du palais. N'ayant pas effectué moi-même de semblables mesures, j'extrais du *Catalogue du musée Vrolik* les chiffres suivants, relatifs à 4 Hottentots et à 13 Chinois:

					13 Chinois.		
Noms .	146 V.	147 V.	148 V.	149 V.	max.	min.	med.
a. . . .	108	100	109	105	120	103	110,5
b . . .	115	95	109	125	126	93	110,6
c . . .	270	230	280	290	295	220	268
d. . . .	51	45	50	51	56	42	51
e. . .	43	35	32	40	48	35	39,7.

Sauf pour le petit crâne 147 Vrolik, qui sous certains rapports reste au-dessous des minima chinois, les mesures et leurs rapports mutuels s'accordent assez bien chez les deux races.

Finalement, j'ai encore pris quelque mesures sur la face.

Les Hottentots, aussi bien que les Chinois, sont remarquables par la largeur et l'écrasement de la racine du nez. Il en résulte que, chez les uns et les autres, la distance des orbites, ainsi que celle des axes des conduits lacrymaux, devient très grande.

Bien que le nez soit très large à la base, il n'en est pas toujours de même des os nasaux. Chez quelques Hottentots et Chinois les os nasaux ont une large base, chez d'autres ils se terminent en pointe vers le haut. Aussi les chiffres qui expriment la largeur des os nasaux à la base offrent-ils, tant chez les Chinois que chez les Hottentots, de très grandes discordances.

Pour cette raison, j'ai cru devoir prendre, comme largeur de la racine du nez, la distance des points où se joignent 1° l'os frontal, 2° l'os maxillaire supérieur et 3° l'os lacrymal.

M. Dusseau (*Catalogue*, p. 4) entend par „largeur de la base du nez" la largeur des *os nasaux* à leur base. Cet emploi du terme me paraît moins heureux, attendu qu'on trouve, pour la largeur des os en question, des chiffres très divergents pour des crânes qui tous ont pourtant une racine nasale large et plate:

								17 Chinois.		
Noms.	Hott. ♀	Hott. ♂	146 V.	147 V.	148 V.	149 V.	Jack.	max.	min.	med.
Largeur des os nasaux à la base	12	6	14	10,8	9	9,5	6	30	5	11,9

Les mesures relatives aux 17 Chinois ont été en partie exécutées par moi-même et en partie extraites du *Catalogue* de Dusseau.

Le Hott. ♂, chez qui la largeur des os nasaux à la base n'est que de 6‴, a la racine du nez large et plate. Chez le Hott. 148 V. la racine du nez est beaucoup plus large que chez le Griqua 149 V. Chez les Chinois on trouve aussi de très fortes discordances dans les chiffres.

La largeur de la racine du nez a été mesurée par M. de Koning

sur 51 crânes chinois. Il a opéré un peu autrement que moi. Tandis que j'ai toujours mesuré la distance des points de jonction des os lacrymal, frontal et maxillaire supérieur, M. de Koning a pris pour points fixes les extrémités du processus naso-orbitaire de l'os frontal, dans le prolongement de la crête de l'os lacrymal. La distance mesurée par lui diffère donc un peu de la mienne. Je la donne, dans le tableau suivant, avec les valeurs trouvées par moi sur les Hottentots :

								51 Chinois.		
Noms	Hott. ♀	Hott ♂	146 V.	147 V.	148 V.	149 V.	Jack.	max.	min.	med.
Largeur de la racine du nez.	22,9	25,9	27,5	20,5	24	22	17	30	19	24,5

La largeur de la racine du nez, ou, si l'on veut, la distance des orbites, est donc, tant chez les Chinois que chez les Hottentots, ordinairement très grande. Chez les Griqua ce caractère peut se perdre, comme c'est le cas pour Jack. Le petit crâne 147 V. donne pour la distance en question un chiffre assez bas, de même qu'il reste en arrière dans la plupart des autres mesures absolues; néanmoins, chez lui aussi, la racine du nez est large et plate. Le rétrécissement de la racine du nez n'est nullement un caractère constant pour les Griqua, comme le prouve le chiffre afférent à 149 Vrolik. D'après mes observations *in vivo*, je serais plutôt tenté de regarder l'étroitesse de la racine du nez chez Jack comme une exception à la règle générale.

La conséquence naturelle d'une large racine nasale est le grand écartement des conduits lacrymaux. J'ai mesuré cet écartement sur les 7 Hottentots et sur 5 Chinois :

(Voir tabl. *a*, p. 492).

Entre ces mesures et les précédentes il y a beaucoup d'analogie. Ici encore, le Griqua Jack donne le minimum. Les chiffres appartenant aux Chinois concordent très bien avec ceux des Hottentots.

Pour ce qui concerne la largeur de l'os frontal, j'en ai seulement mesuré la valeur la plus grande. J'emprunterai, en conséquence, les nombres du *Catalogue* de M. Dusseau, dans lequel sont données les largeurs frontales maximum et minimum :

(Voir tabl. *b*, p. 492).

TABLEAU *a.*

							5 Chinois.				
Noms	Hott. ♀	Hott. ♂	146 V.	147 V.	148 V.	149 V.	Jack.	K. Asie	Tjong.	Ch. 101.	Sinensis.	Ch. 102.
Ecartement des axes des conduits lacrymaux	33,3	33,2	43,2	31	32	31	28	30	36	31	35	35

TABLEAU *b.*

					13 Chinois.					
Noms	146V.	147V.	148V.	149V.	max.	min.	med.	Hott. ♀.	Hott. ♂.	Jack.
Larg. front. maximum	110	105	120	119	134	100	116	98,5	100,5	95,5
„ „ minimum	104	92	100	104	104	92	100			

TABLEAU *c.*

							13 Chinois.		
Noms	Hott. ♀	Hott. ♂	146 V.	147 V.	148 V.	149 V.	Jack.	max.	min.	med.
	115	110	108	105	115	115	110	125	103	113

TABLEAU *d.*

								Chinois.				
Noms	Hott. ♀	Hott. ♂	146V.	147V.	148V.	149V.	Jack.	K. Asie.	Tjong.	Ch. 101.	Sinensis.	Ch. 102.
Larg. de la mâch. sup.	91	88	111	89,5	103	95	98	100,5	99	101	105	114
„ du proc. alvéolaire :	62	61	73	57	—	66,5	56	64	63	—	68	73
Dist. des angles de la mâch.	80,5	99	112	78	—	98	97,5	97,5	98,5	99	100	106
Larg. des orbites	39,5	39	42,5	37	39,2	41	42	39,5	37	39,5	39	38,5

Les os zygomatiques sont, en général, très proéminents chez les Chinois et chez les Hottentots. A cette règle il y a toutefois des exceptions.

Les distances linéaires des points les plus saillants des os zygomatiques sont:

(Voir tabl. *c*, p. 492).

Enfin, j'ai encore mesuré: 1°. la largeur maximum de la mâchoire supérieure, prise entre les points d'union avec les os zygomatiques, 2° la largeur maximum de l'apophyse alvéolaire, 3° la distance des angles de la mâchoire inférieure, 4° la largeur des orbites. Je n'attache toutefois pas beaucoup d'importance à ces mesures, vu que je n'ai pu les comparer qu'avec celles de 5 Chinois.

(Voir tabl. *d*, p. 492).

Relativement aux angles de la mâchoire inférieure, j'ai déjà noté plus haut qu'ils sont souvent recourbés en dehors chez les Chinois et chez les Hottentots. Cette courbure est surtout très forte chez le Bosjesman 146 Vrolik. Je l'ai trouvée le plus prononcée sur les crânes mâles. Bien qu'à un degré moindre que chez les Hottentots et les Chinois, je l'ai rencontrée aussi sur des crânes caucausiques mâles du musée Vrolik.

Les orbites ont très souvent, chez les Hottentots et les Chinois, une forme quadrilatère allongée. Quoique ce caractère aussi se trouve fréquemment sur des crânes caucasiques et autres, je le cite à titre d'analogie. Comme la forme des orbites m'intéressait particulièrement, j'ai cherché une méthode simple pour déterminer 1° leur profondeur, 2° l'angle que l'axe du cône (ou de la pyramide) orbitaire forme avec le plan sagittal. Les crânes dont je disposais étaient toutefois en trop petit nombre pour que j'aie pu déduire de ces mesures quelque résultat certain. C'est un point sur lequel je reviendrai plus tard.

Je note encore que la largeur de l'orbite, chez le Hott. ♂, est de 39‴ au côté normal, mais seulement de 36‴ au côté comprimé.

Plus haut j'ai fait remarquer que la distance entre la suture

fronto-nasale et l'apophyse alvéolaire de la mâchoire supérieure était, chez les Hottentots sur lesquels ont porté mes mesures, plus petite que chez les Chinois. Comme cette distance est un élément essentiel de la hauteur de la face, et que les chiffres relatifs à la largeur de la face concordent assez bien chez les Chinois et les Hottentots, il résulterait, de la différence susdite, que 1° la hauteur de la face serait plus petite et 2° l'indice hauteur-largeur de la face plus grand dans les crânes hottentots que dans les crânes chinois. N'ayant pu déterminer moi-même la hauteur de la face, j'ai eu recours aux tableaux de M. Barnard Davis (*Thesaurus craniorum*). M. Davis donne, comme „longueur de la face'', la mesure prise depuis la suture naso-frontale jusqu'au menton. C'est la distance linéaire de ces deux points qu'il paraît désigner ainsi.

A l'aide de ses tableaux, j'ai calculé, pour 16 Chinois et 5 Hottentots, les nombres suivants:

	Chinois.			Hottentots.		
	max.	min.	moyenne.	max.	min.	moyenne.
Longueur	5,0	3,9	4,66	4,2	3,8	4,08
Largeur	5,6	4,6	5,13	4,8	4,3	4,58
Indice Long-Larg. .	97,8	83,6	91,1	95,6	82,6	90

A priori, il était probable que les mesures absolues de la longueur et de la largeur seraient plus petites pour les crânes hottentots, attendu qu'ils provenaient tous de femmes, tandis que la majeure partie des crânes chinois avaient appartenu à des hommes.

Mais on voit que les indices hauteur-largeur ont une valeur moindre chez les Hottentots, c'est-à-dire que la hauteur est relativement plus grande chez les Hottentots que chez les Chinois. La différence, toutefois, n'est pas considérable.

S'il est permis de tirer quelques conclusions générales des mesures d'un aussi petit nombre de crânes, nous trouvons:

1°. Que les crânes des Hottentots ne sont pas seulement dolichocéphales, mais, dans la moitié des cas (7 sur 15), orthocéphales. En général, ils sont plus dolichocéphales que les crânes

chinois, la longueur étant chez eux relativement plus grande et la largeur plus petite.

2°. Que la hauteur absolue des crânes hottentots est moindre que celle des crânes chinois. Comme la longueur des premiers est relativement plus grande que celle des seconds, l'indice H : L est plus petit chez les Hottentots.

3°. Que les Hottentots sont, en général, moins prognathes que les Chinois.

4°. Que la hauteur de la face est chez les Hottentots plus petite que chez les Chinois, aussi bien la hauteur absolue que la hauteur relative (l'indice hauteur-largeur).

Les traits de ressemblance entre les Hottentots et les Chinois consistent en: 1° la largeur de la racine du nez (distance des orbites, 2° la forme et l'inclinaison des orbites, 3° la proéminence des os et arcades zygomatiques, 4° la largeur de la face (prise à différentes hauteurs), 5° le développement des bosses pariétales, et 6° les rapports des arcs à leurs cordes. Ce dernier caractère s'applique surtout aux arcs et cordes situés dans le plan sagittal, dans une moindre mesure aux arcs et cordes transversaux.

Si nous consultons les travaux de Blumenbach [1]), de van der Hoeven [2]), de Lucae [3]), de von Baer [4]), de Retzius [5]), de Dusseau [6]), de de Koning [7]) et d'autres, nous trouvons indiqués, comme caractères passablement constants des crânes chinois: 1° une large racine nasale et un nez large et plat, 2° le côté facial de la mâchoire supérieure peu excavé et souvent même convexe (Dusseau), 3° des os et arcades zygomatiques très saillants, 4° des bosses pariétales bien accusées et souvent très

---

[1]) *Decas collectionis*, Goettingae, 1790.

[2]) *Tijdschrift v. nat. Geschied.*, III, p. 143.

[3]) *Zur org. Formenlehre*, 1844.

[4]) *Mém. de l'Acad. de St. Pétersbourg*, X, p. 241.

[5]) *Ethnolog. Schriften*, 1864.

[6]) *Catalogue du musée Vrolik.*

[7]) *Dissertatie*, Leyden, 1877.

développées, 5° une courbure, à convexité antérieure, de la partie alvéolaire de la mâchoire supérieure, courbure à laquelle en répond une toute semblable des dents incisives et de leurs racines.

Sous tous ces rapports, les Hottentots ressemblent aux Chinois. Il en est de même quant au caractère moins constant tiré de la hauteur à laquelle montent les os du nez.

Chez les uns et les autres la voûte du crâne proémine très souvent dans la ligne médiane.

Chez les uns et les autres on trouve, dans la plupart des cas, des orbites quadrilatères allongées, qui inclinent vers l'extérieur.

La forme saillante et recourbée en dehors des angles de la mâchoire inférieure se rencontre fréquemment, et chez les Hottentots et chez les Chinois.

Je dois toutefois reconnaître que chez les Chinois le nez n'est pas aussi plat qu'il paraît l'être généralement chez les Hottentots. Immédiatement au-dessus de l'ouverture pyriforme, les os nasaux font plus saillie en avant chez les premiers que chez les seconds. Cette différence était sensible aussi chez les Chinois et les Hottentots que j'ai vus vivants. Il s'ensuit que les Chinois, bien qu'en général platyrhins, le sont à un moindre degré que les Hottentots.

En second lieu, la convexité du côté facial de la mâchoire supérieure se rencontre plus fréquemment chez les Hottentots que chez les Chinois.

La particularité d'avoir les angles de la mâchoire inférieure recourbés en dehors ne peut pas non plus être regardée comme un caractère de race. Je l'ai trouvée assez souvent sur les crânes caucasiques du musée Vrolik. Il faut remarquer d'ailleurs qu'elle existe surtout chez les crânes d'hommes. Les crânes de femmes, tant hottentotes que chinoises et caucasiques, ne la montrent qu'assez rarement et à un très faible degré.

Un exemple de sténocrotaphie m'a été offert par un Hottentot et par un Griqua. Chez les autres Hottentots, la région temporale n'était pas étroite.

M. de Koning a étudié, sur les crânes chinois du musée de Leyde, les anomalies des sutures de la région temporale, à savoir: l'apophyse frontale de la portion écailleuse du temporal et les os suturaux développés dans la partie de la suture squameuse qui est située vers l'os frontal. De pareilles liaisons, auxquelles M. Virchow est tenté d'attribuer une signification anthropologique, manquaient absolument dans les crânes hottentots que j'ai eu l'occasion de voir. MM. Barnard Davis et Wyman (*loc. cit.*) n'en font pas mention non plus pour les Hottentots examinés par eux.

Sur 41 crânes caucasiques du musée Vrolik, j'ai trouvé 9 fois un os sutural dans la suture squameuse, savoir, 8 fois d'un seul côté et une fois (crâne de femme anglaise) aux deux côtés. Deux de ces crânes caucasiques étaient sténocrotaphes. Chez aucun je n'ai vu une vraie apophyse frontale de l'écaille temporale.

La fréquence de cet os sutural dans les crânes caucasiques du musée Vrolik est évidemment tout à fait fortuite. En serait-il de même de la fréquence de l'apophyse frontale de l'écaille temporale chez les Chinois étudiés par M. de Koning?

Je dois noter ici qu'à mon grand regret je n'ai pu consulter tout ce qui a été écrit sur les crânes hottentots. Il est donc très possible que j'aie négligé des caractères importants, déjà mentionnés par d'autres auteurs.

Van der Hoeven était d'avis que l'analogie entre les Hottentots et les Chinois, sur laquelle Barrow (*loc. cit.*) avait attiré l'attention, se bornait à la couleur et à la direction des yeux [1]).

Bien que la similitude de couleur et d'aspect général me paraisse déjà un fait des plus importants, je pense que les caractères crâniens, malgré certaines différences, nous autorisent également à admettre, entre les Hottentots et les Chinois, une affinité étroite.

[1]) *Tijdschrift v. Nat. Gesch. enz.*, t. III, p. 153.

IV.

Pour contrôler la conclusion à laquelle j'ai cru devoir m'arrêter, il importerait de comparer à fond la langue, les mœurs, les coutumes, la religion, les légendes etc. des deux peuples. Les données que j'ai pu réunir à cet égard n'ont malheureusement qu'une faible valeur.

M. Carpenter, l'un des auteurs peu nombreux qui admettent la parenté des Hottentots et des Mongols, ayant demandé à M. Norris s'il existe quelque analogie entre les langues des deux races, reçut une réponse affirmative: „the affinities of the Hottentot language being rather connected, in his opinion, with the languages of High Asia, although the connecting links are extremely slight'' (Carpenter, *Human Physiology*, 5e éd. p. 897).

M. le professeur Schlegel, que j'ai consulté à ce sujet, a bien voulu m'informer qu'il ne fallait pas accorder trop de confiance à une assertion aussi vague, et que, à son avis, l'affinité en question serait très difficile, sinon impossible, à démontrer.

En supposant toutefois qu'il n'y ait aucun rapport entre les langues, ce ne serait pas encore une raison suffisante pour nier l'affinité des races. Les Chinois et les Japonais, qui au sens anthropologique sont étroitement alliés, parlent des langues si différentes qu'on aurait de la peine à y découvrir la moindre analogie. Les Aïnos donnent lieu à la même remarque.

La langue des Hottentots peut d'ailleurs, dans le cours des siècles et sous l'influence d'une foule de circonstances, s'être modifiée considérablement. Il est certain, toutefois, qu'en Afrique elle n'a pas subi d'altération notable, puisque, comme je l'ai déjà fait observer, elle est restée foncièrement différente des langues des peuples voisins.

Comme j'avais reçu, de différentes sources indépendantes l'une de l'autre et très dignes de foi (entre autres, du grand chef actuel des Koranna, Mossou Ryt Taaibosch), la communication d'une légende suivant laquelle les Koranna (et par conséquent

aussi les autres Hottentots) seraient arrivés au Cap en bateaux, après une traversée maritime, l'idée m'était venue que quelque évènement saillant de l'histoire des Chinois, ou d'autres Asiatiques, avait pu déterminer une émigration. Mais, aux questions que j'adressai sur ce point à M. Schlegel, la réponse fut négative.

Les Chinois, au 15e siècle, ne connaissaient la côte orientale de l'Afrique que jusqu'à Melinda (Dozy).

Il est à noter, toutefois, qu'à une époque déjà reculée, des Chinois égarés sur mer ont débarqué à l'île Bourbon, où leur race s'est conservée jusqu'à ce jour passablement pure (il y avait donc des femmes parmi eux). M. Schlegel m'a écrit que, d'après une communication orale de M. Grandidier, ces Chinois rapportent leur arrivée à Bourbon au 15e ou au 16e siècle. Un métis français, que j'ai rencontré sur les champs diamantifères de l'Afrique australe, faisait remonter encore plus haut la date de leur établissement.

La mythologie des Hottentots nous laisse également dans l'obscurité. D'anciens voyageurs, Kolbe entre autres, ont décrit avec beaucoup d'emphase les cérémonies religieuses des Hottentots. Aucun de ces récits ne mérite la moindre confiance, pas plus que ceux de différents missionnaires, qui avaient cru faire la même observation.

Le Vaillant, qui de tous les voyageurs au Cap est le plus digne de foi, celui dont les relations sont les plus exactes et les plus véridiques, n'avait pu découvrir aucune trace de religion ni chez les Koranna, ni chez les Namaqua.

Les recherches postérieures de M. Bleek, sur la mythologie des Bosjesmans, n'éclairent pas non plus la question. Les légendes et les mythes recueillis par lui ont tous rapport à des animaux africains et à des astres du ciel austral. La plupart, sinon tous, sont d'une date assez récente. Cela est évident, entre autres, pour le mythe de l'origine de la Lune, que M. Bleek regarde — il est difficile de comprendre pourquoi — comme l'un des plus anciens.

„La Mantis jeta un de ses *souliers* à la Lune, ce qui la

rendit rouge (la Lune), parce que le sable rouge du pays des Bosjesmans adhérait au soulier, et froide, parce que le soulier n'était fait que de *cuir.*" *Thus the moon is red*, *because she was covered with the red dust of Bushmanland*, *and cold because it is only leather.* (*Cape Monthly Magazine*, XI, 109).

Or je dois faire remarquer que les anciens Hottentots, bien que connaissant dès le 16e siècle le tannage des peaux, ne portaient jamais de chaussures. De même, tous les Bosjesmans sauvages que j'ai vus étaient nu-pieds. La seule chaussure qu'on trouvât chez eux d'ancienne date (et pas même généralement) consistait en courroies roulées autour du bas de la jambe. Quant aux souliers, les Bosjesmans ne les connaissent que depuis qu'ils sont en relation avec les Européens. La légende en question doit donc être de formation postérieure.

Les premières ébauches de peinture, chez les Bosjesmans, sont probablement aussi de date assez moderne. Les reproductions qu'en donne Wood, dans son *Natural History of Man*, suggèrent immédiatement l'idée de croquis mal réussis d'officiers de marine, reconnaissables entre autres à la forme spéciale de leurs chapeaux. Quelques chasseurs m'ont affirmé avoir vu, dans des cavernes, des représentations primitives d'animaux.

Tous les Hottentots ont l'imagination très vive. Ils parlent et chantent volontiers, mais leurs récits s'écartent ordinairement beaucoup de la vérité. C'est ce qui me fait regarder comme d'une valeur très problématique les renseignements sur leur mythologie primitive que M. Bleek a recueillis dans ses „*Bushman Researches*".

Un nouvel indice pourrait être fourni, je crois, par leurs animaux domestiques. Lors de la découverte du Cap, les Hottentots possédaient des moutons et des bœufs.

Les moutons étaient originairement tout à fait inconnus aux Cafres et aux Béchuana, de même, si je ne me trompe, qu'aux Damara et aux Ovampo.

La race ovine indigène de Hottentots, qui est maintenant peut-être entièrement disparue des pays du Cap, était le mouton à grosse queue, identique, à ce qu'il paraît, avec l'*Ovis platy-*

ura. Cet *Ovis platyura*, d'après ce que m'a communiqué M. Horst, est originaire des parties chaudes de l'Asie occidentale et du midi de la Russie, d'où il a été importé en quelques régions de l'Afrique. Les Hottentots étaient en possession de ce mouton avant l'arrivée des Européens; ne l'avaient-ils pas emmené avec eux en quittant l'Asie?

Si l'identité du mouton à grosse queue du Cap avec l'*Ovis platyura* pouvait être mise hors de doute, ce serait, à mon avis, une indication très importante pour la question de l'origine des Hottentots.

La possession de cette race ovine prouve encore plus. Au nord des pays du Cap on ne trouve pas de moutons. La région centrale, à laquelle appartient déjà le Transvaal septentrional, paraît tout à fait impropre à l'élevage de ces animaux. Parmi les causes connues, on peut citer les qualités vénéneuses des pâturages, la présence de la mouche tsetsé, des pneumonies spéciales. Il aurait donc été difficile aux Hottentots, sinon impossible, de se mouvoir du nord au sud sur la terre ferme du Cap.

Du gros bétail était élevé par les Cafres et les Béchuana, aussi bien que par les Hottentots. Pour les Cafres, je crois avoir constaté qu'ils possèdent des races de bœufs particulières (races zoulou et Boeskop); chez les Hottentots, je n'ai pu en découvrir.

Les Européens n'ont fait connaissance avec les Hottentots qu'à la fin du 15e siècle. Ainsi que je l'ai déjà dit, la population du Cap était alors clair-semée. D'après une estimation fondée sur les relations des voyageurs, je crois pouvoir admettre que le nombre total des Hottentots, à cette époque, ne dépassait pas 200,000. Ce chiffre, que j'inclinerais même à réduire encore, est certainement bien peu élevé pour un peuple qui se serait trouvé, durant une longue série de siècles, dans des circonstances si favorables à sa multiplication.

Ce serait, d'ailleurs, un *lusus naturae* très étrange que celui qui aurait fait naître au Cap une race si bien caractérisée, si différente de tous les peuples voisins et offrant tant d'analogies avec la race mongole.

Tout concourt, à mon avis, à faire rejeter une pareille hypothèse.

On a souvent cité, comme un défaut caractéristique des femmes hottentotes, l'hypertrophie des petites lèvres de la vulve. J'ai trouvé ce défaut assez fréquemment aussi chez les femmes béchuana. Il ne naît jamais naturellement, mais est toujours un produit de l'art, ainsi que l'avait déjà remarqué Le Vaillant. Toutes les informations que j'ai obtenues à ce sujet conduisent au même résultat, à savoir, que le développement anormal est dû à une traction répétée. Plus tard, les femmes renforcent l'effet en roulant les parties sur une baguette de bois.

Il n'est pas rare non plus de rencontrer des femmes à clitoris allongé (environ 4 cm.), allongement qui est obtenu, m'a-t-on assuré, de la même manière que le précédent.

Quant à la fréquence de la stéatopygie chez les femmes hottentotes, surtout dans les années climatériques, je n'ai pu en découvrir la cause.

Un mot encore sur l'étiologie de la pellagre. Comme on le sait, cette maladie est souvent attribuée à l'usage du maïs altéré. Or, au Cap, toutes les races de couleur vivent presque exclusivement de maïs, et pourtant je n'y ai jamais observé un cas de pellagre.

Les maladies cutanées, en général, sont rares chez les peuples sud-africains. Leur épiderme ne vient presque jamais en contact avec l'eau. Ils se contentent ordinairement de l'enduire de graisse, pour combattre l'action des rayons solaires.

Arrivé à la fin de ce travail, c'est pour moi un agréable devoir de témoigner ma reconnaissance à MM. les professeurs Koster, Zaayer et Fürbringer, qui ont bien voulu mettre à ma disposition les matériaux nécessaires.

Je remercie cordialement aussi M. M. J. Lens, à l'obligeance duquel je dois l'exécution soignée des dessins.

SUR

UNE PROPRIÉTÉ DE L'ÉBONITE,

PAR

J. L. HOORWEG.

A l'occasion de la nouvelle et brillante découverte de M. Bell (*Nature*, 26 sept. 1880) concernant la sensibilité de plusieurs substances à la lumière ondulatoire, je crois devoir communiquer quelques résultats que j'ai obtenus avec le tasimètre d'Edison.

Cet instrument consiste en une tige d'ébonite d'environ 3 mm. de diamètre et 10 cm. de longueur, dont l'une des extrémités appuie sur une vis et l'autre sur une rangée de minces lamelles de coke, à travers lesquelles passe un courant galvanique. Lorsque, par une cause quelconque, la tige d'ébonite se dilate, elle comprime avec plus de force les lamelles de coke et par là diminue la résistance du courant, ce qui donne lieu à la déviation de l'aiguille d'un galvanomètre.

Ce tasimètre constitue un thermomètre extrêmement sensible, surtout si l'on fait usage du pont de Wheatstone et d'un galvanomètre à miroir.

Il y a longtemps déjà, j'avais remarqué que l'appareil est très impressionnable à la lumière du jour. Il suffit de tirer le rideau d'une des fenêtres de la chambre, pour voir se produire une déviation assez forte, plus forte que celle qu'on obtiendrait,

dans les mêmes circonstances, avec une pile thermo-électrique.

En faisant dernièrement quelques expériences sur le tasimètre, j'ai bientôt reconnu la cause de la supériorité qui vient d'être signalée.

Une lanterne de Dubosq, éclairée tantôt par la lumière Drummond et tantôt par la lumière du gaz, projetait à travers une ouverture circulaire un faisceau lumineux assez intense, qu'une lentille concentrait soit sur la tige d'ébonite du tasimètre, soit sur une pile thermo-électrique d'Elliot, de 50 éléments.

Un multiplicateur à miroir, intercalé dans l'un ou dans l'autre circuit, réfléchissait la lumière d'une autre lampe sur une échelle placée à 2 mètres de distance.

1. Entre la lentille et la lanterne fut alors placée une petite auge (large de 1 cm.) contenant une solution ammoniacale d'oxyde de cuivre, solution qui ne laisse traverser, comme on le sait, que les rayons bleus, violets et ultra-violets, c'est-à-dire les rayons communément dits froids.

La pile thermo-électrique n'indiqua qu'une trace à peine perceptible de courant; *le tasimètre*, *au contraire*, *montra une déviation de* 30 *cm.*

L'épaisseur de la couche liquide ayant été portée de 1 à 4 cm., la pile thermo-électrique ne présenta plus le moindre indice de courant, tandis que *le tasimètre fournissait encore une déviation de* 15 *cm.*

2. L'auge à solution cupro-ammonique fut remplacée par une autre, toute pareille (1 cm. de largeur), remplie d'une solution d'iode dans le sulfure de carbone, solution qui ne laisse passer que les rayons obscurs et les rayons rouges.

La pile thermo-électrique donna une déviation de 30 cm., *le tasimètre une déviation de* 25 *cm.*

3. Je formai ensuite, au moyen de la lumière Drummond et d'un prisme de flint, un spectre très net, et j'exposai la tige d'ébonite du tasimètre d'abord aux rayons rouges, puis aux rayons bleus et violets.

Avec les premiers, il se produisit dans l'instrument une dévi-

ation de 10 cm., avec les seconds une de 11 à 12 cm. Des essais répétés montrèrent que la déviation était toujours un peu moindre dans les rayons rouges que dans les rayons bleus.

La pile thermo-électrique, exposée aux rayons bleus et violets, n'offrit aucune trace de courant.

L'ébonite possède donc la propriété remarquable de se dilater aussi bien, et même encore plus fortement, par l'absorption d'ondes éthérées courtes que sous l'influence d'ondes plus longues.

C'est indubitablement à raison de cette propriété que la lumière ondulatoire tombant sur l'ébonite se fait entendre directement.

UTRECHT, octobre 1880.

ERRATA DU T. XIV.

	Au lieu de:	lisez:
pag. 409 . . .	$(K)\, h + H'$	$K\,(h + H')$
pag. 412, l. dern. . . .	m.	cm.
pag. 446, au bas. . . .	1,47	0,16
	1,36	0,16
	1,28	0,16
	1,37	0,16
pag. 453, au bas. . . .	1,90	0,32
	1,76	0,33
	1,66	0,34
	2,08	0,34
	2,29	0,35
	1,90	0,31
	1,93	0,33
pag. 454, l. 3	1,4	2
pag. 458, l. 21	L	H
pag. 459, l. 6	0,0037	0,000016
id. id. l. 12. . . . . , . .	0,0064	0,000033.



P

Abscisses: le nombre de C.C. d'eau qui tiennent en solution 1 mol. d'acide sulfurique. (état final.)

Ordonnées: le nombre de molécules d'acide sulfurique fixées par 100 mol. d'acide métastannique. (état final).

Lith. Emrik & Binger.

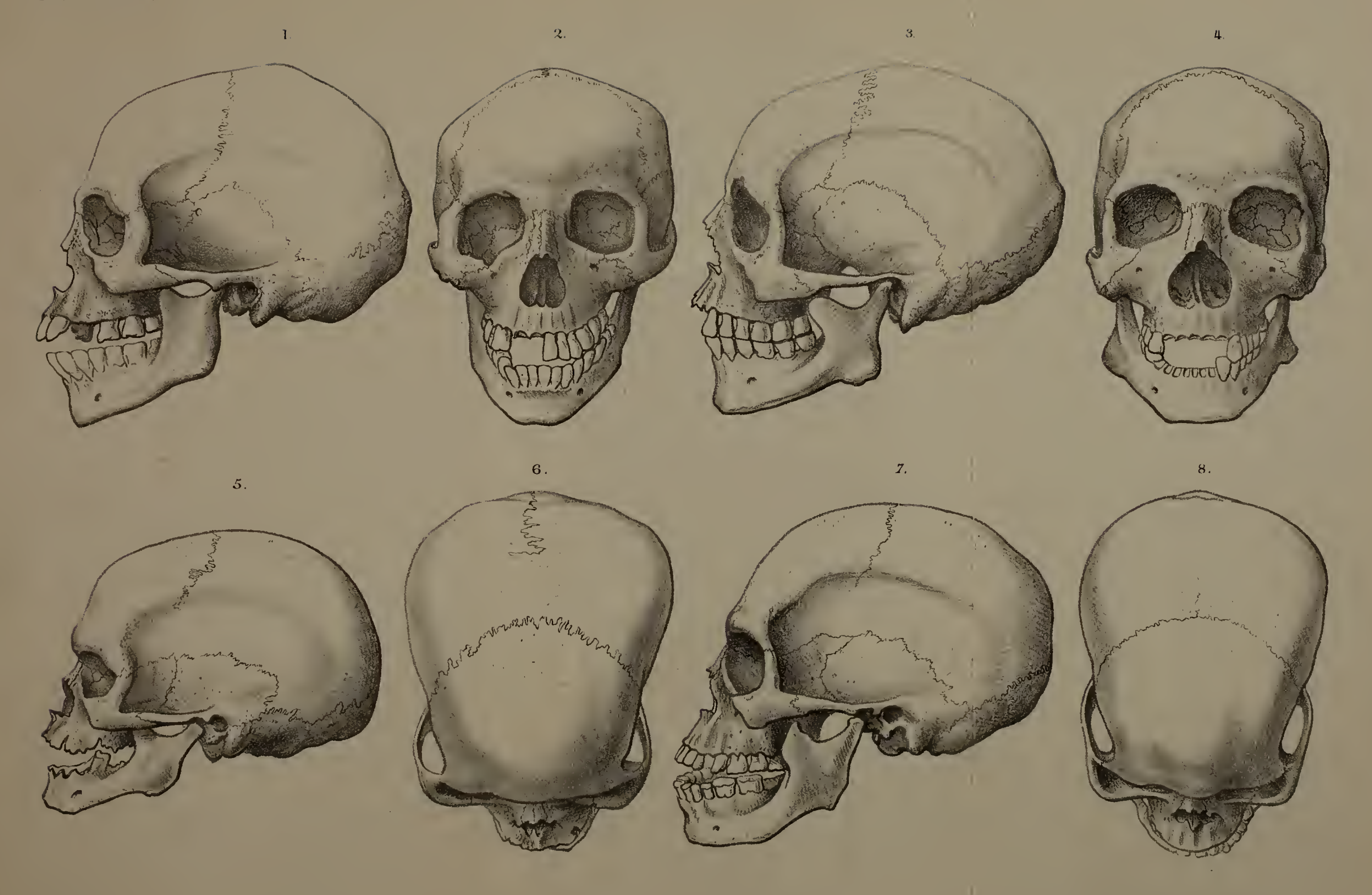
1. 4. 3

2. 5.

6.

7. 8.

1. 2. 3. 4. 5. 6 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13 14. 15 16. 17. 18 19. 20.



Lith. Emrik & Binger.



Hottentots.
Damara et Ovampo.
Cafres.
Bechuana.
Griqua.
Gonaqua.
Bushmen.

Emigrations des Cafres (1828-35.)
" " Bechuana (1830.)
" " Hott: et Griqua (1790-1850.)
" " Boers (1835-50.)

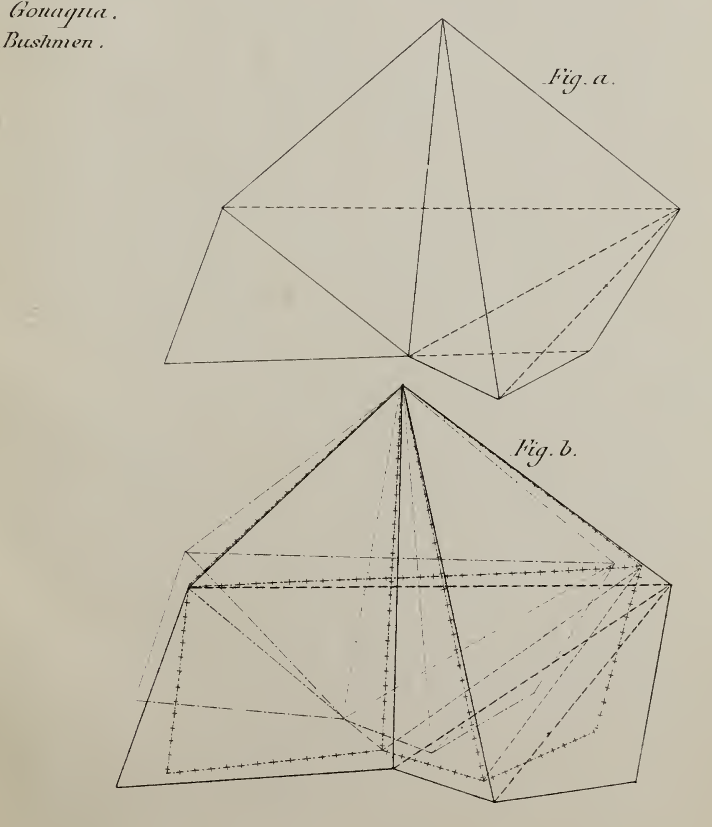
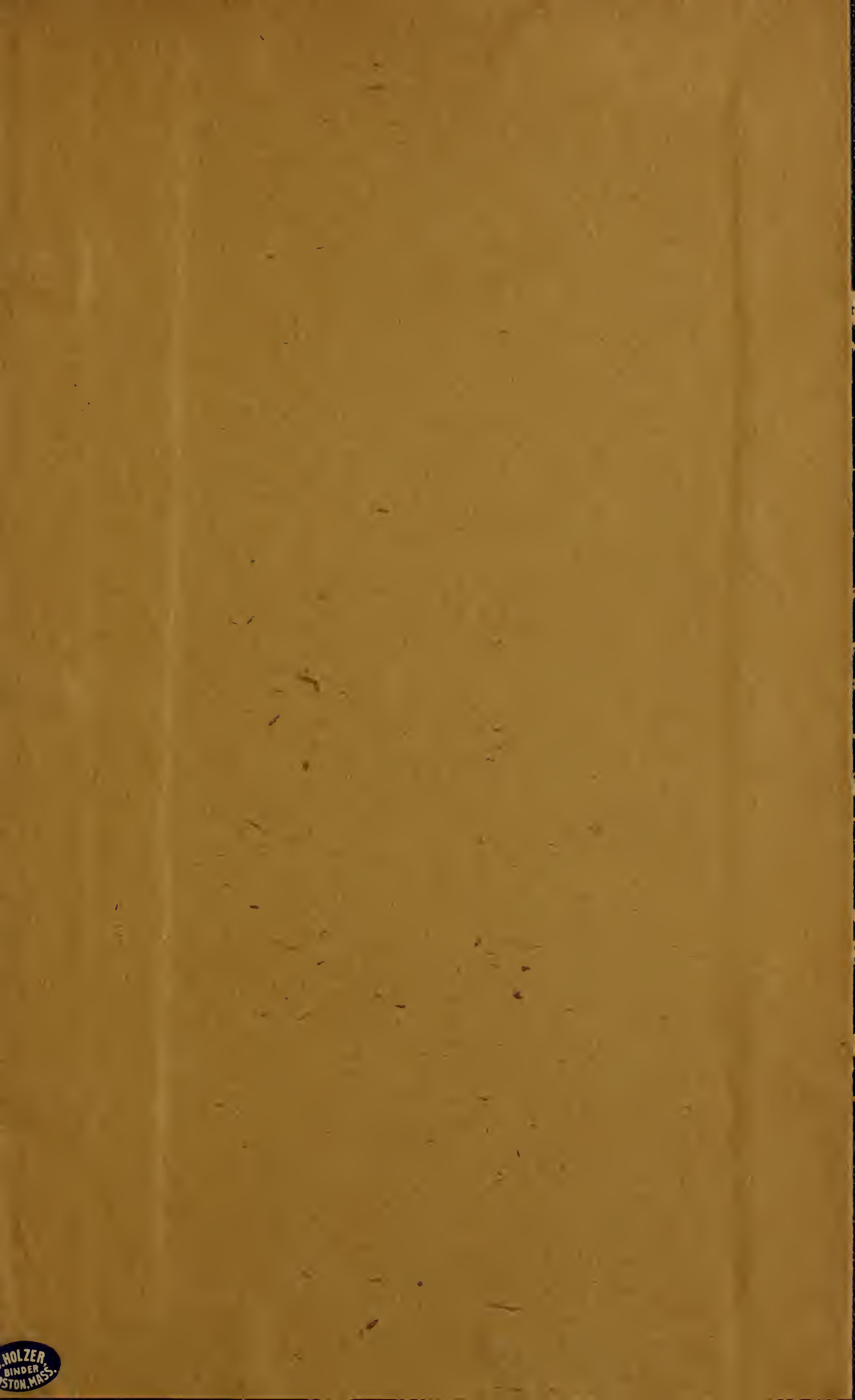


Fig. a.

Fig. b.

Lith. Emrik & Binger.


HOLZER,
BINDER
STON, MASS.

